

10.5. DÖRTGENLER ve ÇOKGENLER

10.5.1. Çokgenler

Terimler ve Kavramlar: Çokgen, düzgün çokgen

10.5.1.1. Çokgen kavramını açıklayarak işlemler yapar.

A) İçbükey çokgenlere girilmez.

B) Düzgün çokgenlerden bahsedilir, iç ve dış açılarının ölçüleri bulunur.

C) Çokgenlerin köşegenleri ile ilgili özelliklere ve alan problemlerine yer verilmez.

10.5.2. Dörtgenler ve Özellikleri

Terimler ve Kavramlar: Dışbükey dörtgen, içbükey dörtgen, köşe-gen, çevre, alan

Sembol ve Gösterimler: \square (ABCD) , A (ABCD)

10.5.2.1. Dörtgenin temel elemanlarını ve özelliklerini açıklayarak problemler çözer.

A) Dışbükey ve içbükey dörtgen kavramları açıklanır. Bundan

sonra dörtgen denildiğinde dışbükey dörtgen anlaşılmalıdır.

B) Dörtgenin iç ve dış açılarının ölçüleri toplamı bulunur.

C) Dörtgenin çevresi ve alanı üzerinde durulur.

10. 5. 3. Özel Dörtgenler

Terimler ve Kavramlar: Yamuk, ikizkenar yamuk, dik yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare, deltoid

10. 5. 3. 1. Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer.

A) Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare ve deltoid arasındaki hiyerarşik ilişkilere yer verilir.

B) Hiyerarşik ilişkiye göre her bir özel dörtgen kendi içerisinde; açı, kenar, köşegen ve alan özellikleri bağlamında ele alınır.

C) Origami, tangram gibi uygulamalar yapılır.

Ç) Geleneksel mimaride kullanılan motif örneklerinde yer alan düzgün çokgen örneklerine yer verilir.

D) Bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır.

5. ÜNİTE : ÇOKGENLER

Çokgenler ve Çokgenlerde Açılar

Kural: *A)* n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı

$(n - 2) \cdot 180^\circ$ ifadesi ile bulunur.

B) n kenarlı bir çokgenin iç açı ölçülerinin aritmetik ortalaması

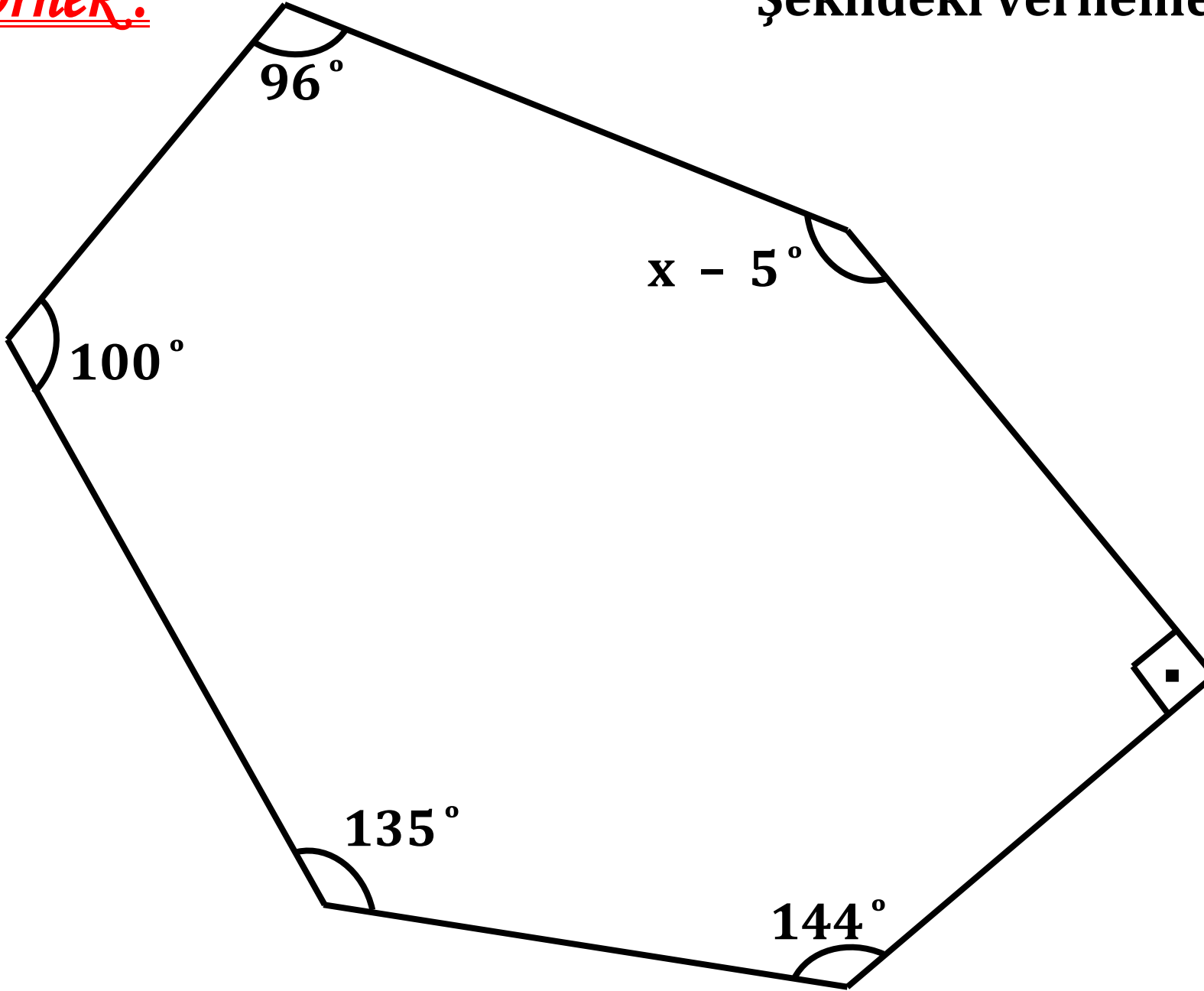
$$\frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}$$
 ifadesi ile bulunur.

C) Çokgende iç açılarının bütünleri olan dış açılarının ölçüleri toplamı 360° 'dir.

**** Çokgende, kenar sayısı iç açı sayısına eşittir.**

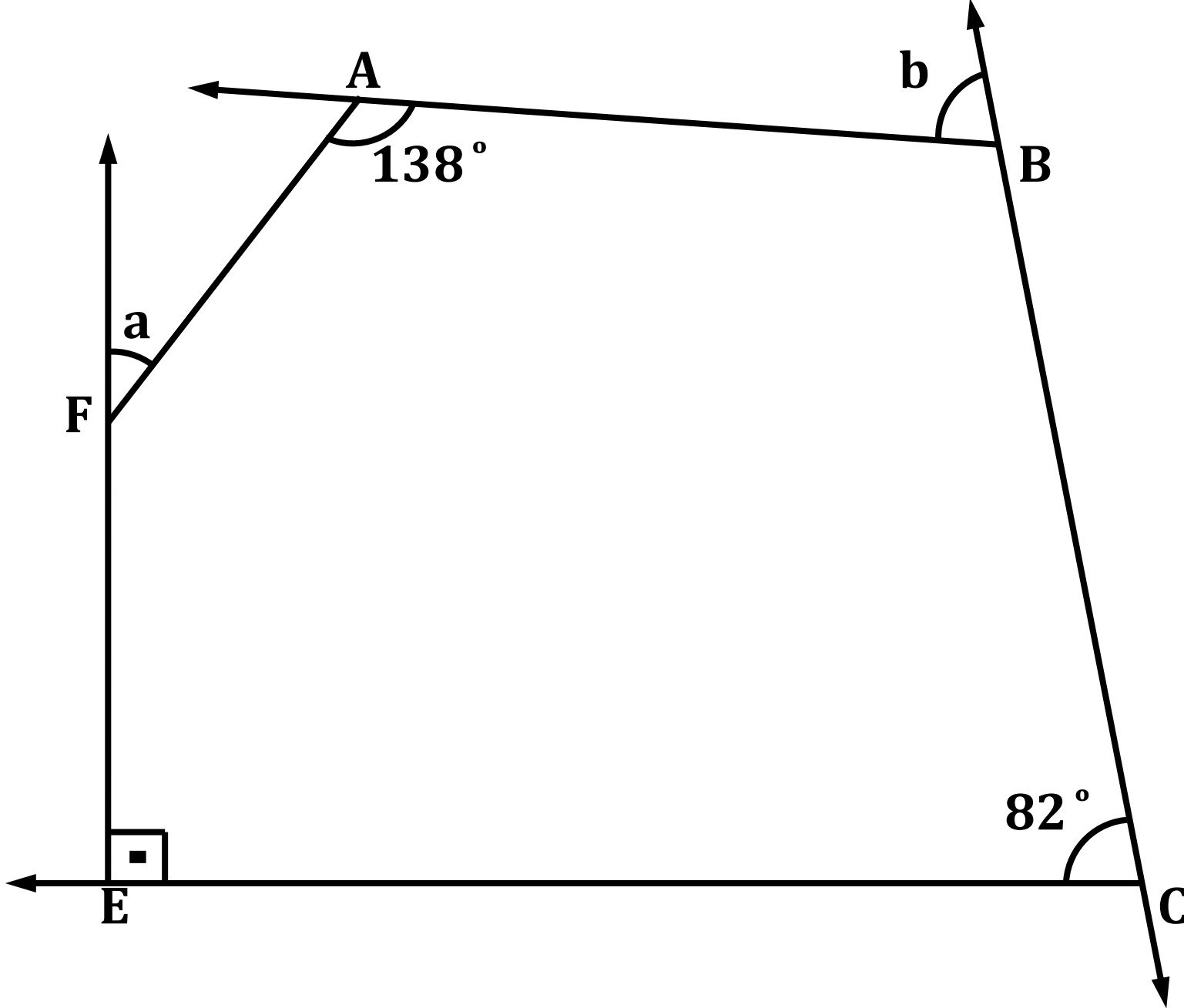
Örnek:

Şekildeki verilene göre $x = ?$



Soru :

Verilenlere göre $a + b = ?$



Soru : Dış bükey bir beşgende dış açı ölçüleri sırası ile 2 , 3 , 4 , 5 ve 6 ile doğru orantılı ise bu çokgendeki en büyük iç açının ölçüsü kaç derecedir ?

Soru : İç açılarının ölçüleri toplamı 1080° olan bir çokgenin kenar sayısını bulunuz.

Soru : İç açı ölçülerinin aritmetik ortalaması 140° olan bir çokgenin kenar sayısını bulunuz.

Soru : İç açıları ölçüleri toplamı, dış açı ölçüleri toplamının 4 katı olan bir çokgenin kenar sayısını bulunuz.

Soru : Ardışık iç açılarının ölçüleri arasındaki farkın 20° olduğu bir altıgendeki en büyük iç açının ölçüsünü bulunuz.

Soru : Bir ongenin iç açılarından birinin ölçüsü 135° 'dir. Diğer iç açılarının ölçüleri eşit ise bu açının ölçüsünü bulunuz.

Soru : Bir çokgende iki iç açının ölçüsü 140° ve 160° 'dir. Diğer iç açılarının ölçüsü birbirine eşit olup ölçüsü 150° 'dir. Buna göre bu çokgen kaç kenarlıdır ?

Soru : Bir çokgende üç iç açının ölçüsü 100° , 110° ve 120° 'dir. Diğer iç açılarının ölçüsü birbirine eşit olup ölçüsü 130° 'dir. Buna göre bu çokgen kaç kenarlıdır ?

Düzgün Çokgen

Bütün kenar uzunlukları aynı ve tüm iç açılarının ölçüsü birbirine eşit olan çokgene “ düzgün çokgen ” adı verilir.

Kural 1: *A*) n kenarlı düzgün bir çokgende bir dış açının

ölçüsü $\frac{360^\circ}{n}$ olarak bulunur.

B) n kenarlı düzgün bir çokgende bir iç açının ölçüsü

$\frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}$ olarak bulunur.

Soru : 9 kenarlı düzgün çokgende bir iç açı ile dış açının ölçüsünün farkını bulunuz.

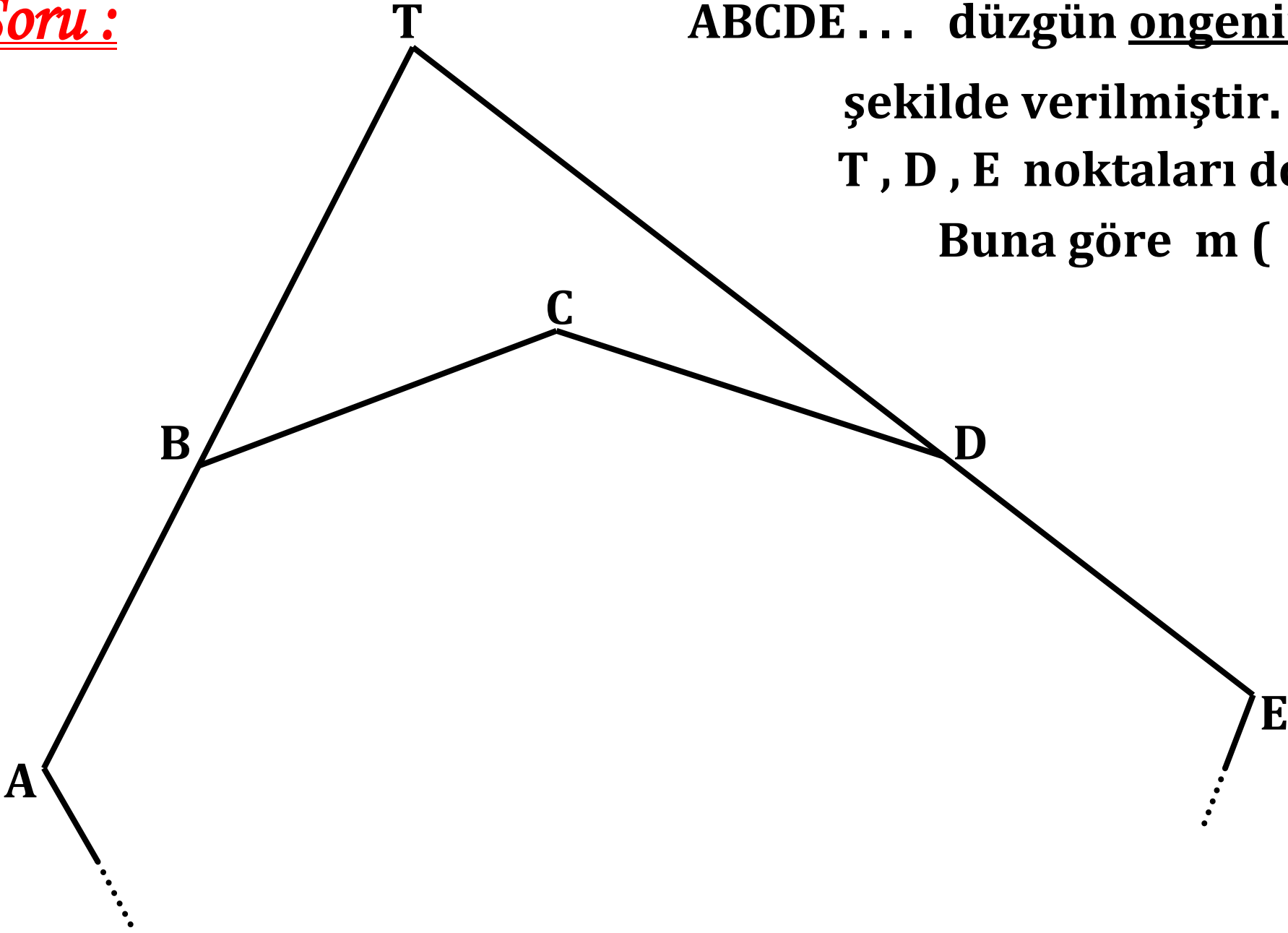
Soru : Bir iç açısının ölçüsü 160° olan düzgün çokgen kaç kenarlıdır ?

Soru : Bir dış açısının ölçüsünün, bir iç açısının ölçüsüne oranı $\frac{1}{4}$ olan düzgün çokgen kaç kenarlıdır ?

Soru : Bir düzgün çokgenin bir dış açısı α ve $24^\circ < \alpha < 45^\circ$ olduğuna göre bu çokgen en fazla kaç kenarlı olmalıdır ?

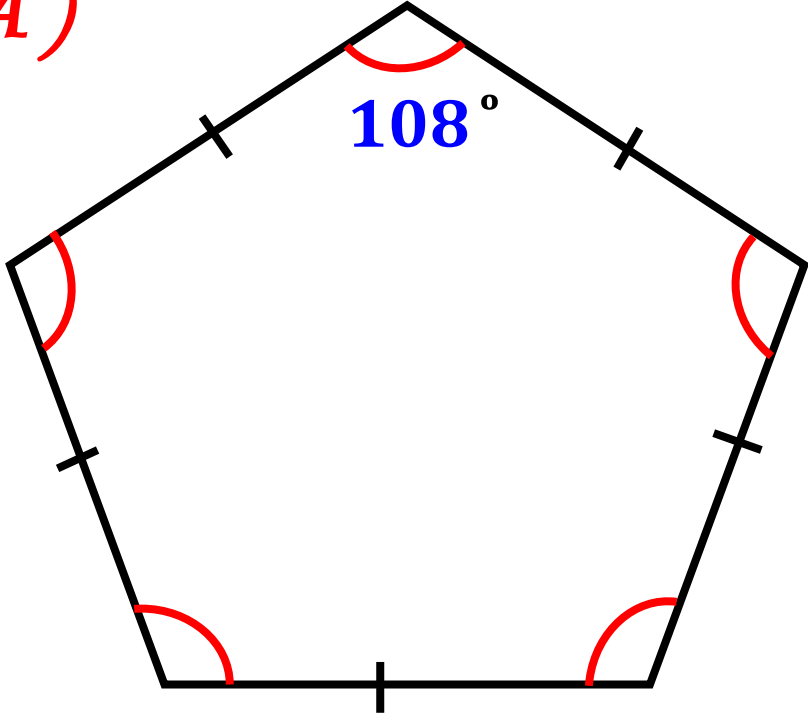
Soru :

ABCDE ... düzgün ongenin bir kısmı
şekilde verilmiştir. A , B , T ve
T , D , E noktaları doğrusaldır.
Buna göre $m (\widehat{BTD}) = ?$



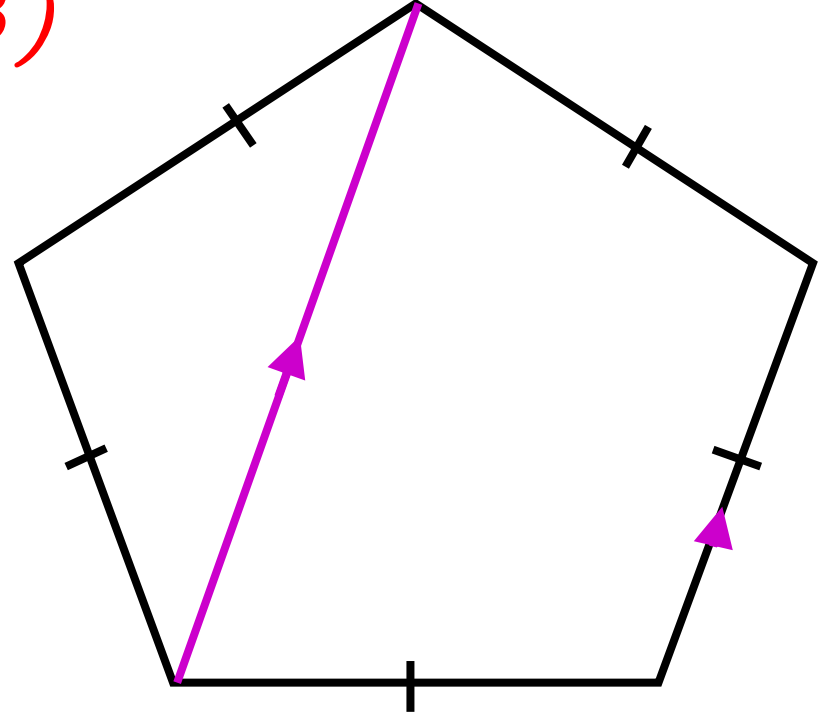
Kural 2: (Düzgün Beşgen)

A)



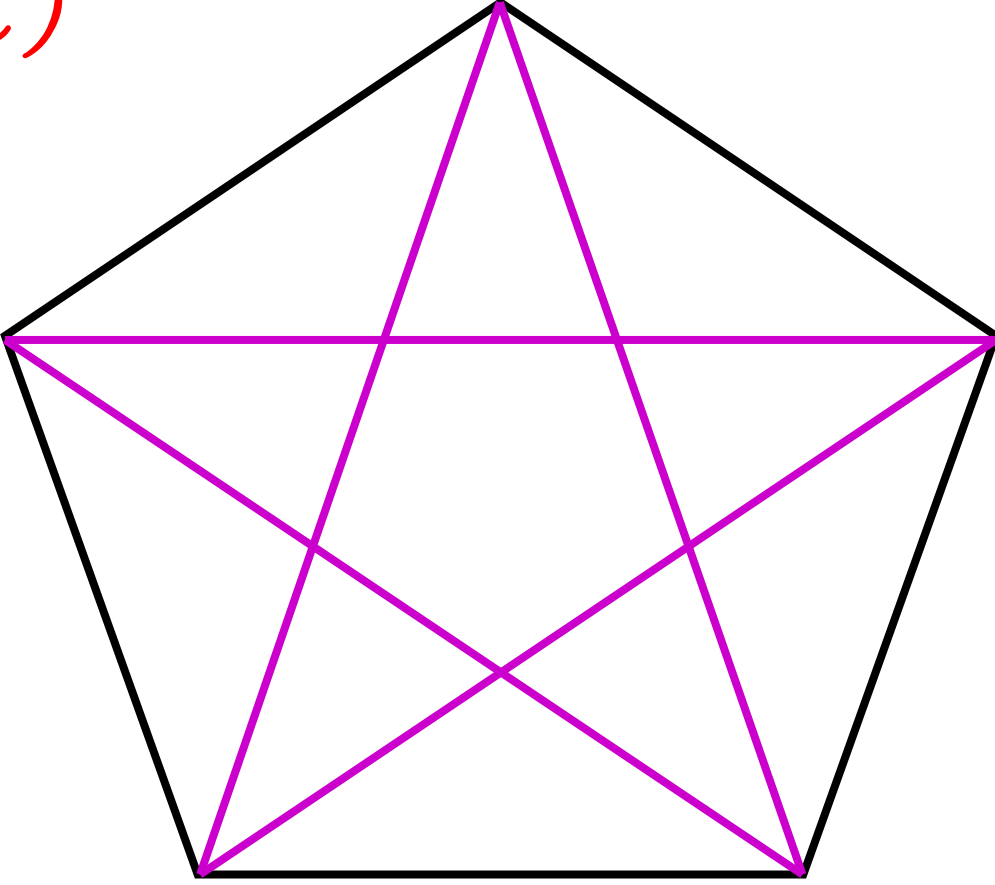
Düzgün beşgende bir
iç açının ölçüsü
 108° 'dir.

B)



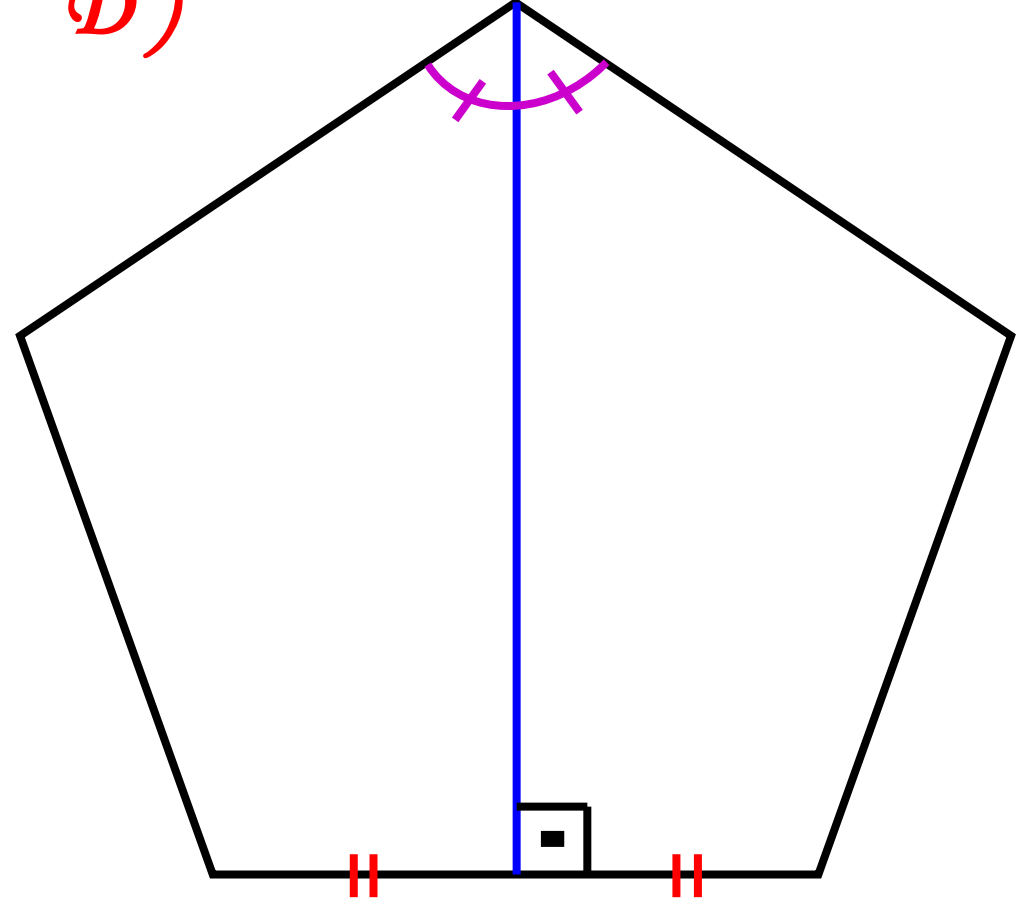
Düzgün bir beşgende
herhangi bir köşegen karşısındaki
kenara paraleldir.

C)



**Düzgün beşgende köşegenler
birbirine eşittir.**

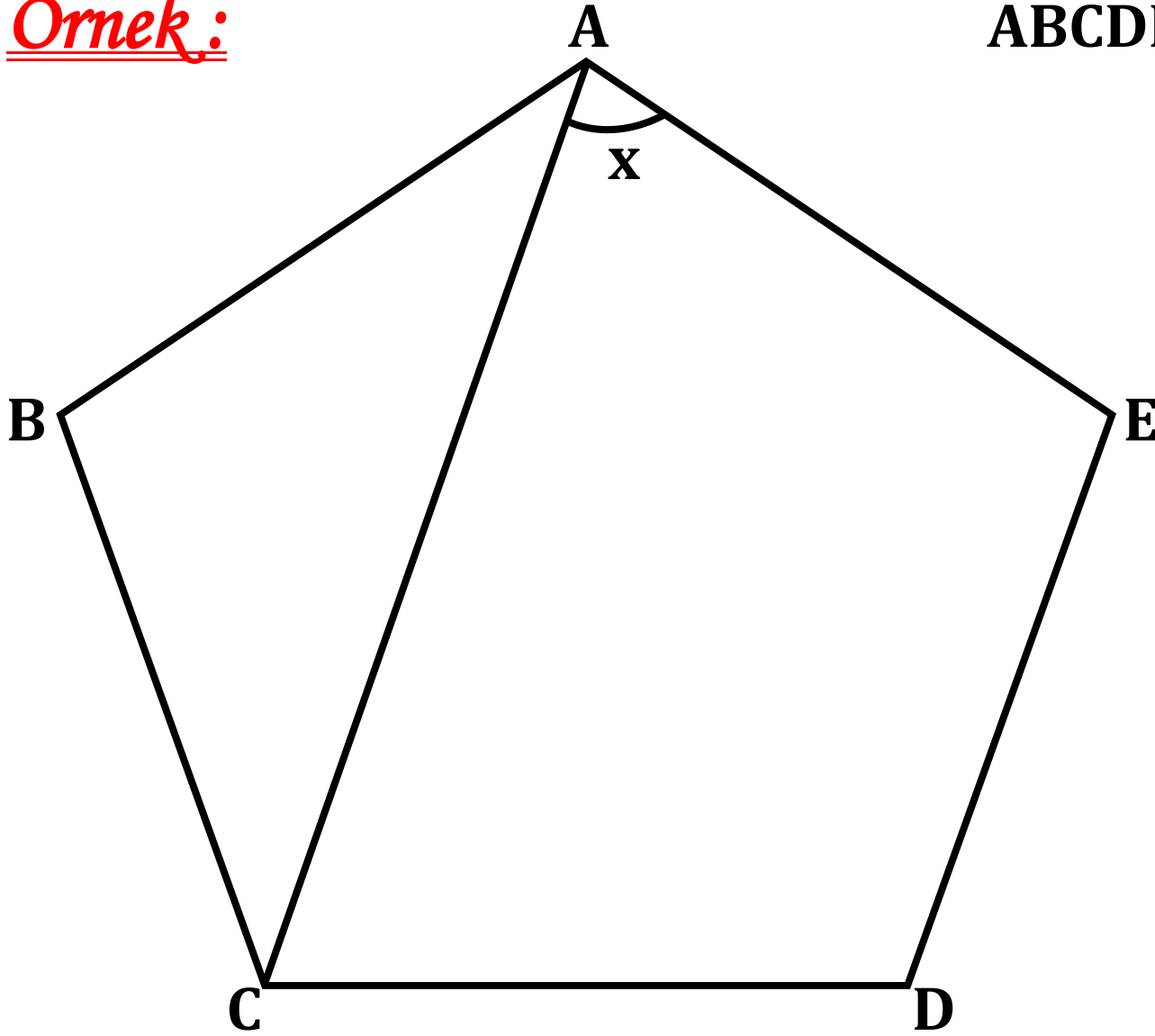
D)



**Düzgün beşgende bir
köşeden indirilen dikme hem
açıortay hem de kenarortaydır.**

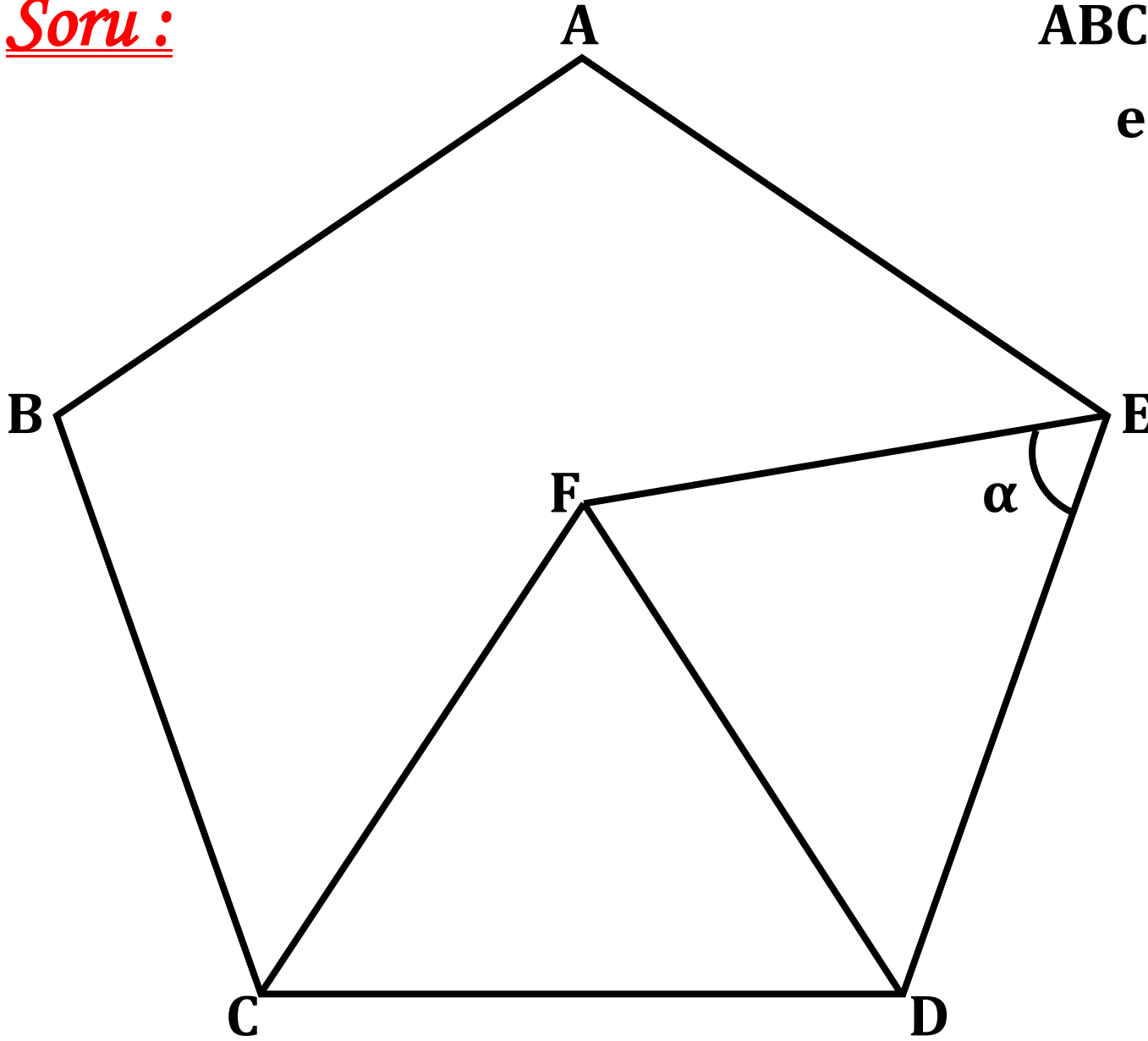
Örnek:

ABCDE düzgün beşgen ise $x = ?$



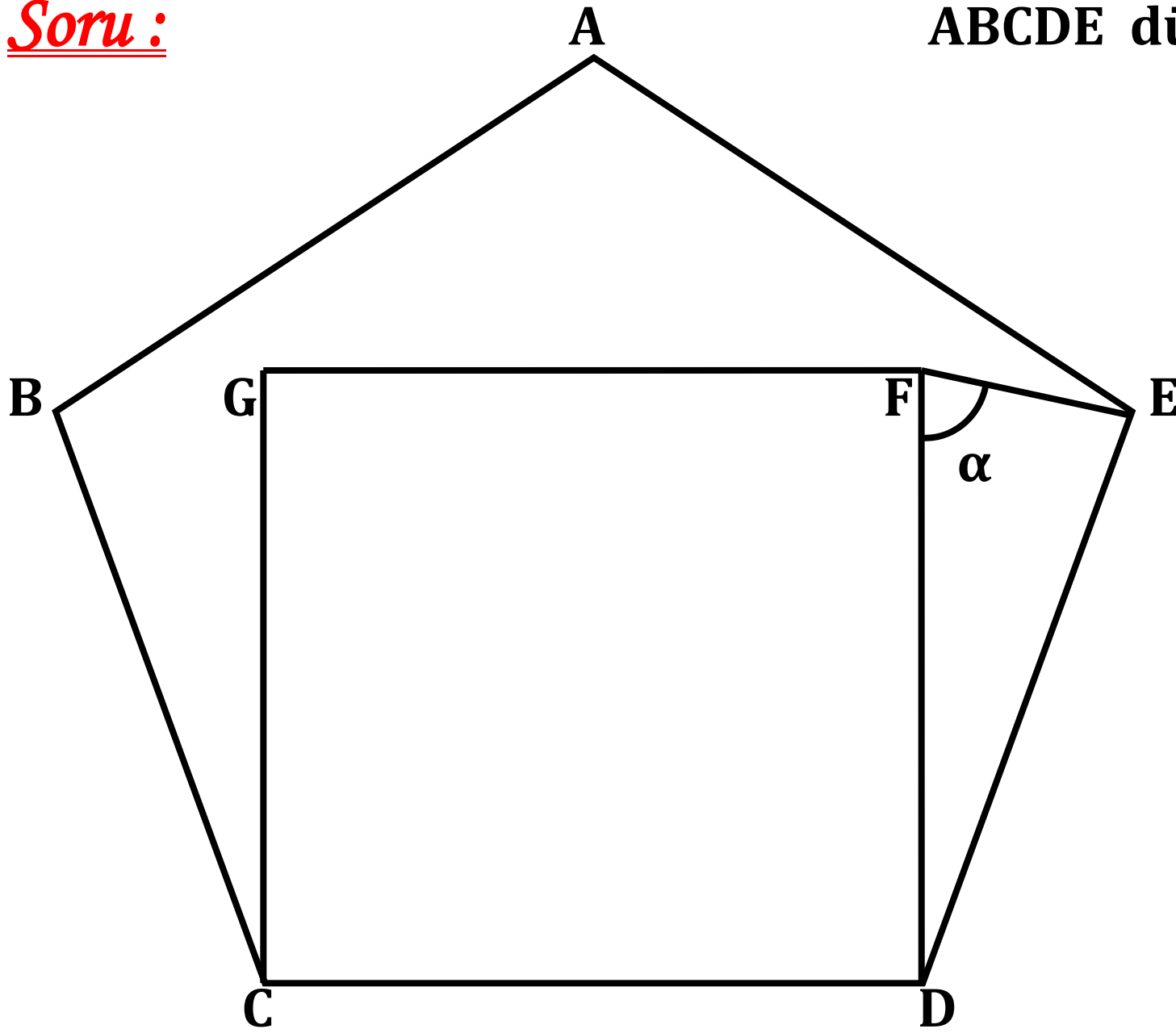
Soru :

ABCDE düzgün beşgen, CDF
eşkenar üçgen ise $\alpha = ?$



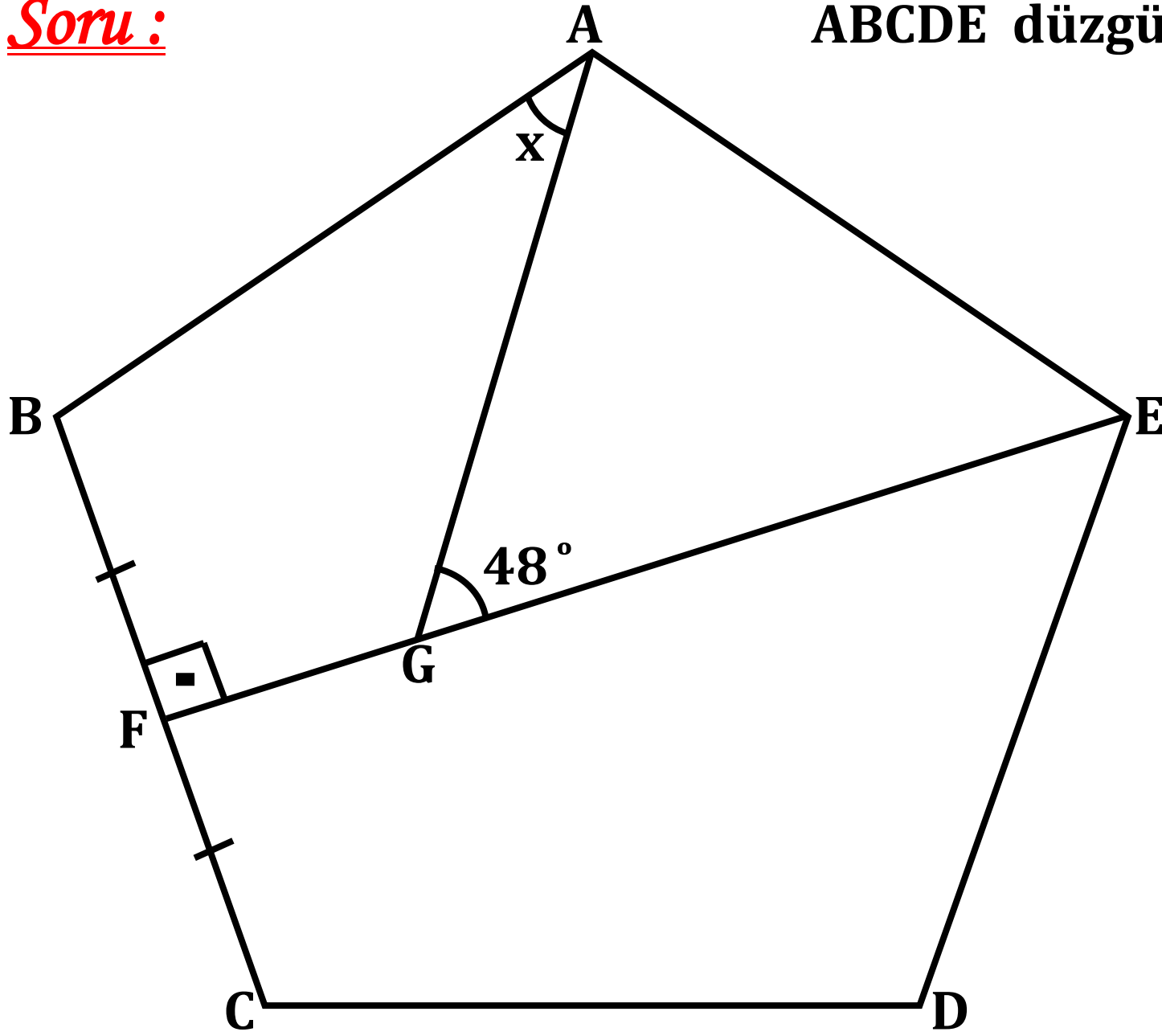
Soru :

ABCDE düzgün beşgen, CDFG
kare ise $\alpha = ?$



Soru :

ABCDE düzgün beşgen ise $x = ?$

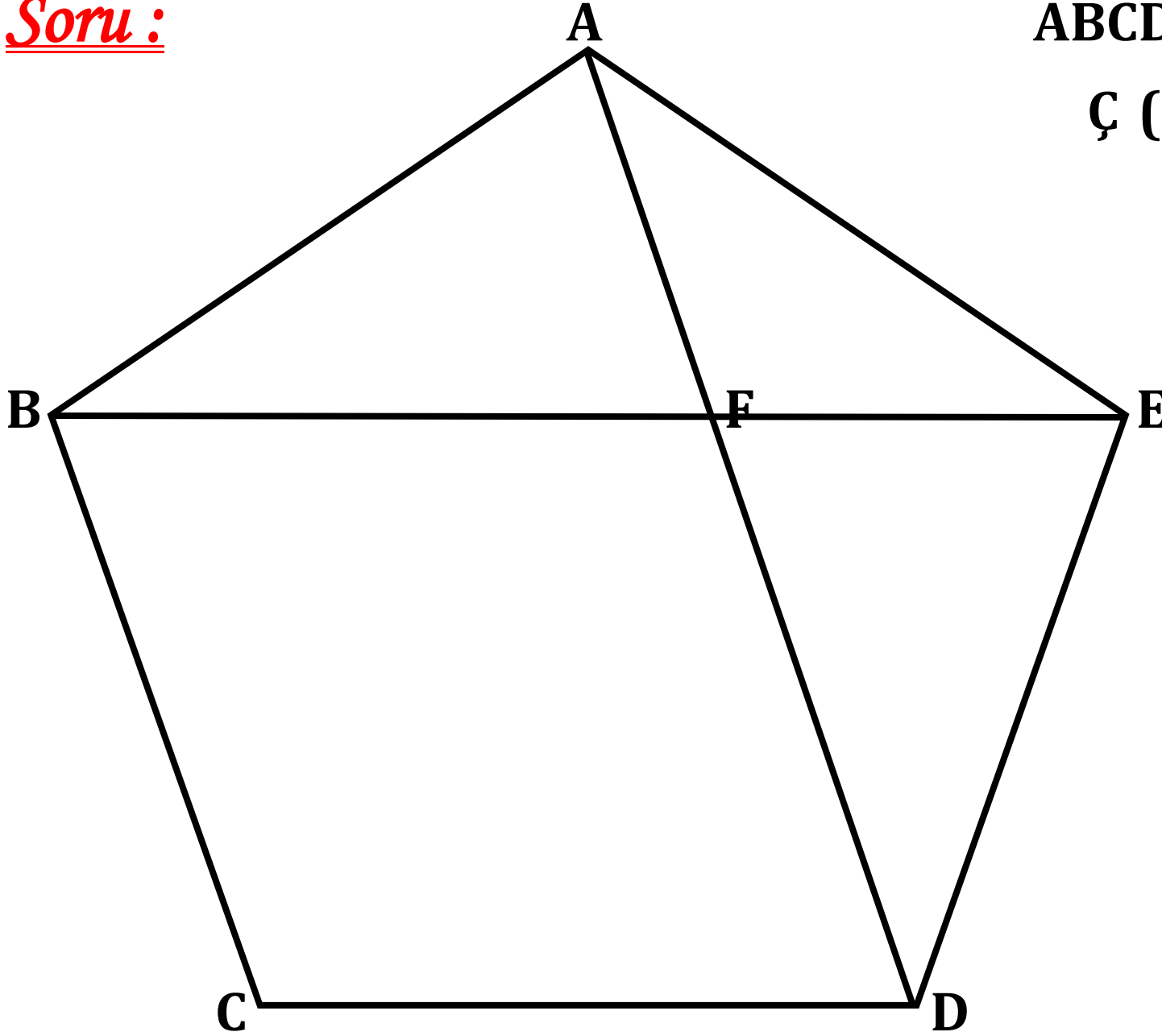


Soru :

ABCDE düzgün beşgen ve

$\angle (BCDF) = 20$ br ise

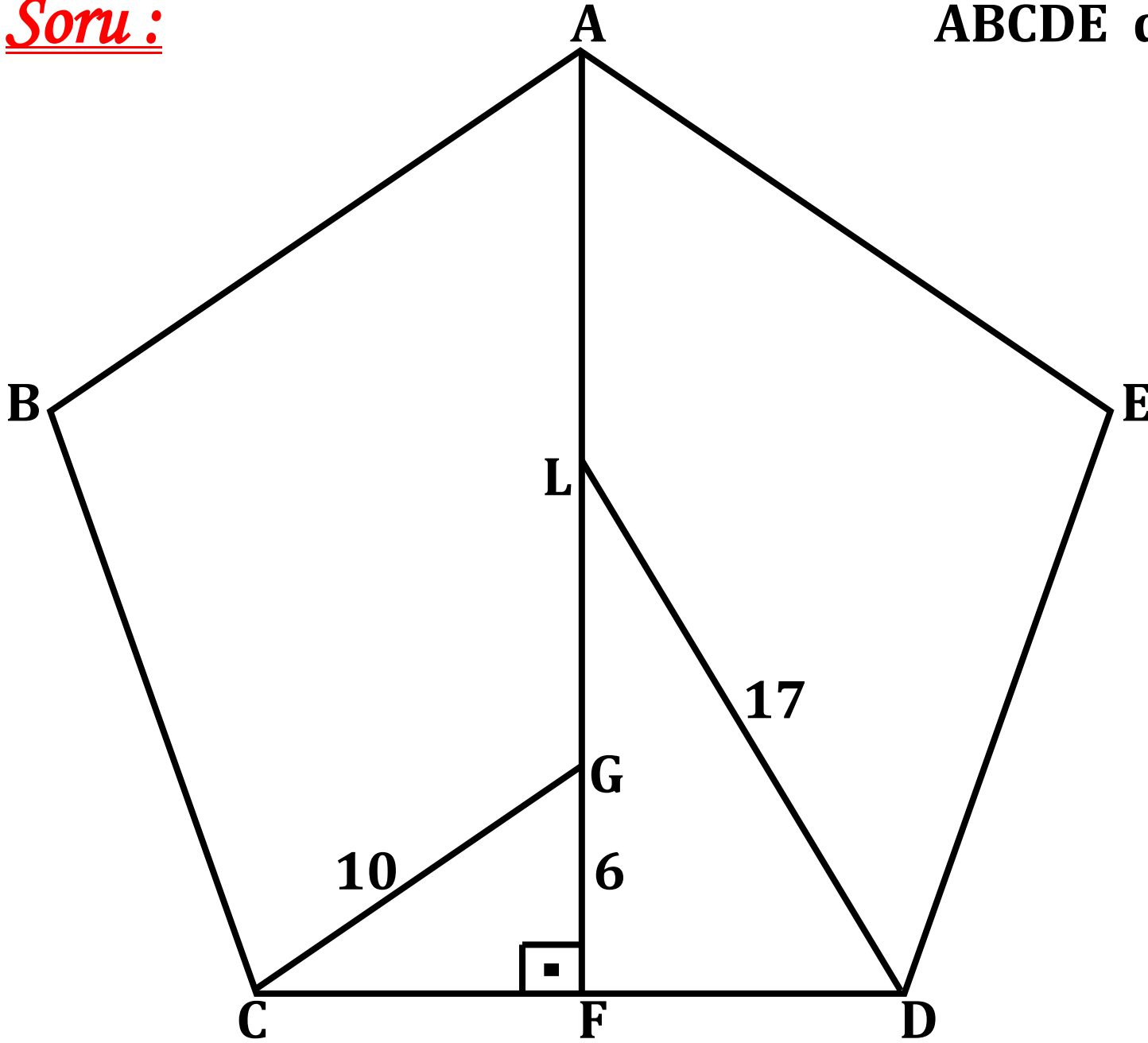
$\angle (ABCDEF) = ?$



Soru :

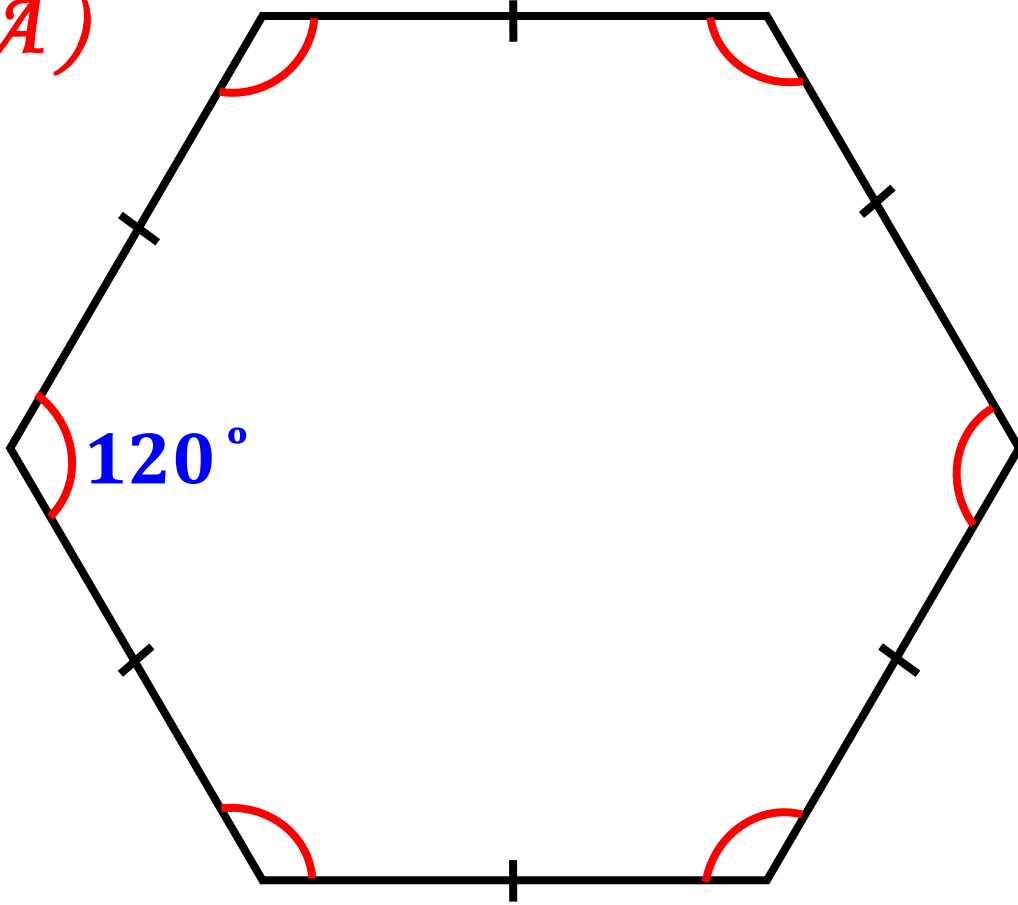
ABCDE düzgün beşgen ise

$$|LG| + |FD| = ?$$



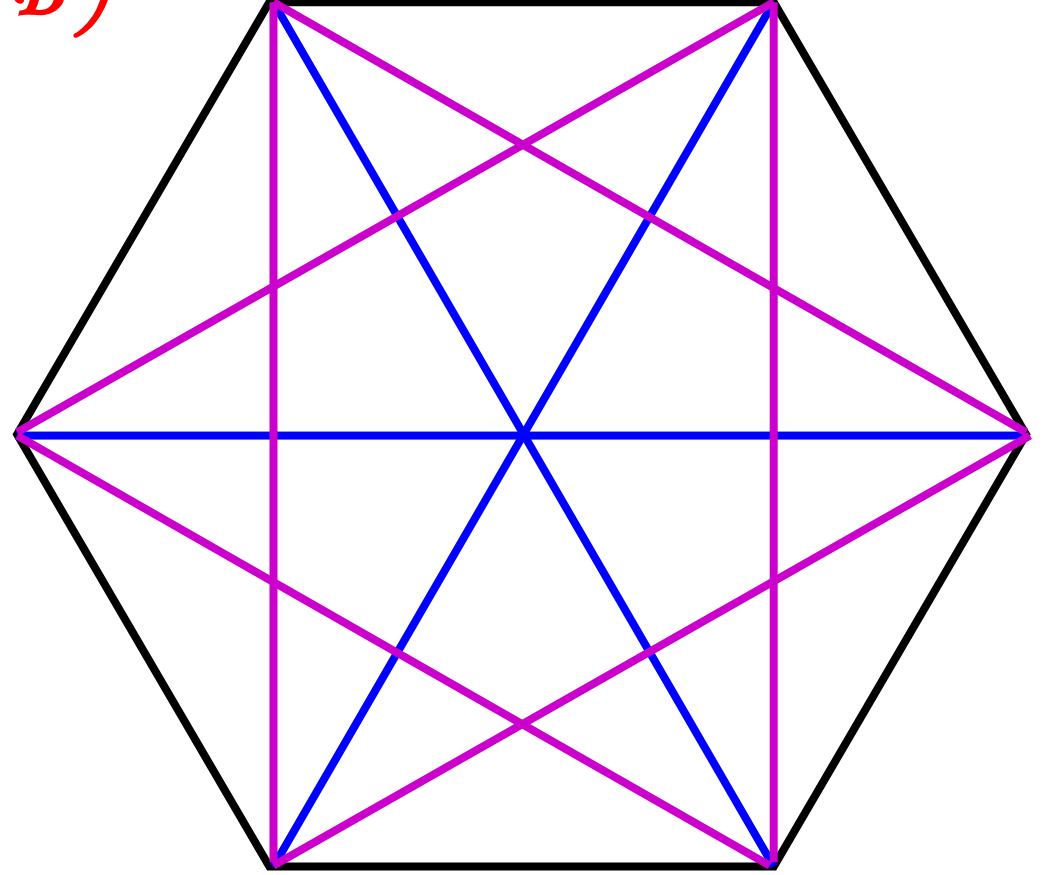
Kural 3: (Düzgün Altıgen)

A)



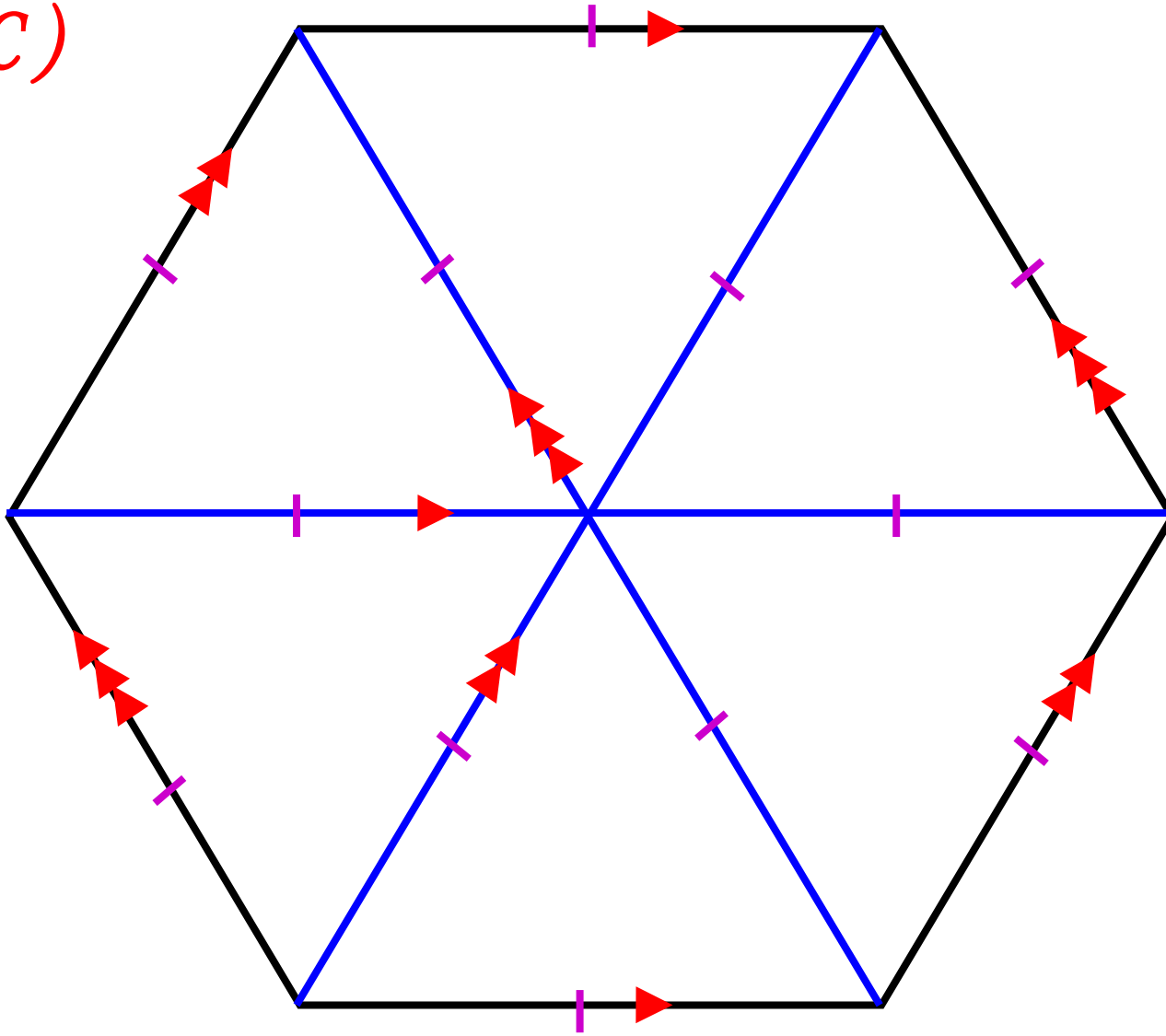
Düzgün altıgende bir iç
açının ölçüsü 120° 'dir.

B)



Düzgün altıgende; 6 tane
eş kısa köşegen, 3 tane de eş
uzun köşegen vardır.

C)



Düzgün altıgende uzun köşegenler çizildiğinde

6 tane eş eşkenar

üçgen oluşur. 1) Uzun

köşegenler aynı yönlü olan tabanlara

paraleldir. 2) Uzun

köşegen uzunluğu,

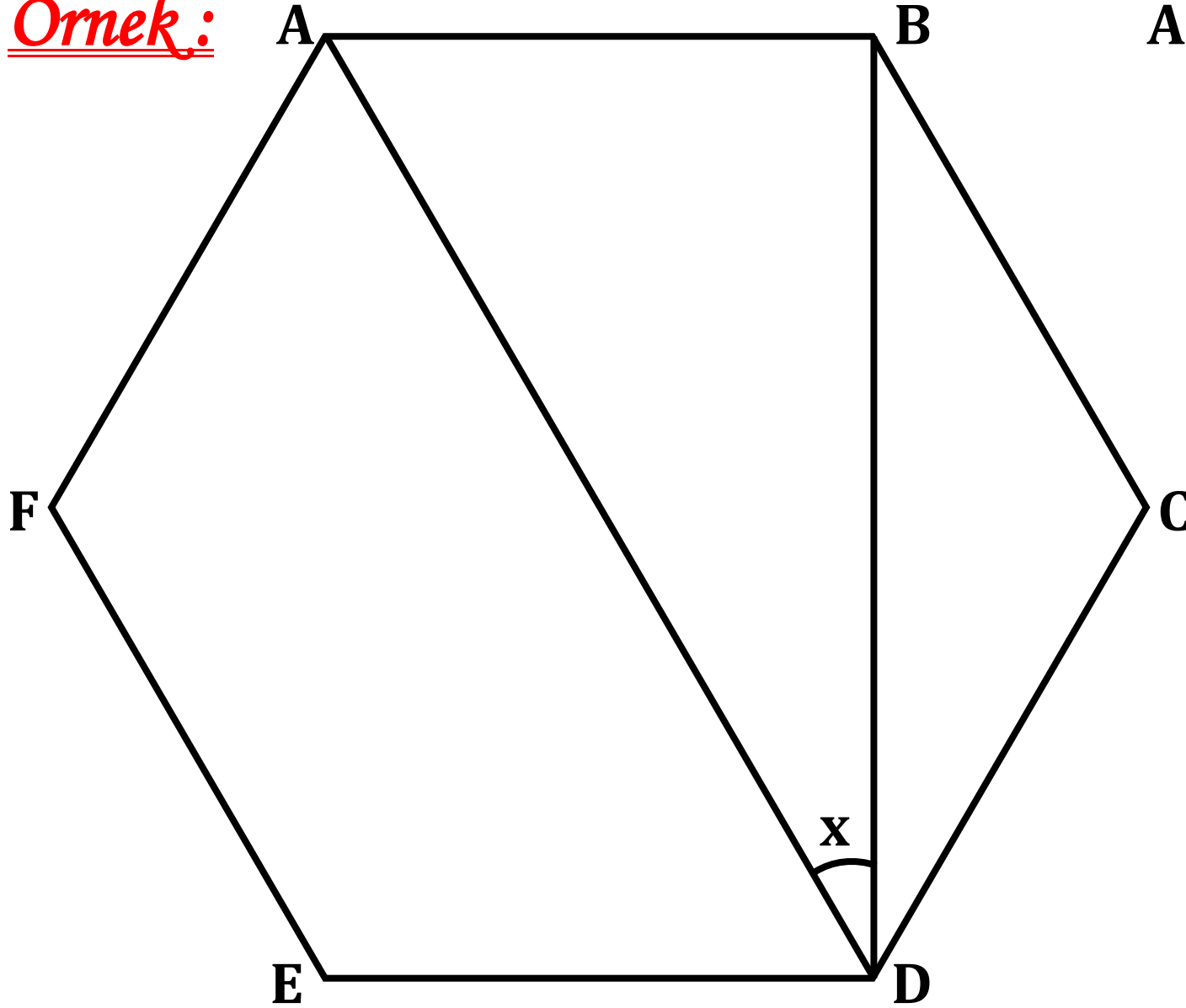
altıgenin taban uzunluğunun

2 katına eşittir.

Örnek:

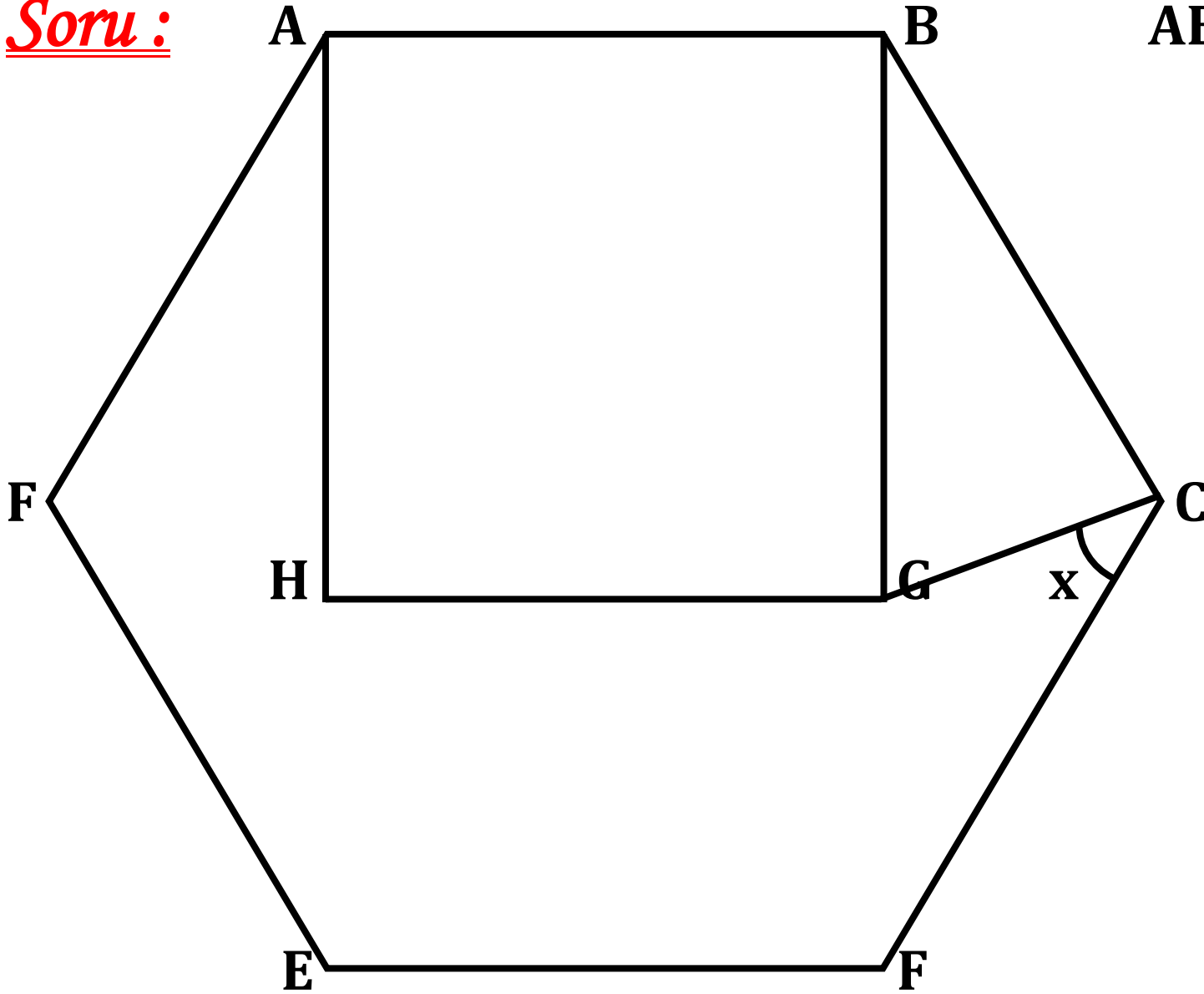
ABCDEF düzgün altıgen

ise $x = ?$



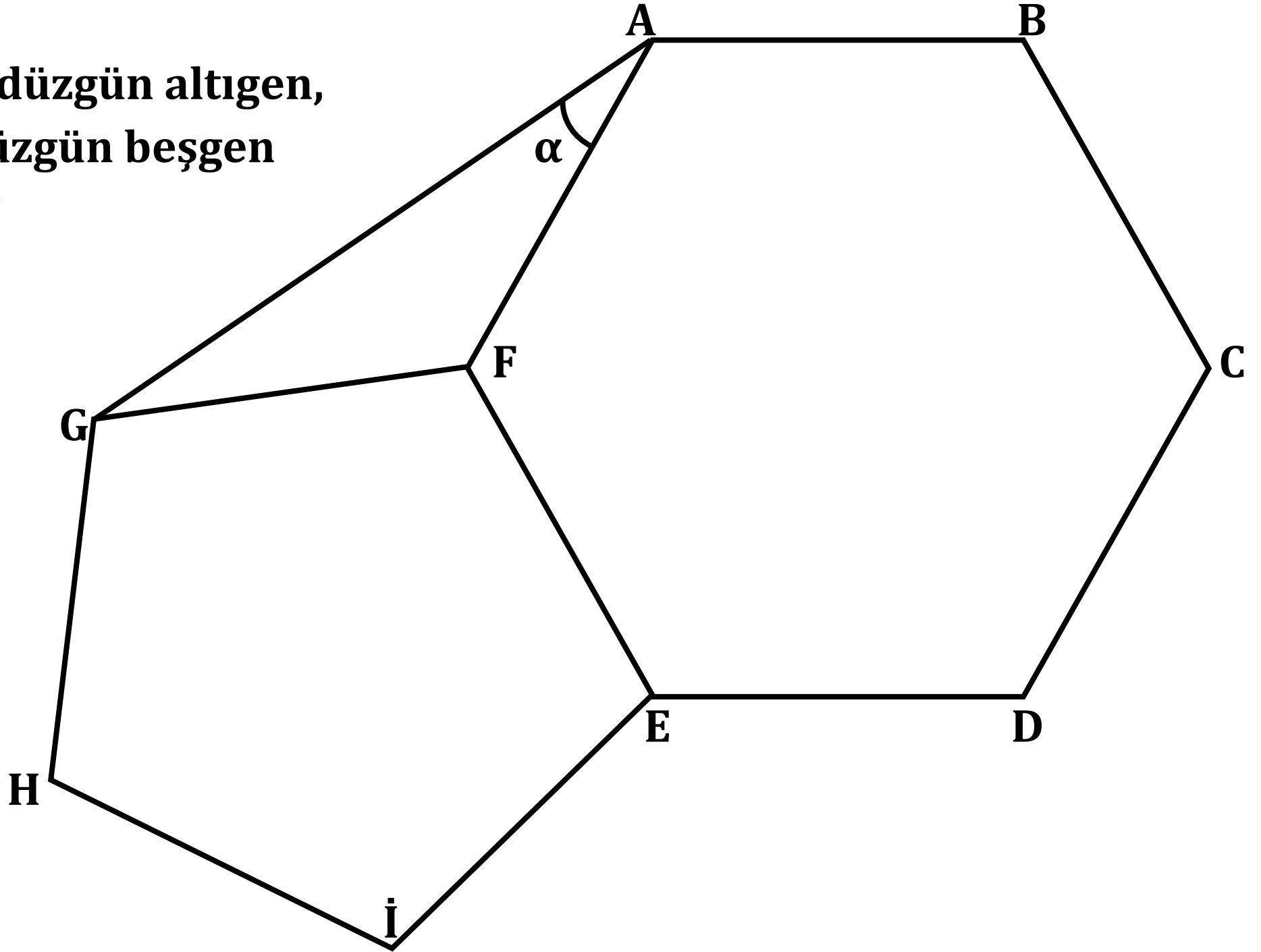
Soru :

**ABCDEF düzgün altıgen,
ABGH kare ise $x = ?$**



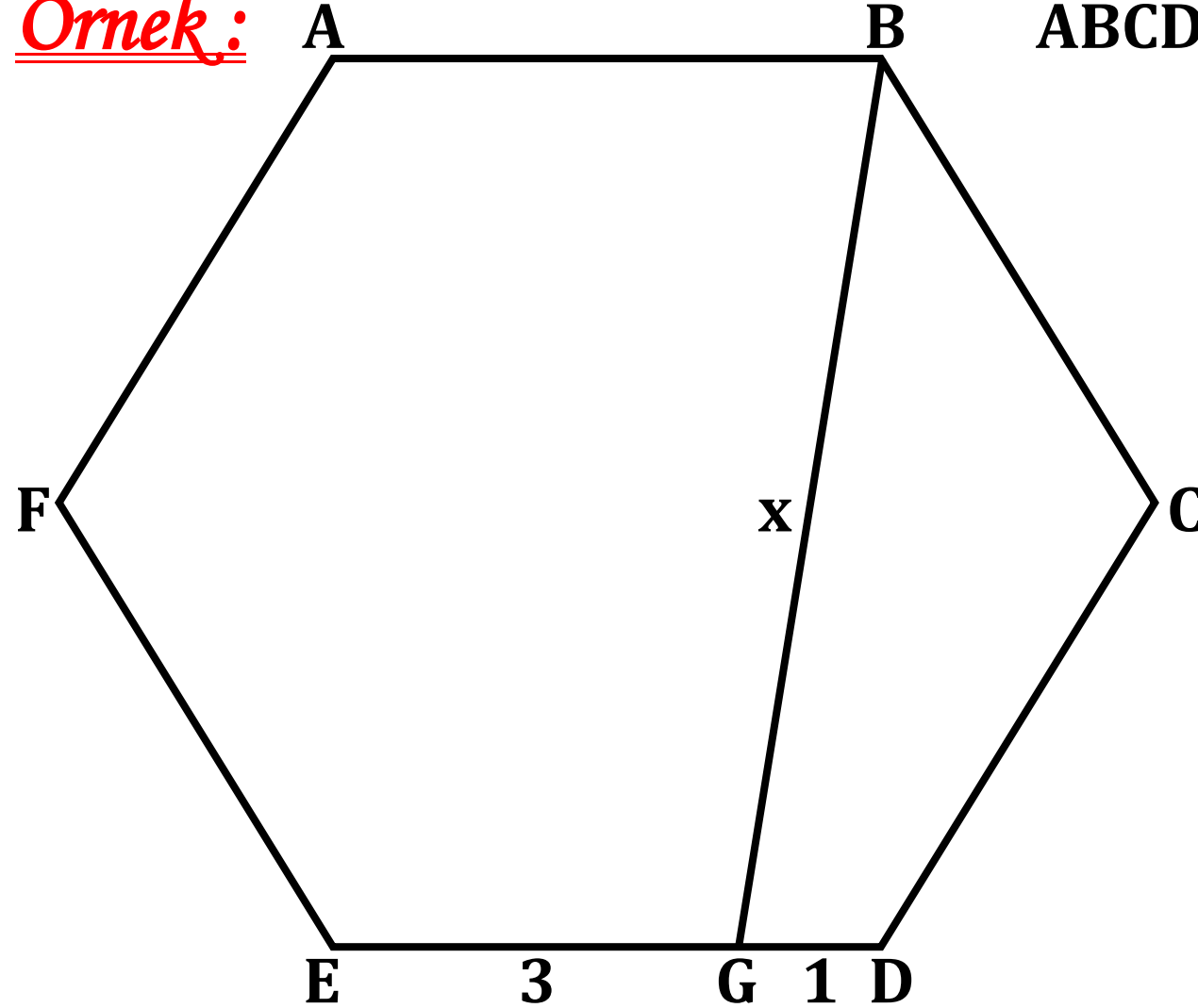
Soru :

**ABCDEF düzgün altıgen,
EFGHİ düzgün beşgen
ise $\alpha = ?$**



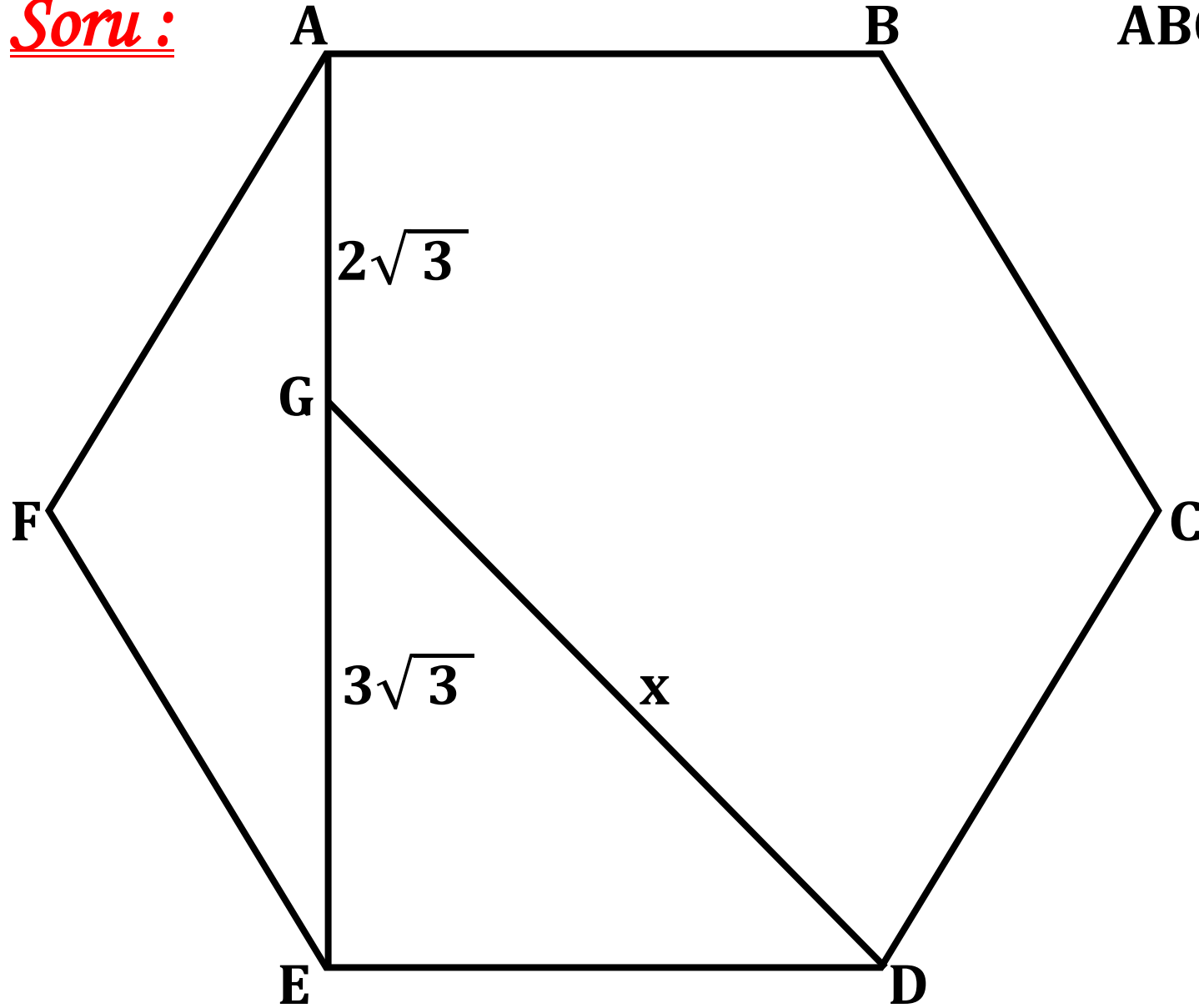
Hatırlatma : $30^\circ - 30^\circ - 120^\circ$ üçgeninde; 30° 'nin gördüğü kenar uzunluğu **x** br ise, 120° 'nin gördüğü kenar uzunluğu **$x\sqrt{3}$** br'dir.

Örnek : ABCDEF düzgün altıgen ise $x = ?$



Soru :

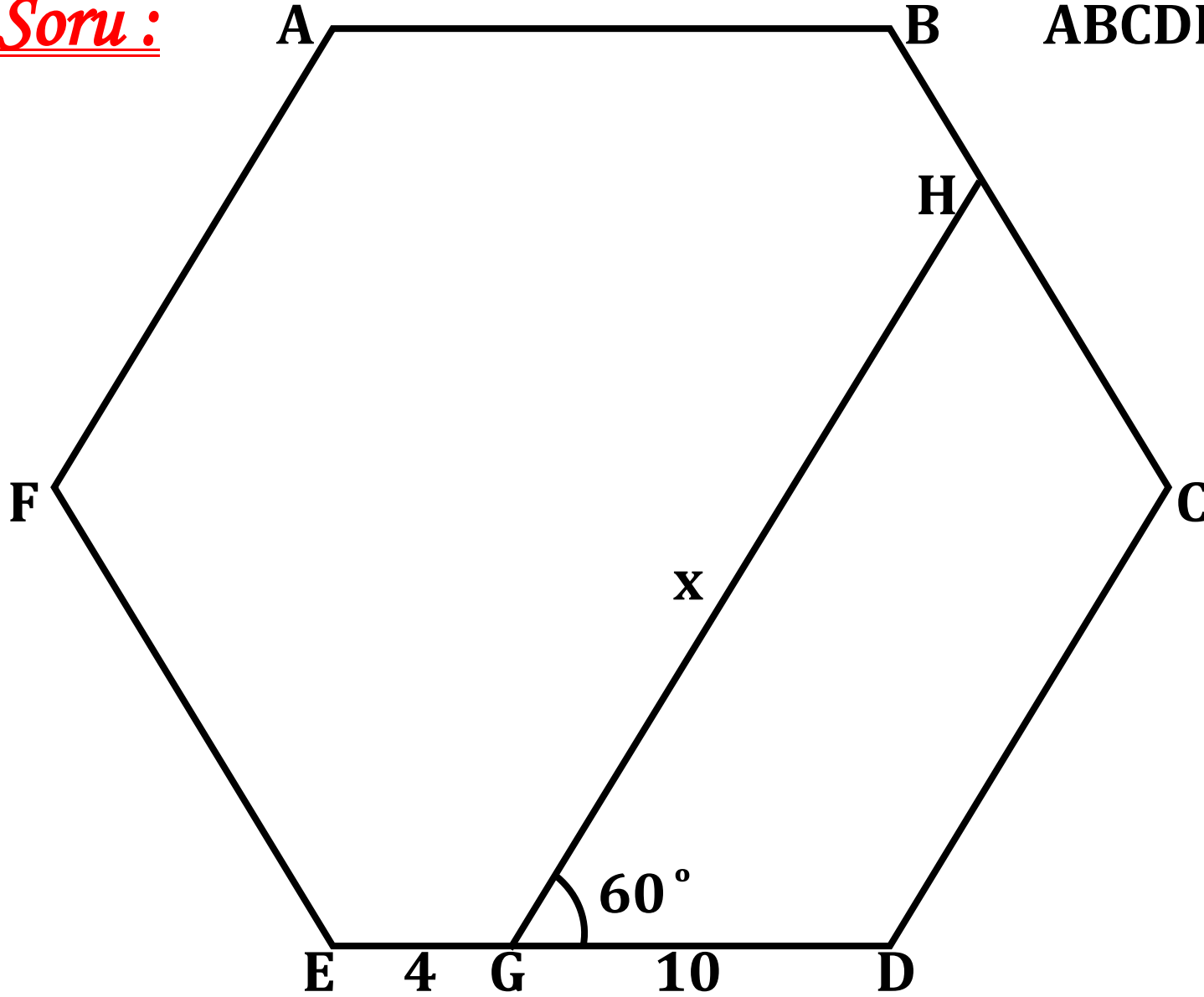
**ABCDEF düzgün altıgen
ise $x = ?$**



Soru :

ABCDEF düzgün altıgen ise

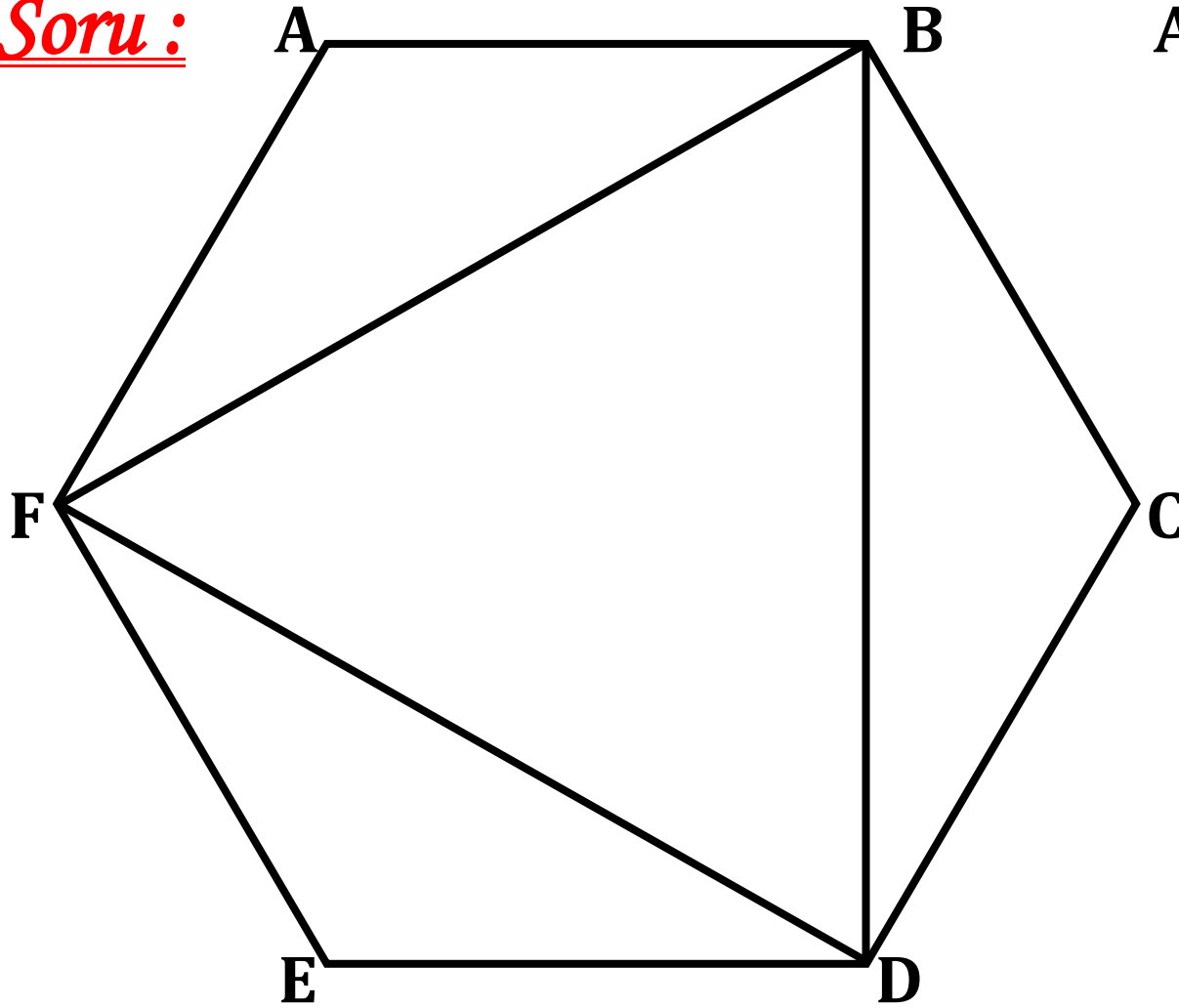
$x = ?$



(C ile D'yi uzat ve birleştir. Oluşan özel üçgenlerden x bulunur.)

~ 05A - 35 ~

Soru :



ABCDEF düzgün altıgen olup

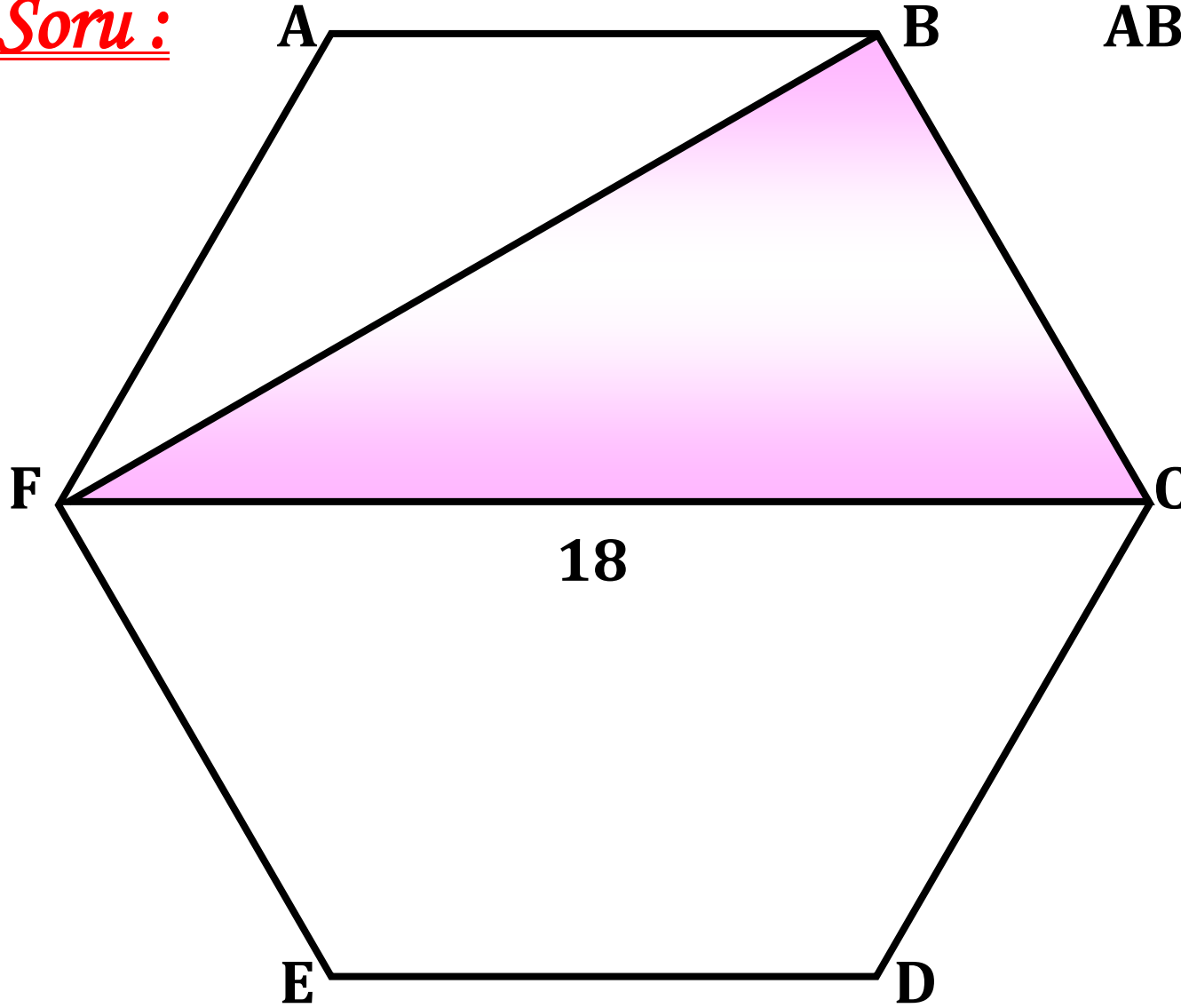
$\angle (ABCDEF) = 36$ br ise

A) $\angle (BDF) = ?$

B) $\angle (BDF) = ?$

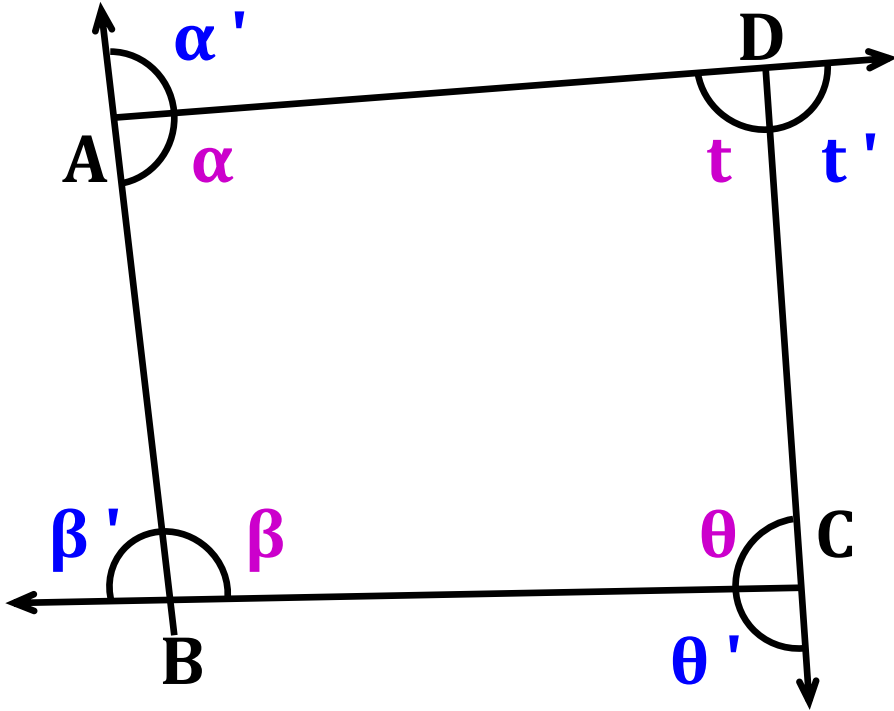
Soru :

**ABCDEF düzgün altıgen ise
boyalı bölgenin alanını
bulunuz.**



Dörtgenler Ve Özellikleri

Kural 1:



ABCD dörtgeninde ;

1) İç açılarının ölçüleri toplamı
 360° 'dir.

$$\alpha + \beta + t + \theta = 360^\circ \text{ 'dir.}$$

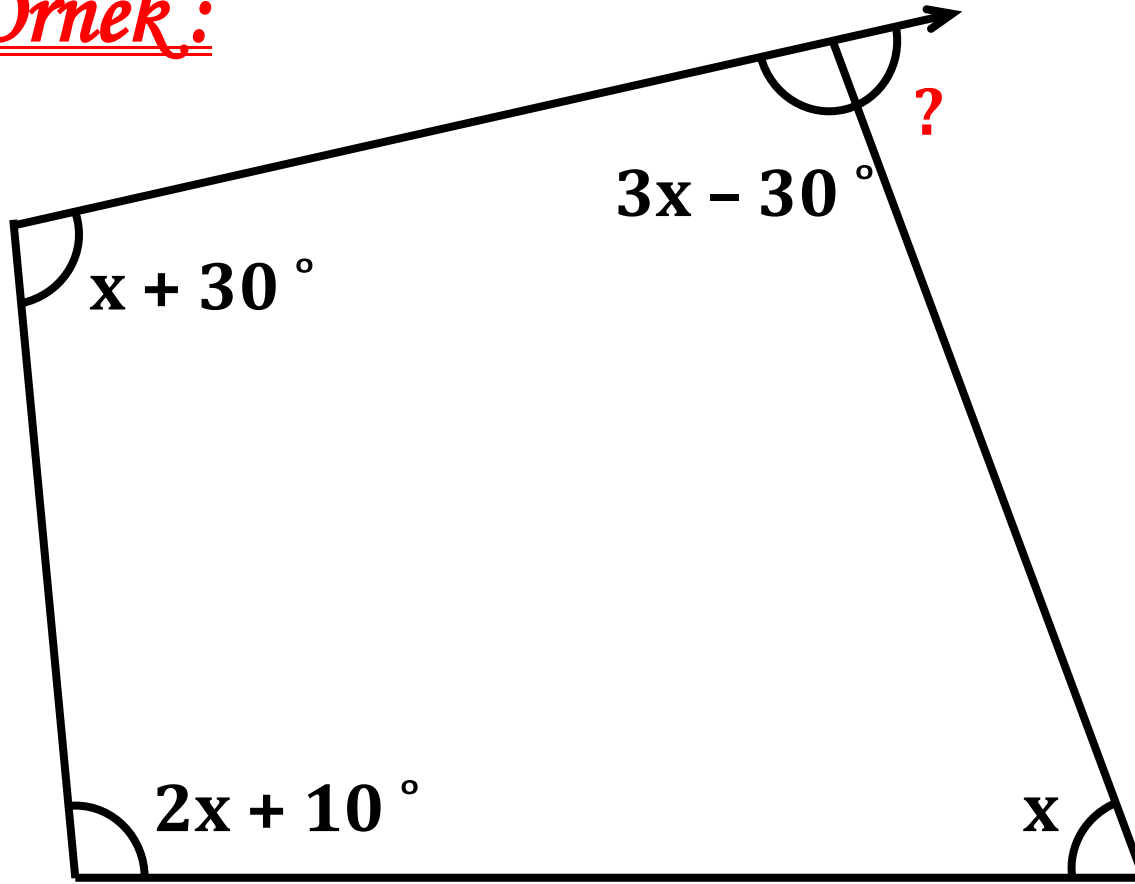
2) Dış açılarının ölçüleri toplamı
da 360° 'dir.

$$\alpha' + \beta' + t' + \theta' = 360^\circ \text{ 'dir.}$$

*** Bütünler olan komşu iki açının toplamı 180° idi.

$$\alpha + \alpha' = t + t' = \beta + \beta' = \theta + \theta' = 180^\circ \text{ 'dir.}$$

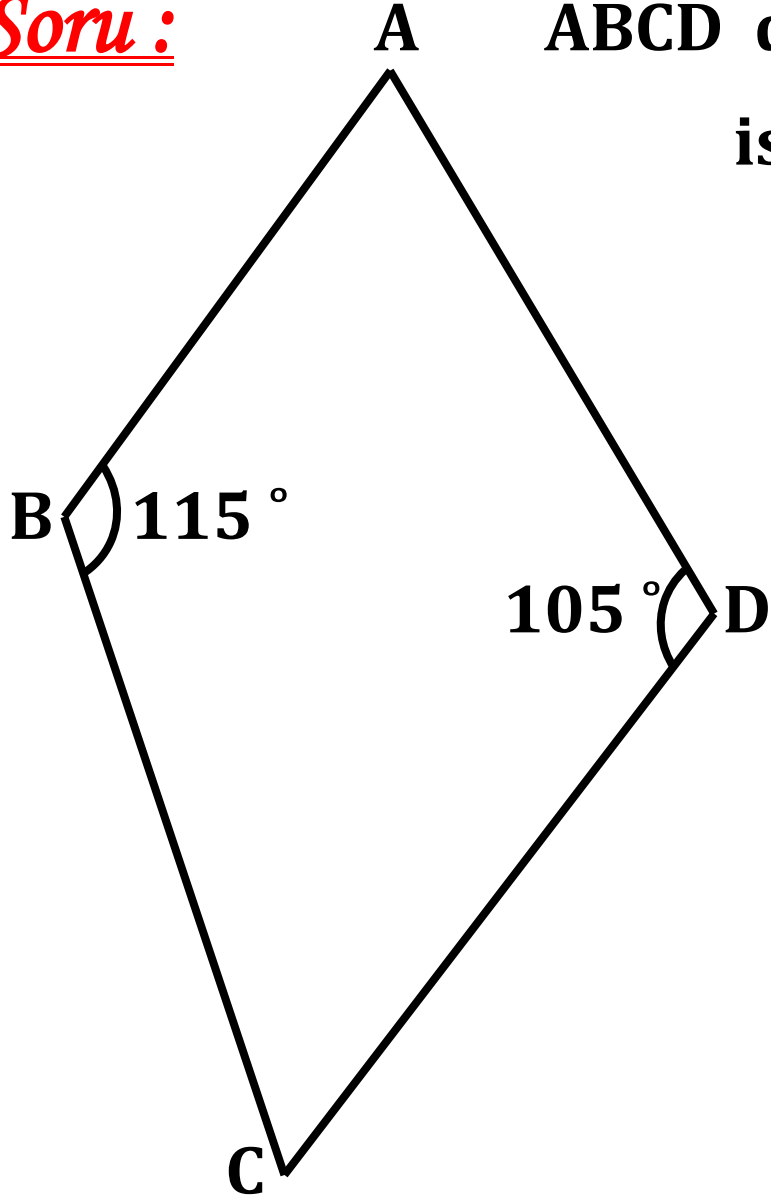
Örnek:



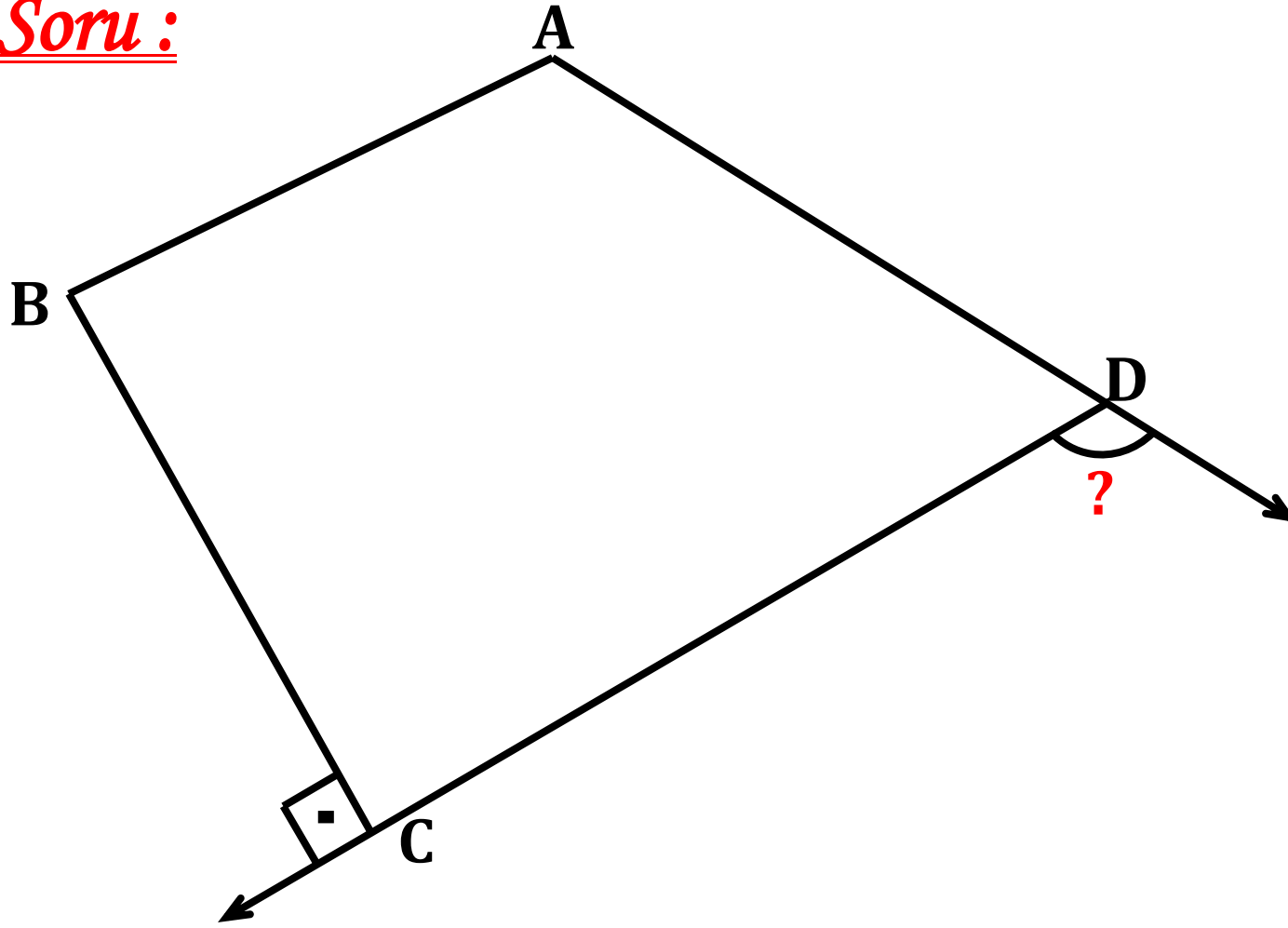
Dörtgende verilenlere göre istenen açıyı bulunuz.

Soru :

ABCD dörtgeninde $3 \cdot m(\widehat{BAD}) = 4 \cdot m(\widehat{BCD})$
ise $m(\widehat{BAD}) = ?$



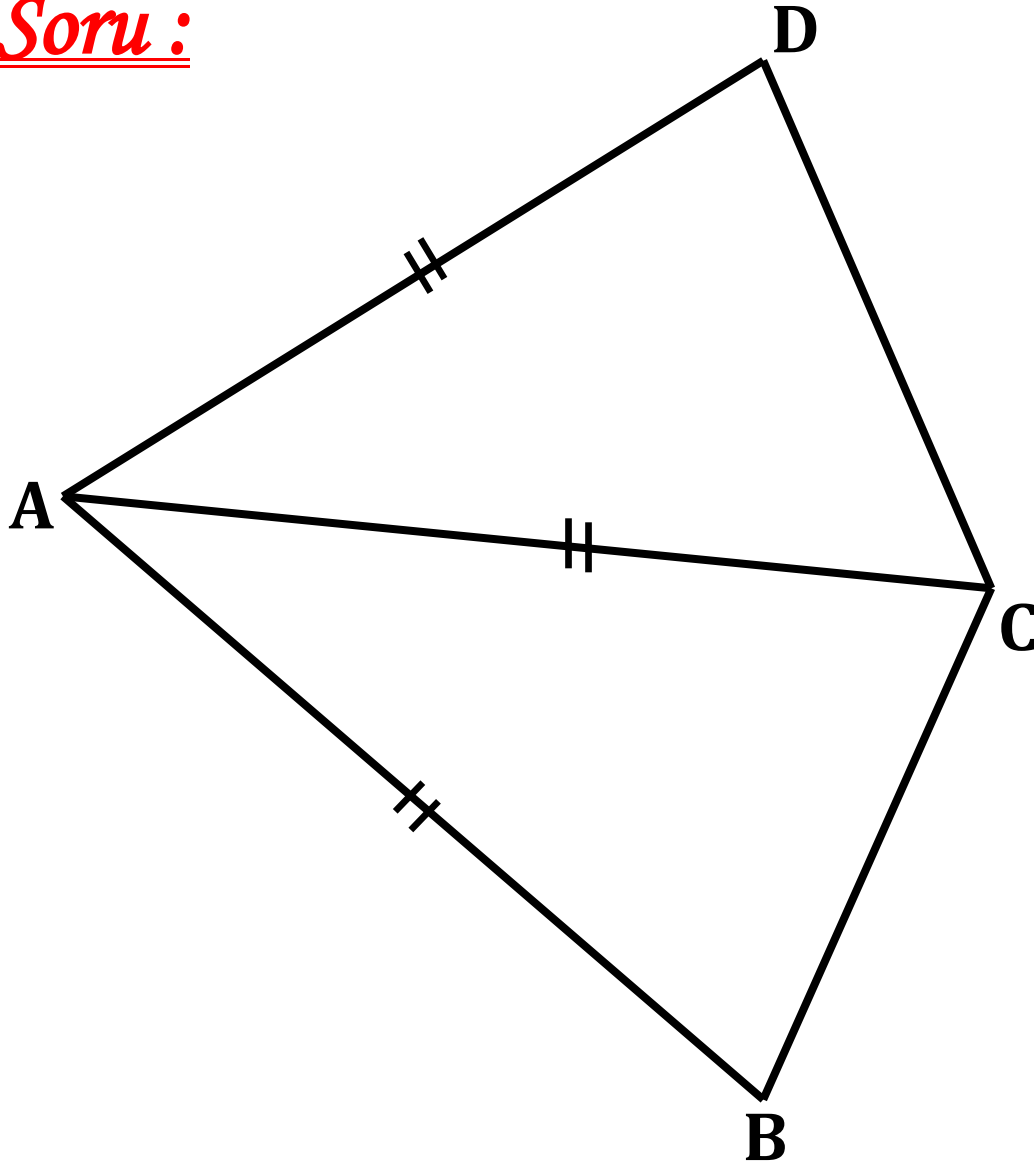
Soru :



ABCD dörtgeninde

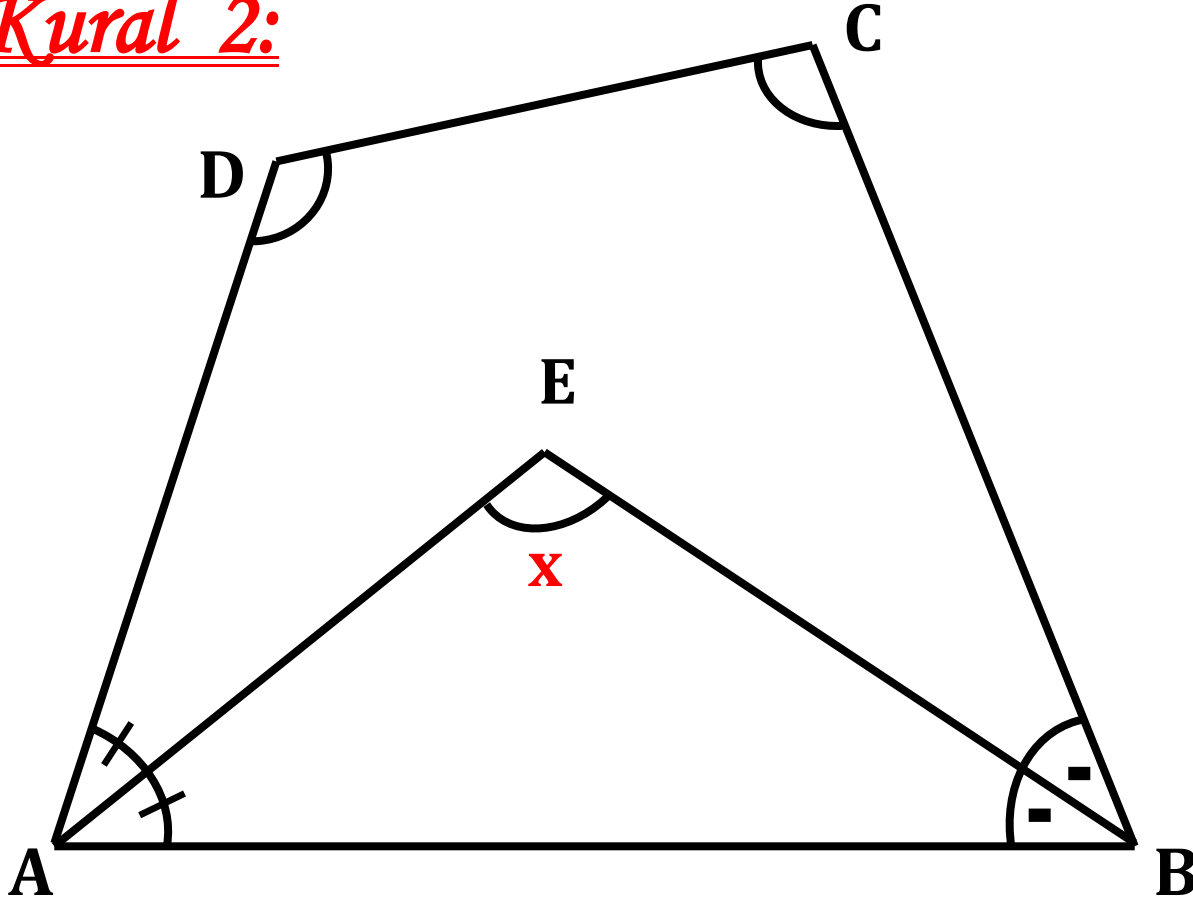
$3 . m (\widehat{BAD}) = 10 . m (\widehat{ADC}) = 6 . m (\widehat{ABC})$ ise istenen açıyı bulunuz.

Soru :



ABCD dörtgeninde $m(\widehat{DAB}) = 70^\circ$ ise $m(\widehat{BCD}) = ?$

Kural 2:



[AE] ve [BE] açıortay ise

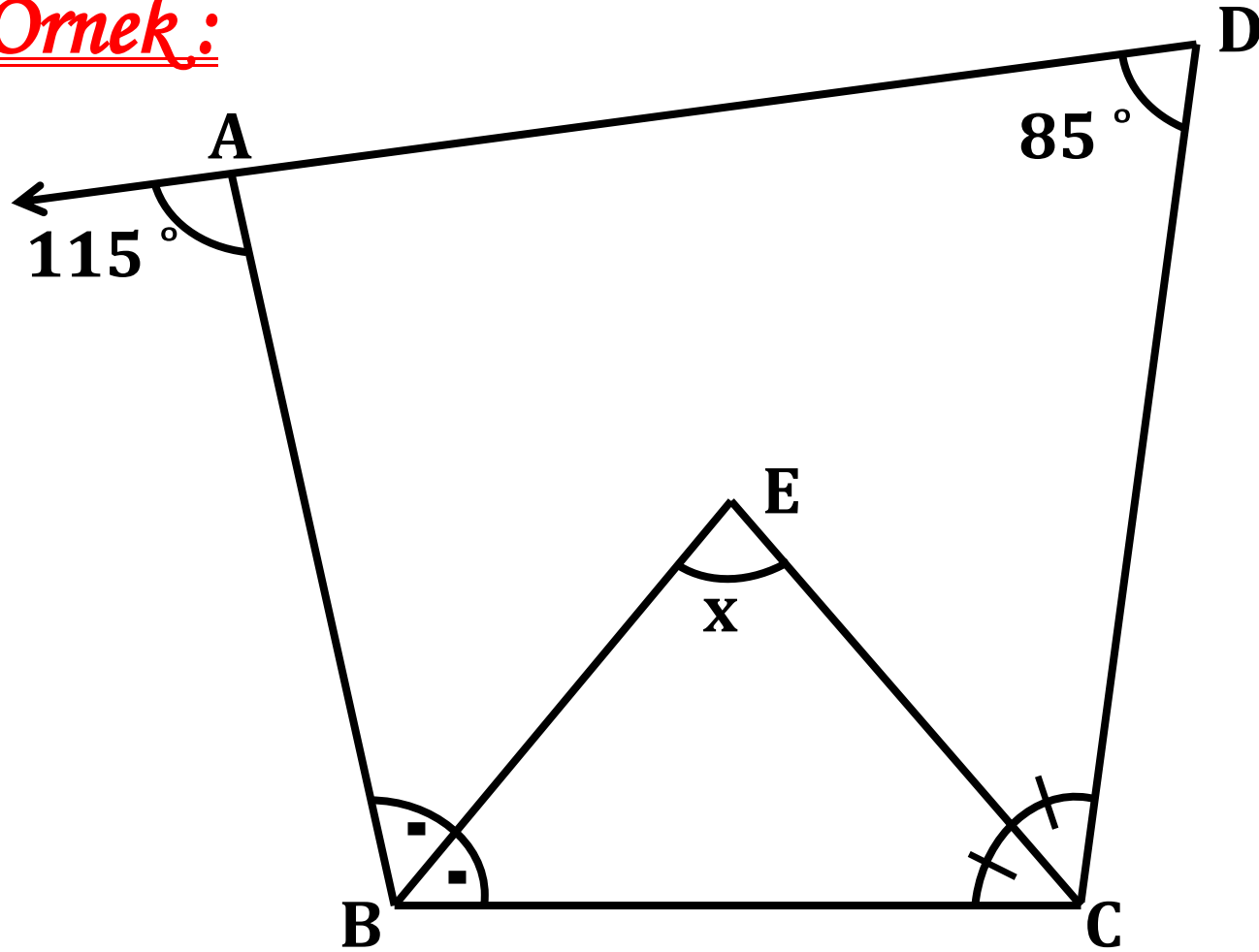
$$x = \frac{m(\widehat{D}) + m(\widehat{C})}{2}$$

olarak alınır.

Açıortayın bulunmadığı
köşe açılarının toplamının
yarısı alınır.

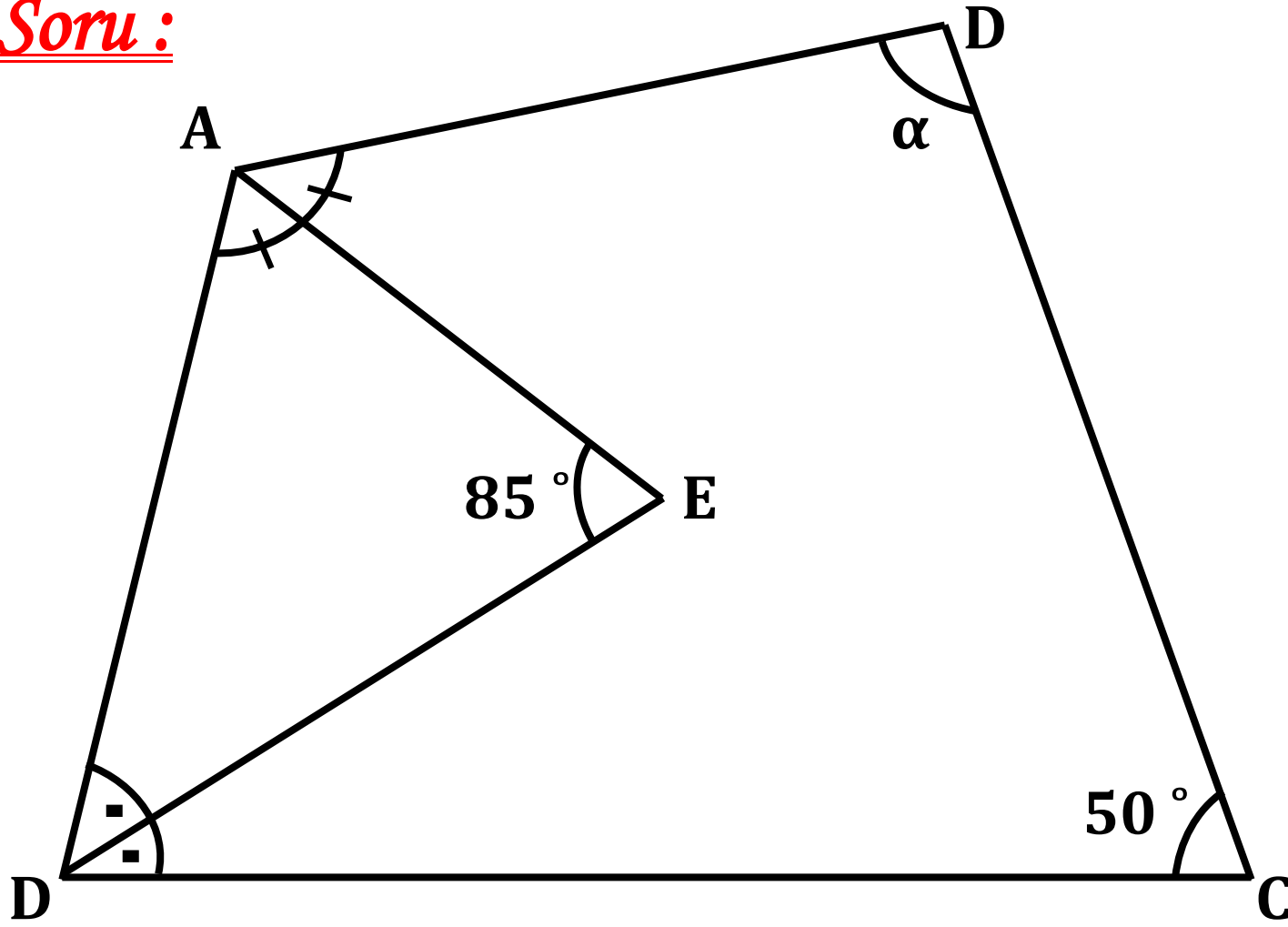
2. Yol: Dörtgendeki ve üçgendeki iç açılar toplamından da
sonuca gidilebilir.

Örnek:



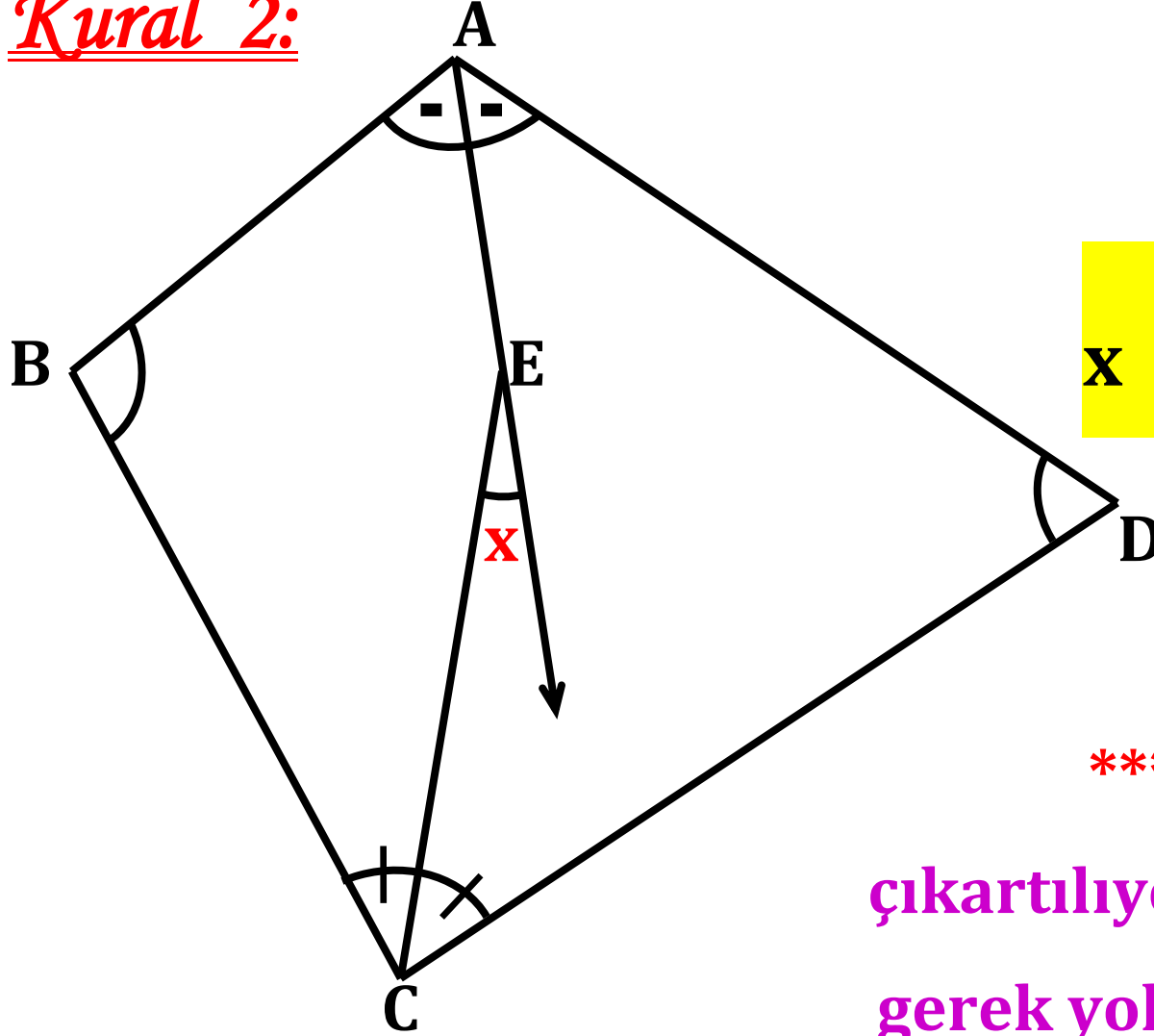
$$x = ?$$

Soru :



$$\alpha = ?$$

Kural 2:



[AE] ve [CE] açıortay ise

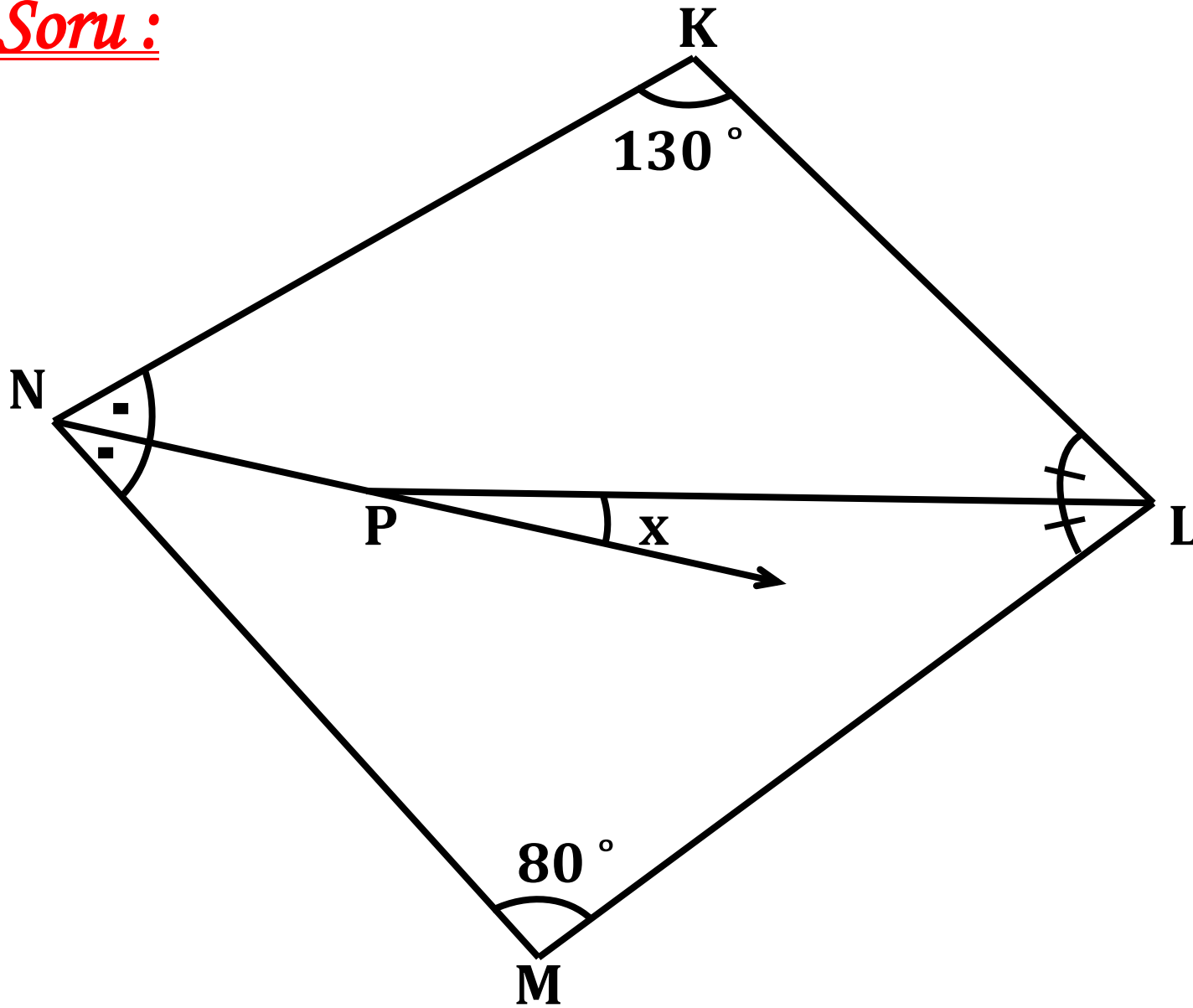
$$X = \frac{| m(\widehat{B}) - m(\widehat{D}) |}{2}$$

olarak alınır.

*** Büyük açıdan küçük açı
çıkartılıyorsa, mutlak değeri almaya
gerek yoktur.

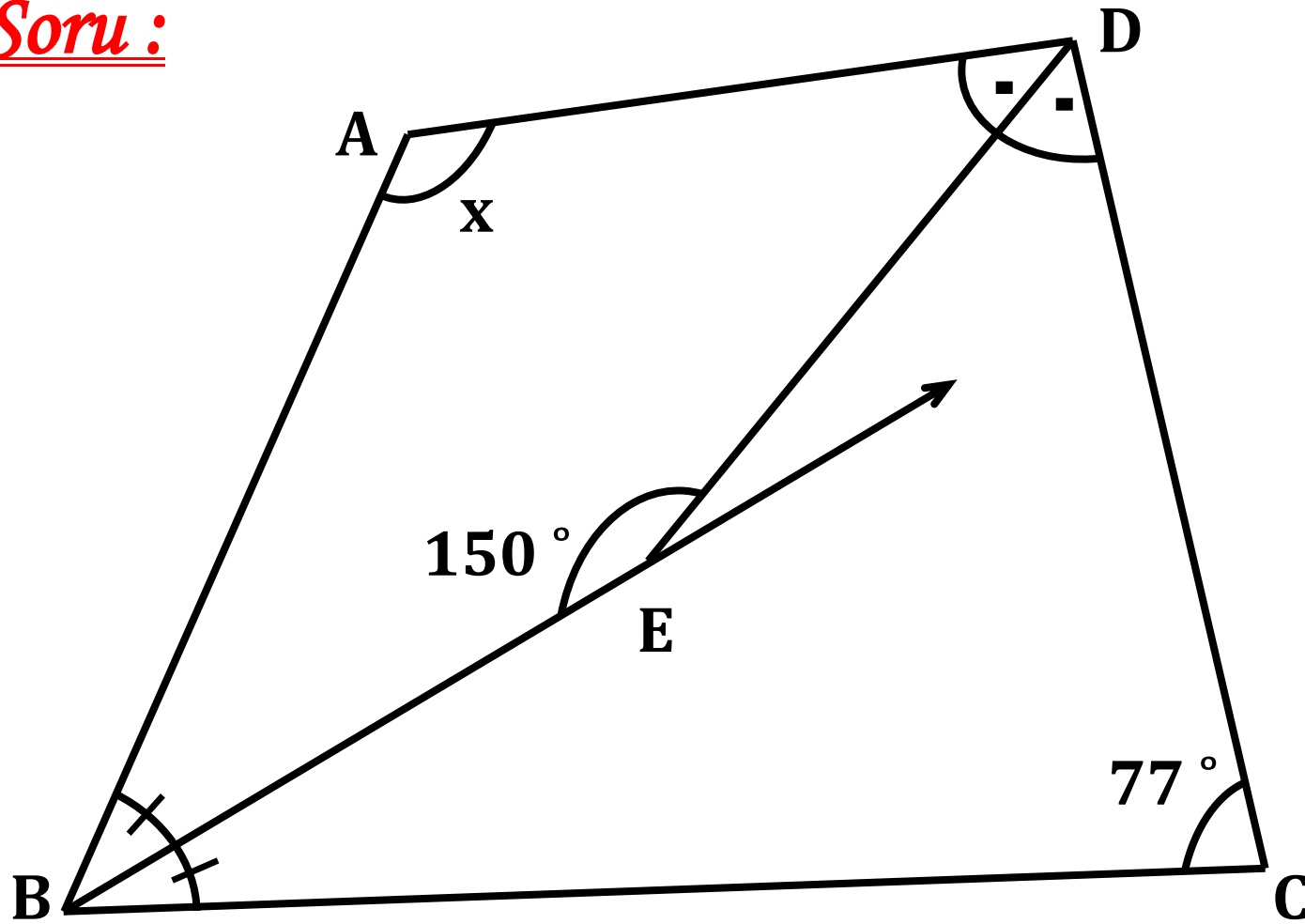
2. Yol: Büyük dörtgen ve iç dörtgenlerdeki açılardan da
sonuca gidilebilir.

Soru :



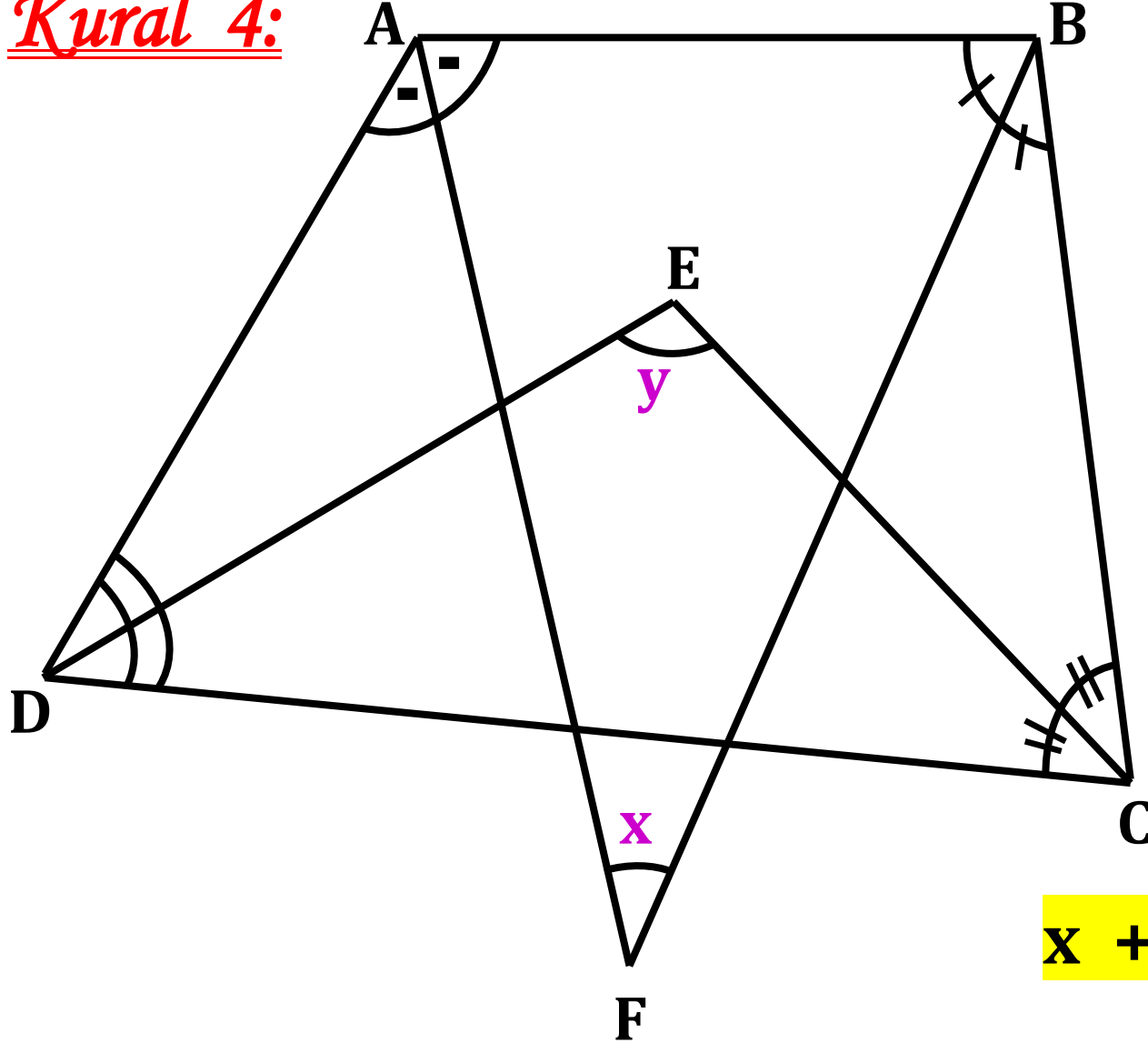
$$x = ?$$

Soru :



$$x = ?$$

Kural 4:

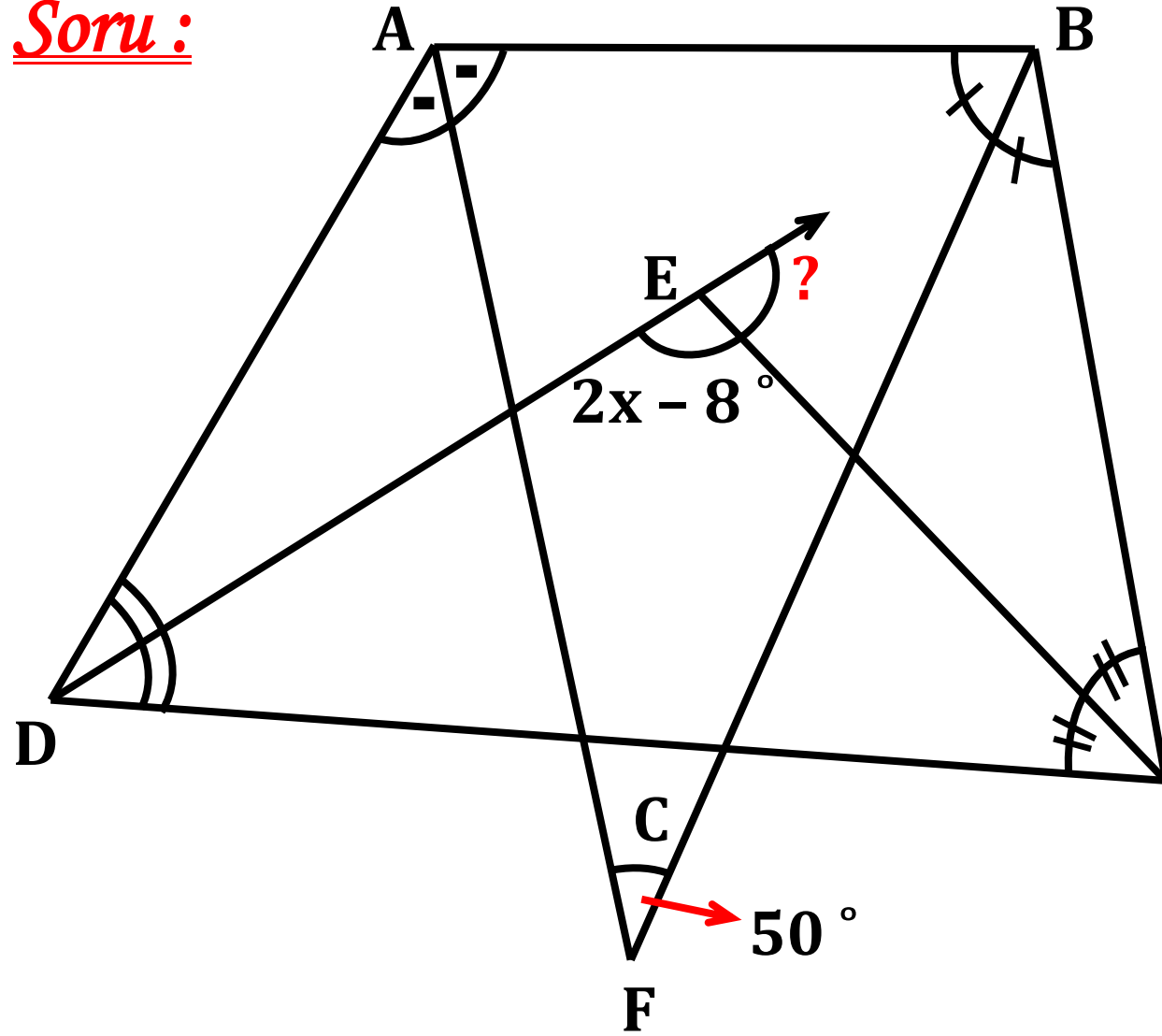


$[AF]$, $[BF]$, $[CE]$ ve $[DE]$ açıortaylar ise ,
açıortayların oluşturduğu
dörtgende çapraz köşe
açılarının ölçüleri toplamı
 180° 'dir.

$$x + y = 180^\circ \text{ olarak alınır.}$$

2. Yol: Üçgen ve dörtgen açı kurallarından da bulunabilir.

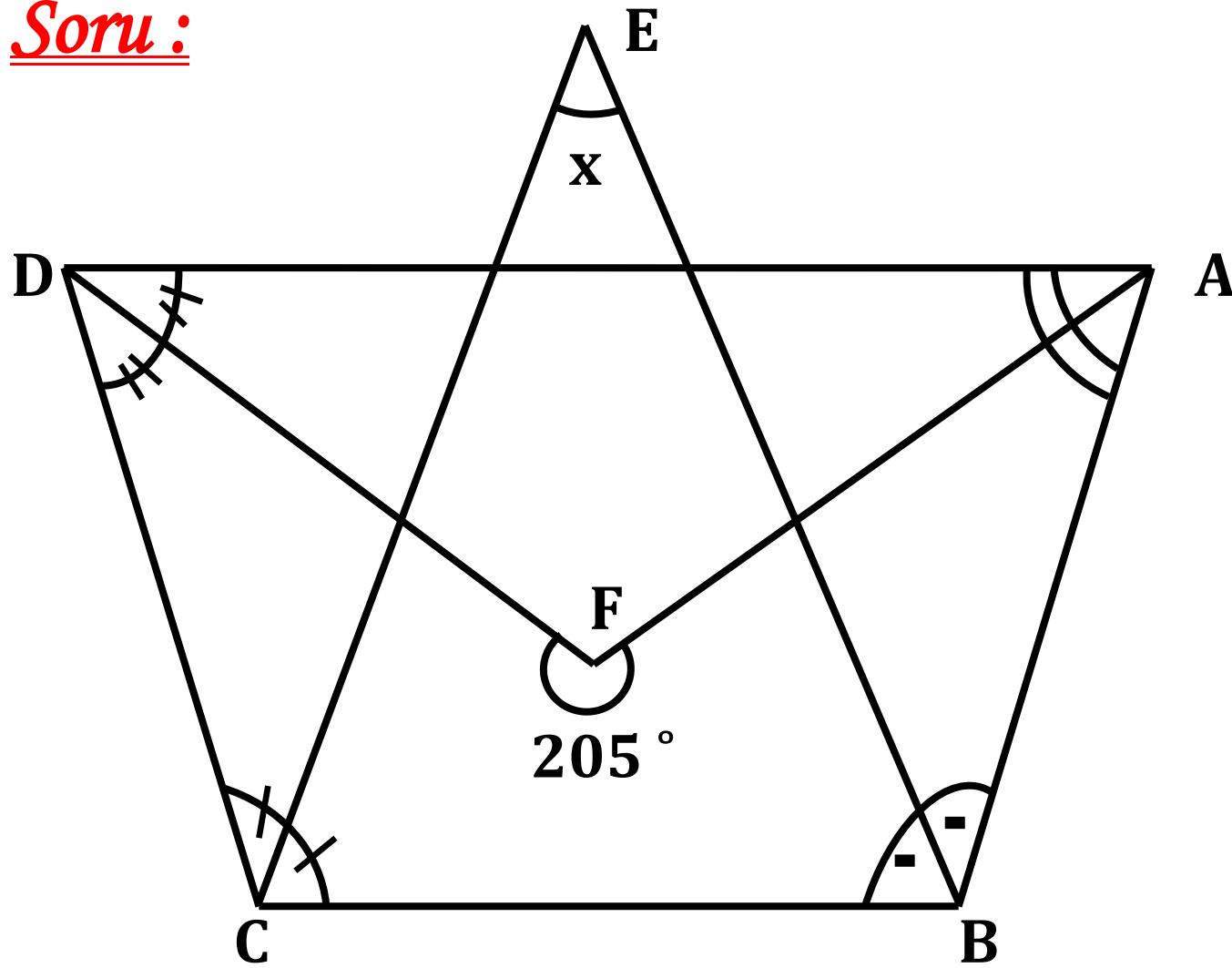
Soru :



A) $x = ?$

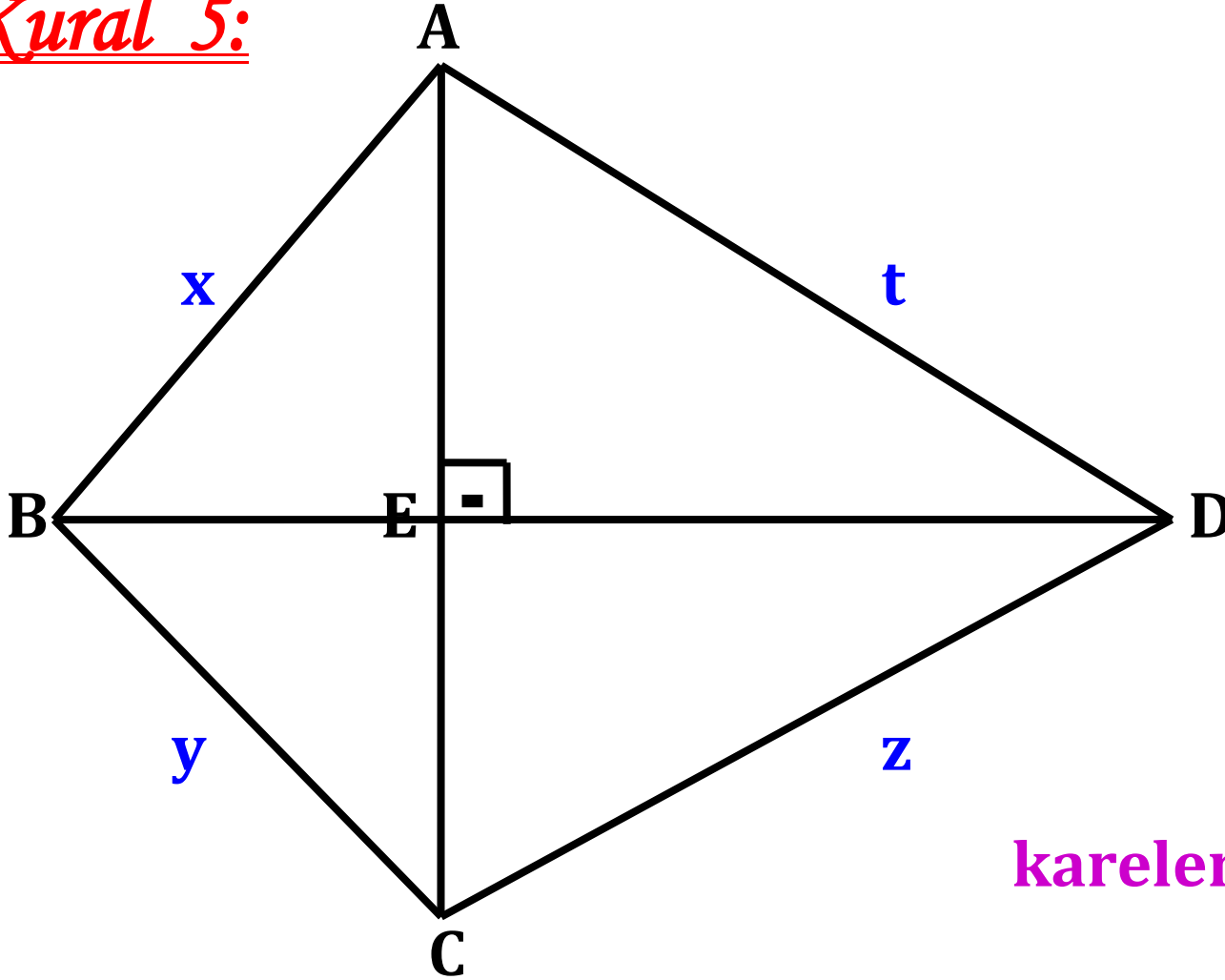
B) İstenen açıyı bulunuz.

Soru :



$$x = ?$$

Kural 5:

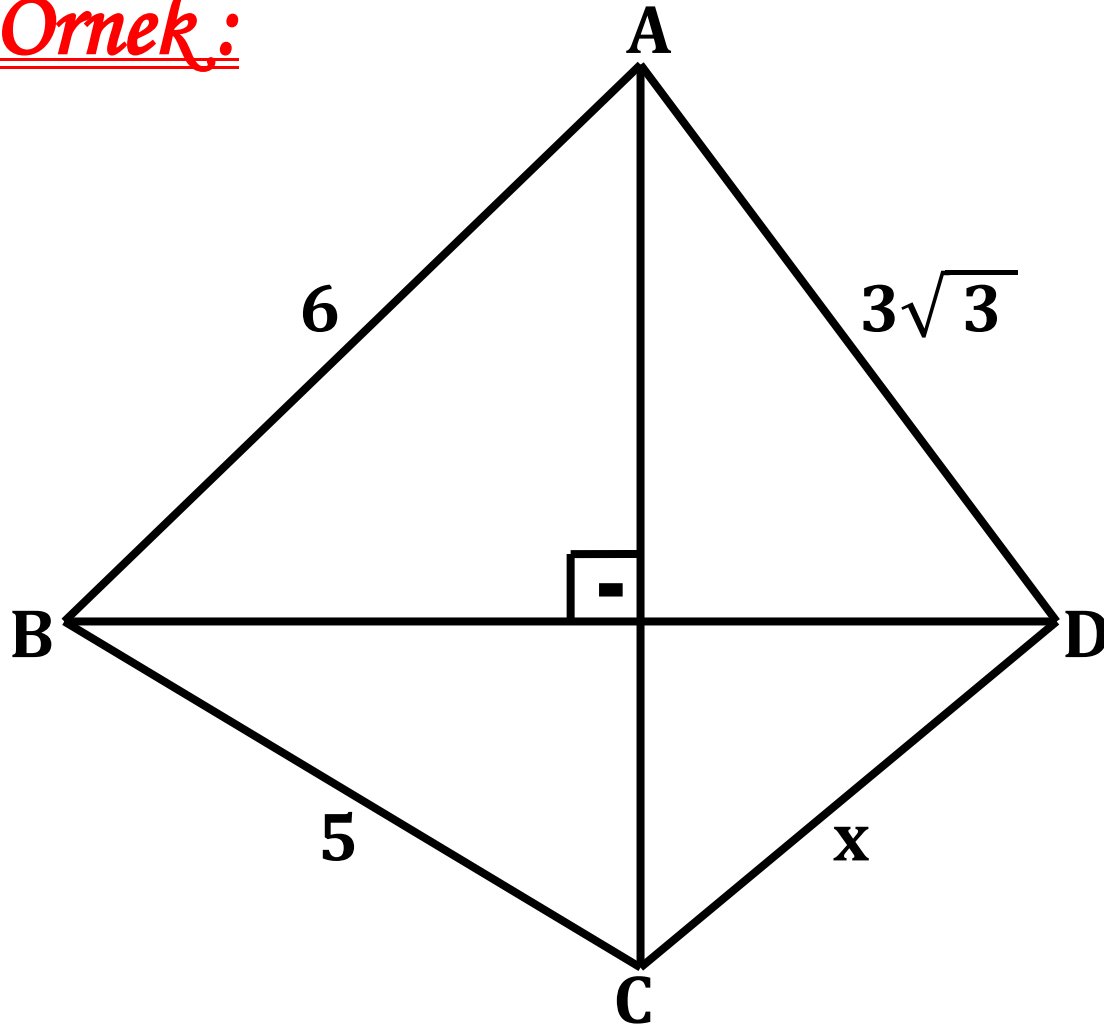


ABCD dörtgeninde
köşegenler dik
kesişıyorsa,
dörtgenin çapraz
kenar uzunluklarının
kareleri toplamı birbirine eşittir.

$$x^2 + z^2 = y^2 + t^2 \text{ olarak alınır.}$$

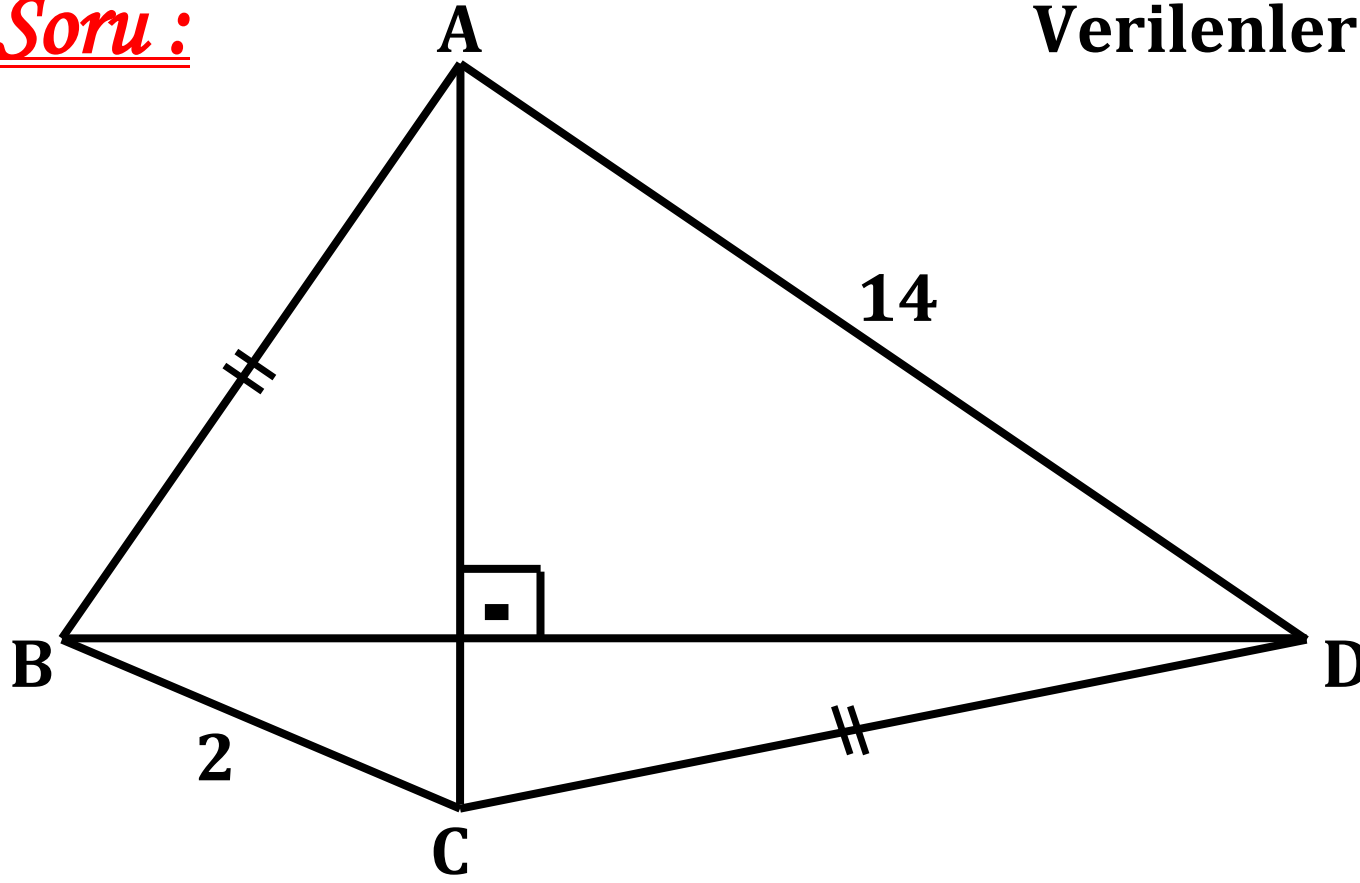
Örnek:

Verilenlere göre $x = ?$



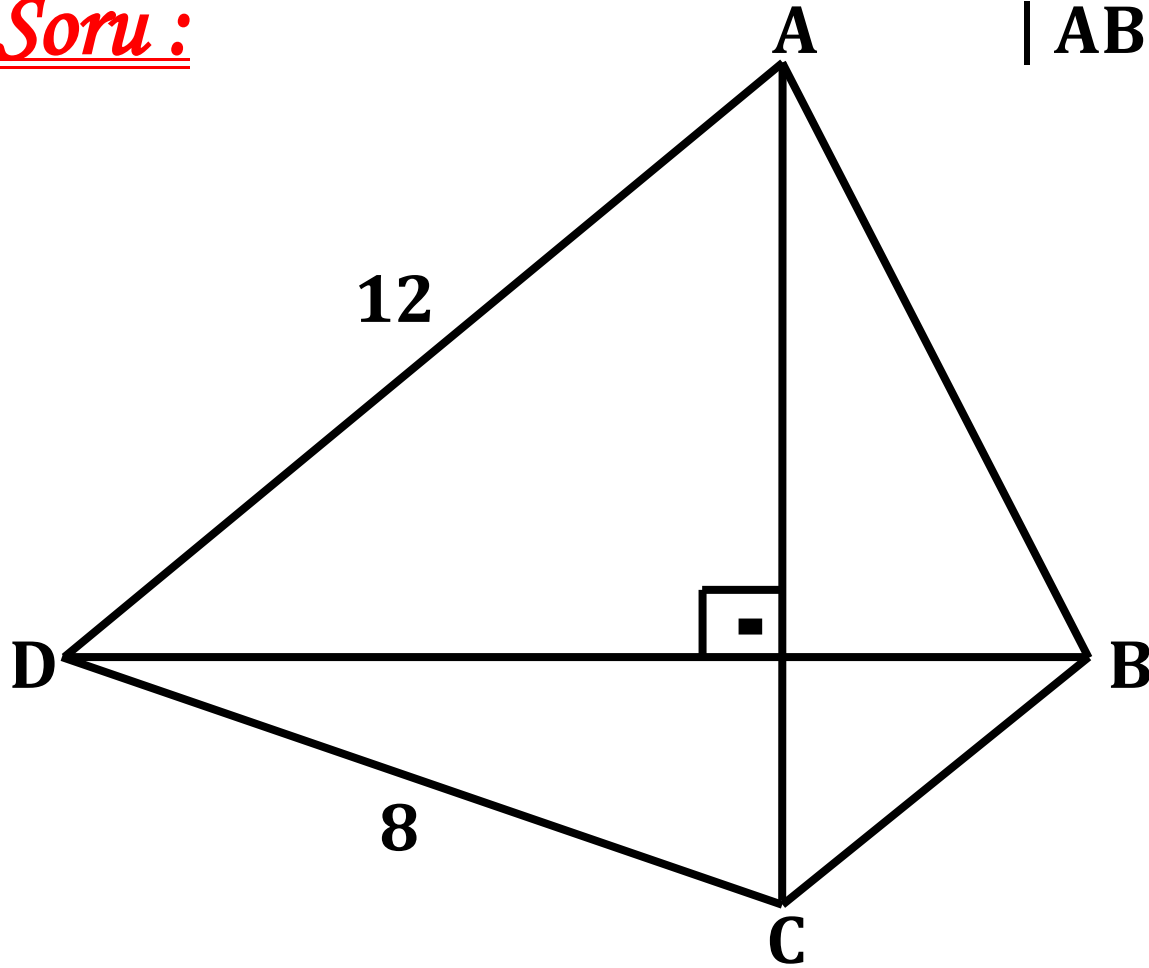
Soru :

Verilenlere göre $\angle (ABCD) = ?$



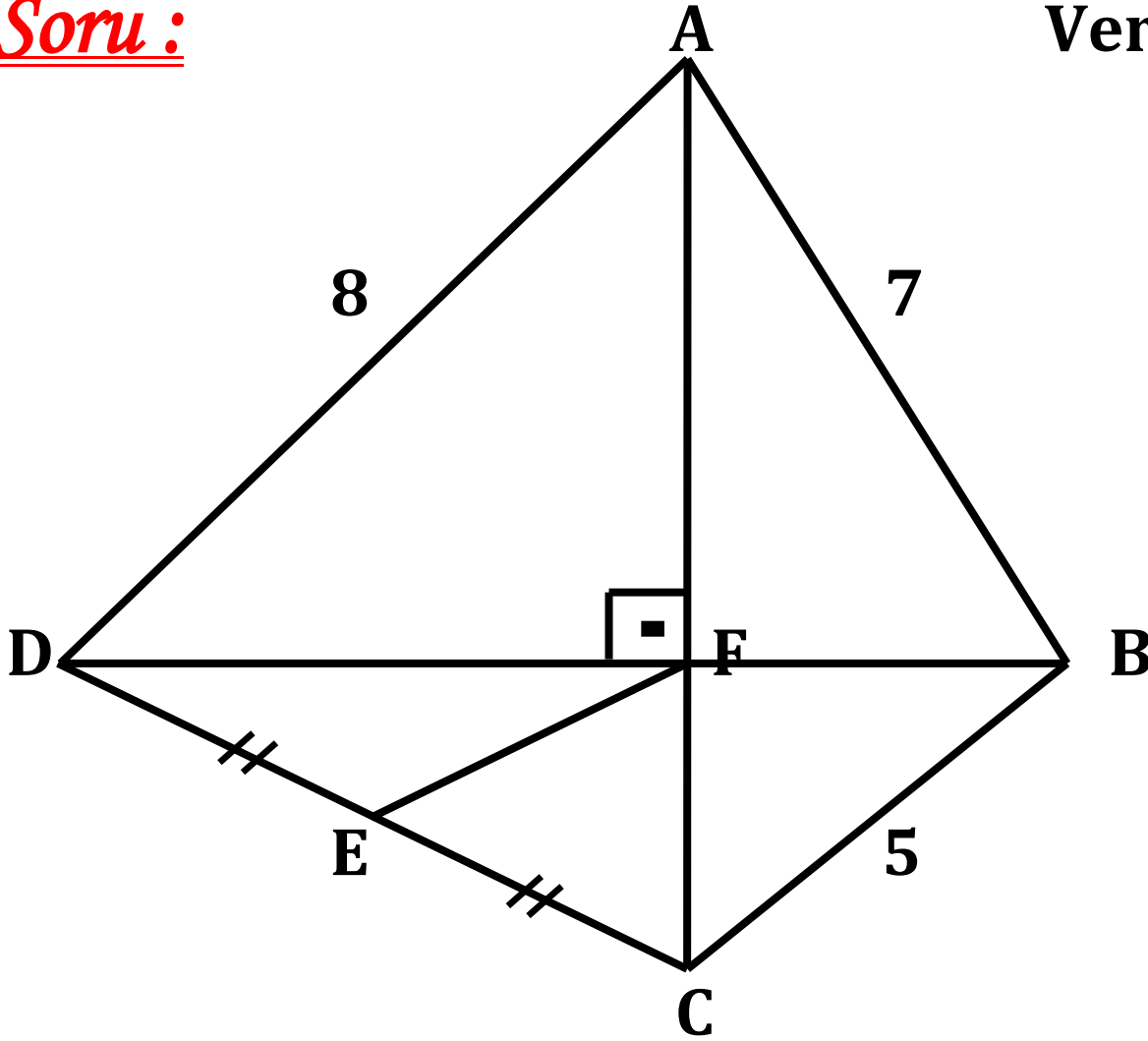
Soru :

$|AB| = 3 \cdot |BC|$ ise $|BC| = ?$

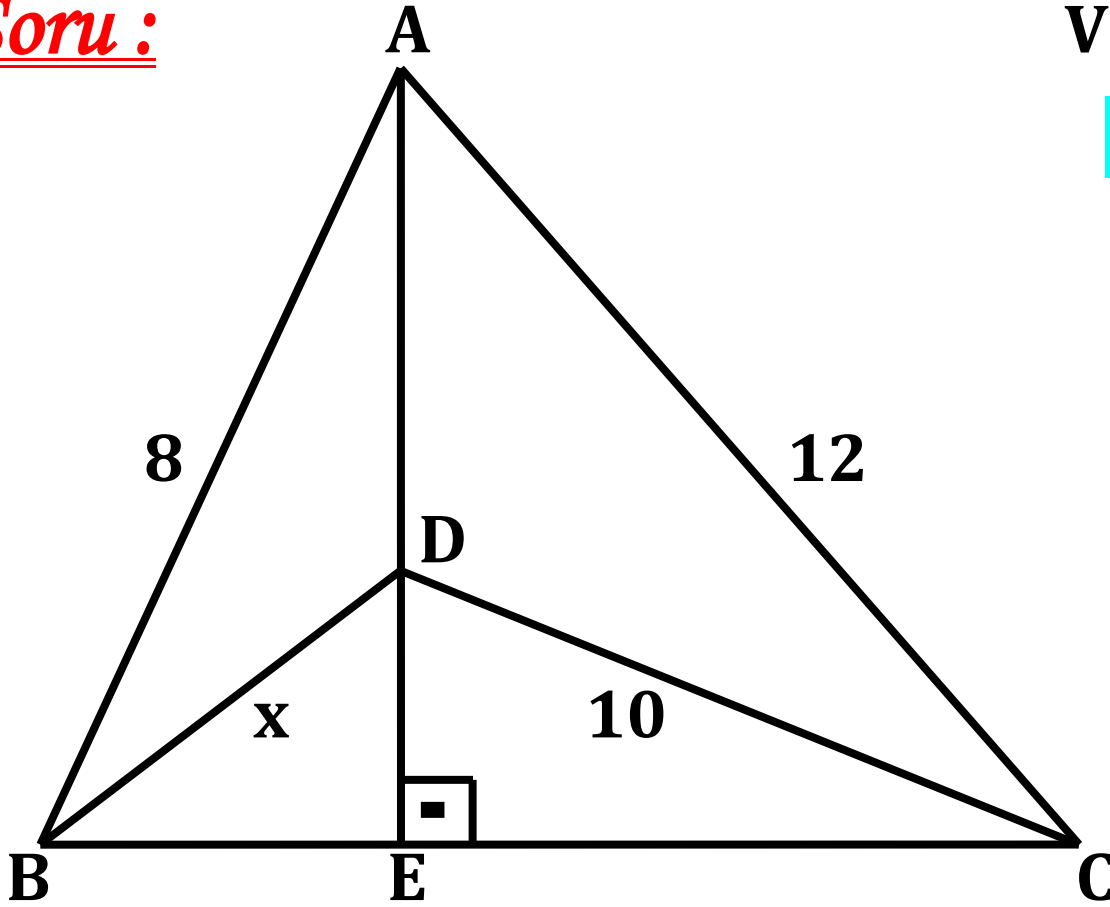


Soru :

Verilenlere göre $|EF| = ?$



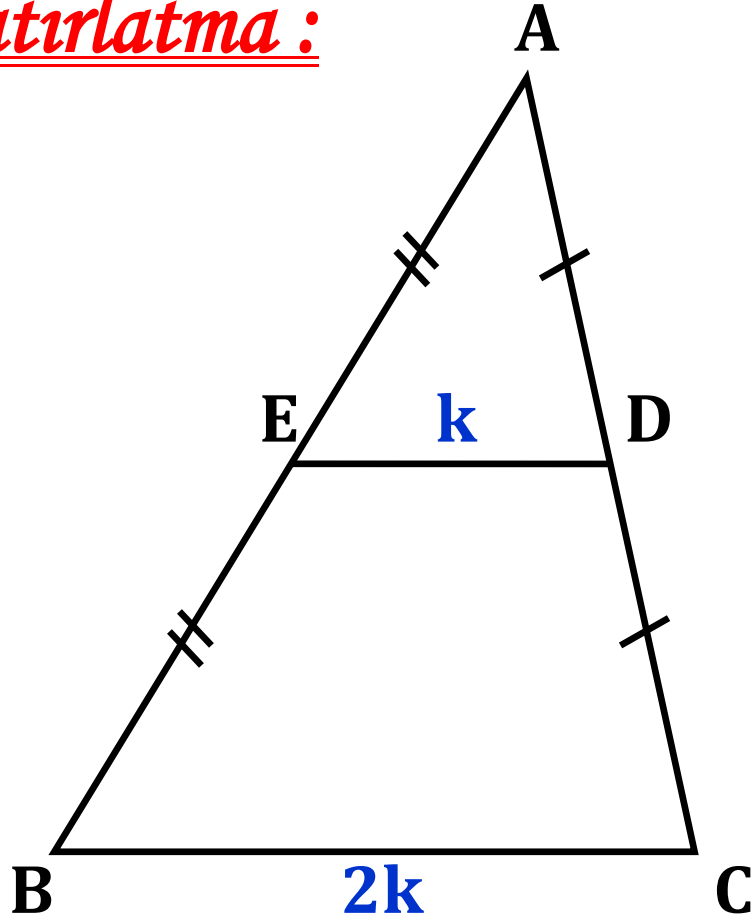
Soru :



Verilenlere göre $x = ?$

(BDC üçgeninin simetriği aşağı çizilir ve kural uygulanır.)

Hatırlatma :



(Temel Orantı)

E ile D orta noktalar ise,

büyük ile küçük üçgen arasında

1 'e 2 oranı vardı.

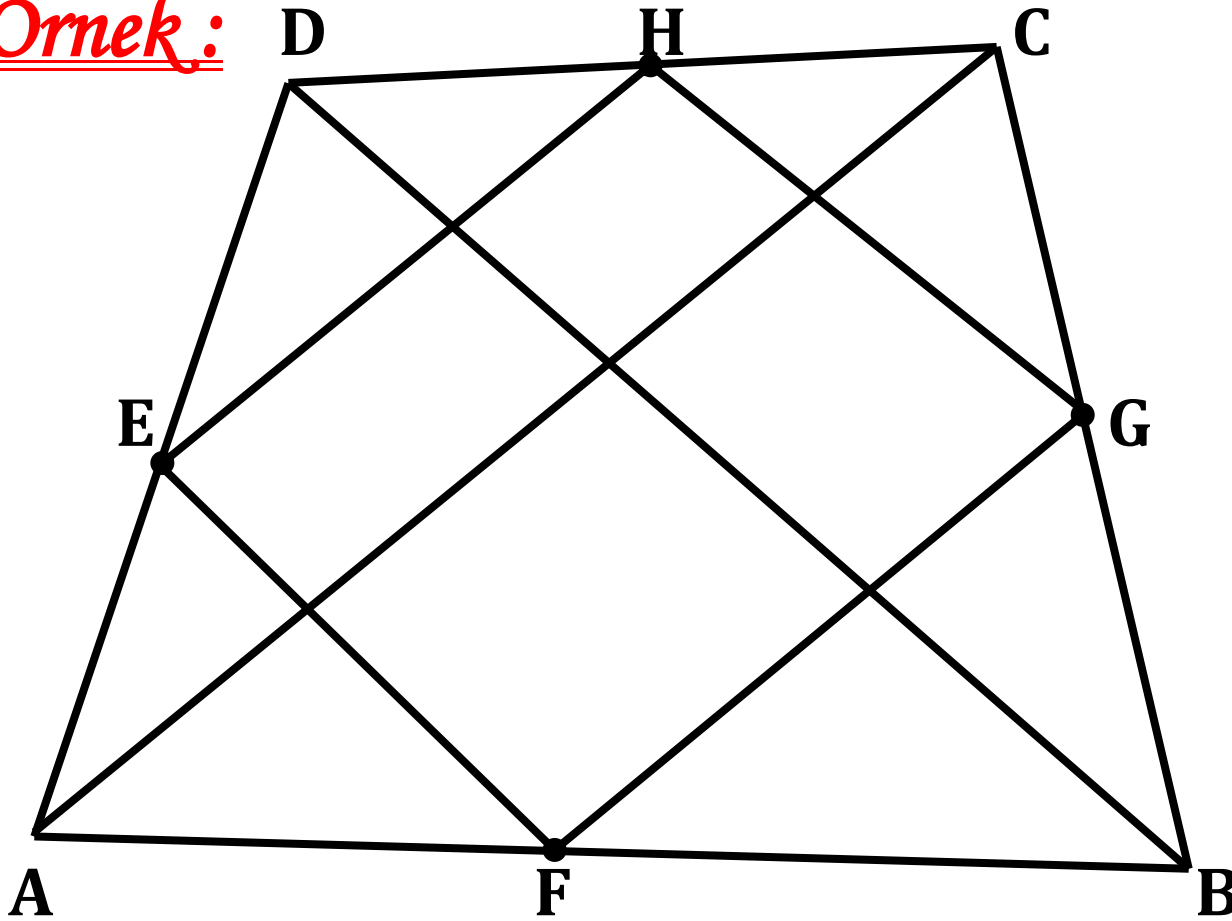
[ED] // [BC] olmalıdır.

$$\frac{|AE|}{|AB|} = \frac{|AD|}{|AC|} = \frac{k}{2k}$$

orantısı sağlanır.

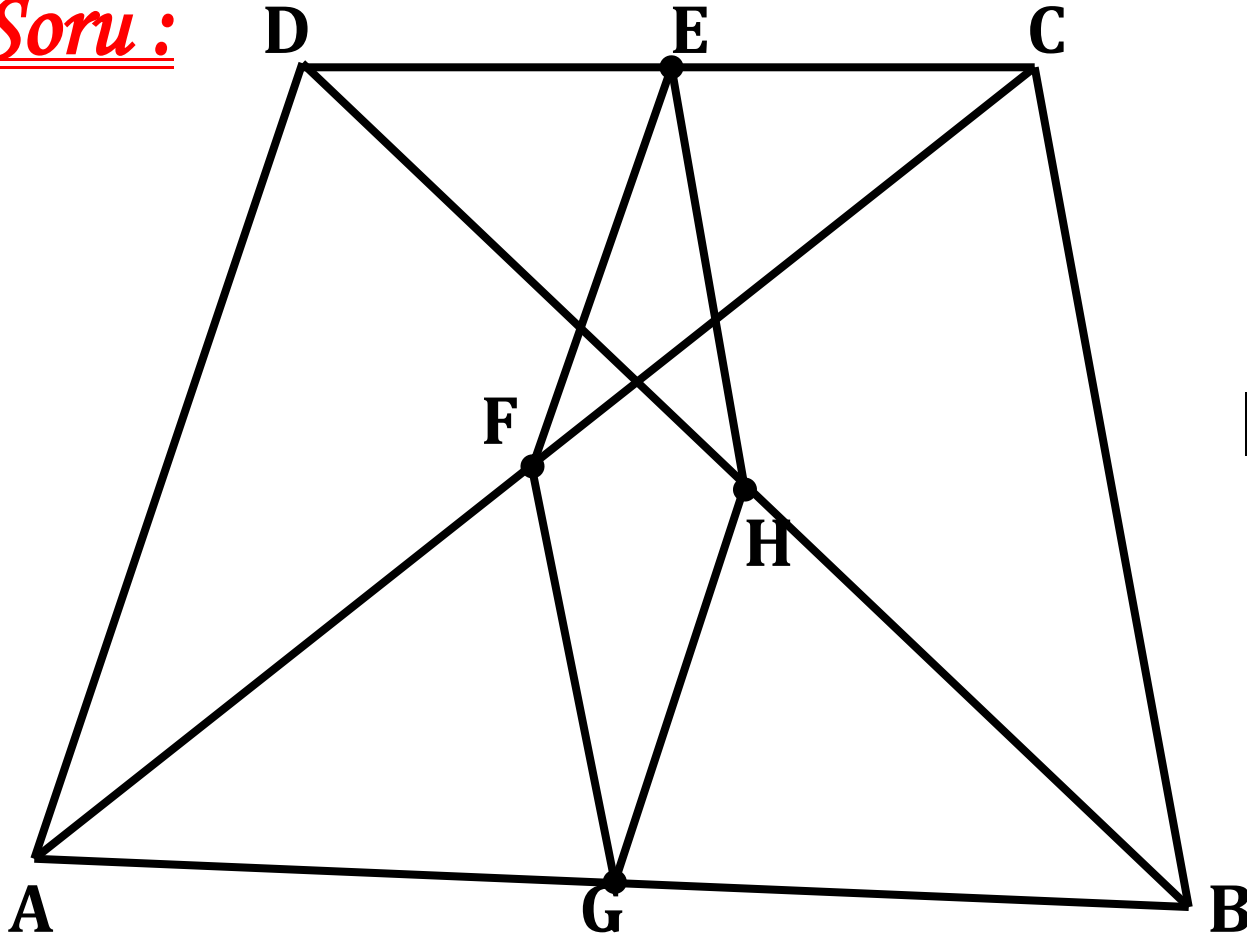
*** Bu kural dörtgende verilenlere uygulanarak istenen elde edilir.

Örnek:



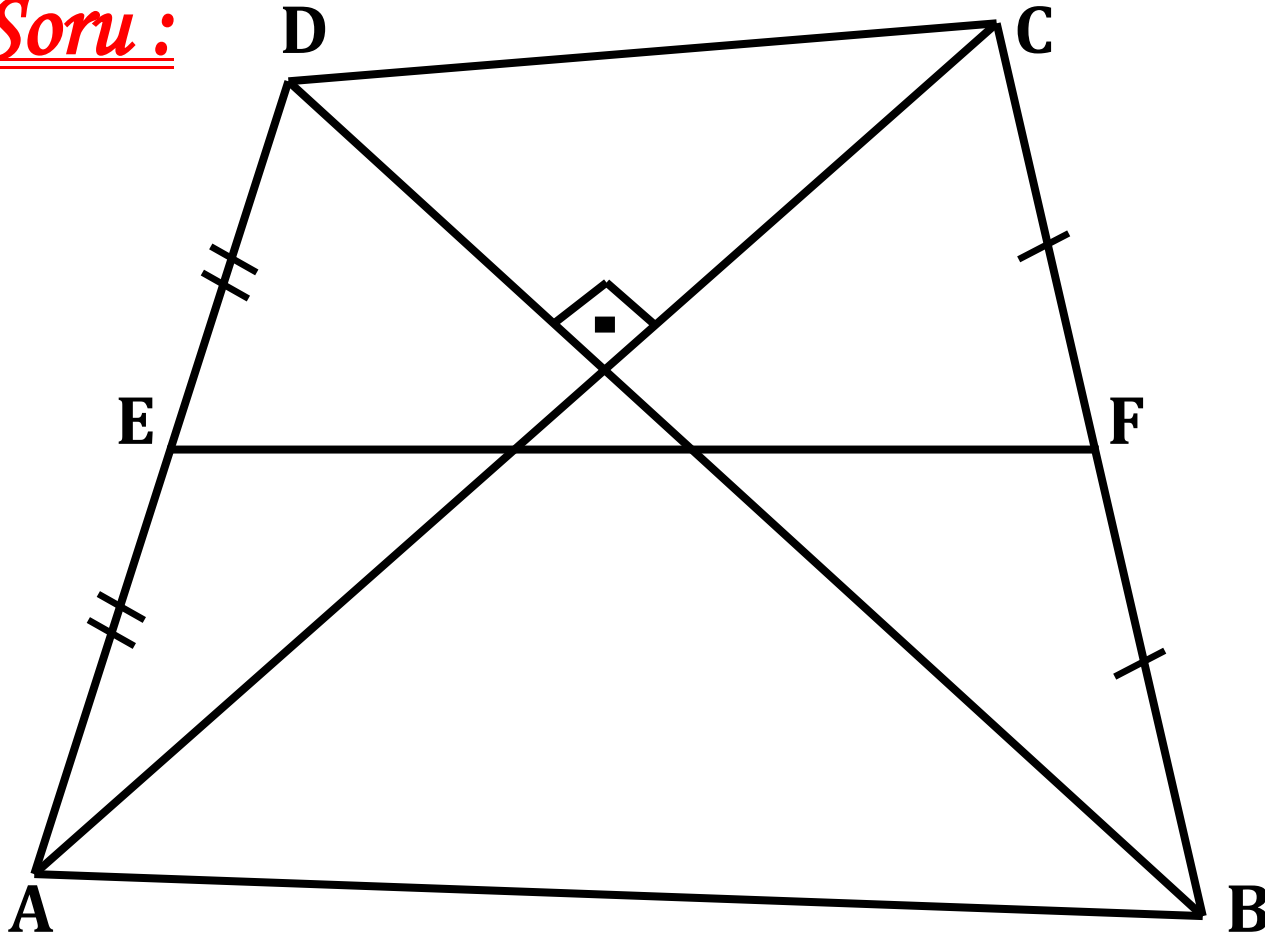
ABCD dörtgeninde; E , F
G , H orta noktalar olup
 $|AC| = 12$, $|BD| = 14$
br ise $\text{Ç} (EFGH) = ?$

Soru :



ABCD dörtgeninde ; E , F
G , H orta noktalar olup
 $|EF| = 5$, $|EH| = 4$ br ise
 $|AD| + |BC| + |FG| +$
 $|GH| = ?$

Soru :



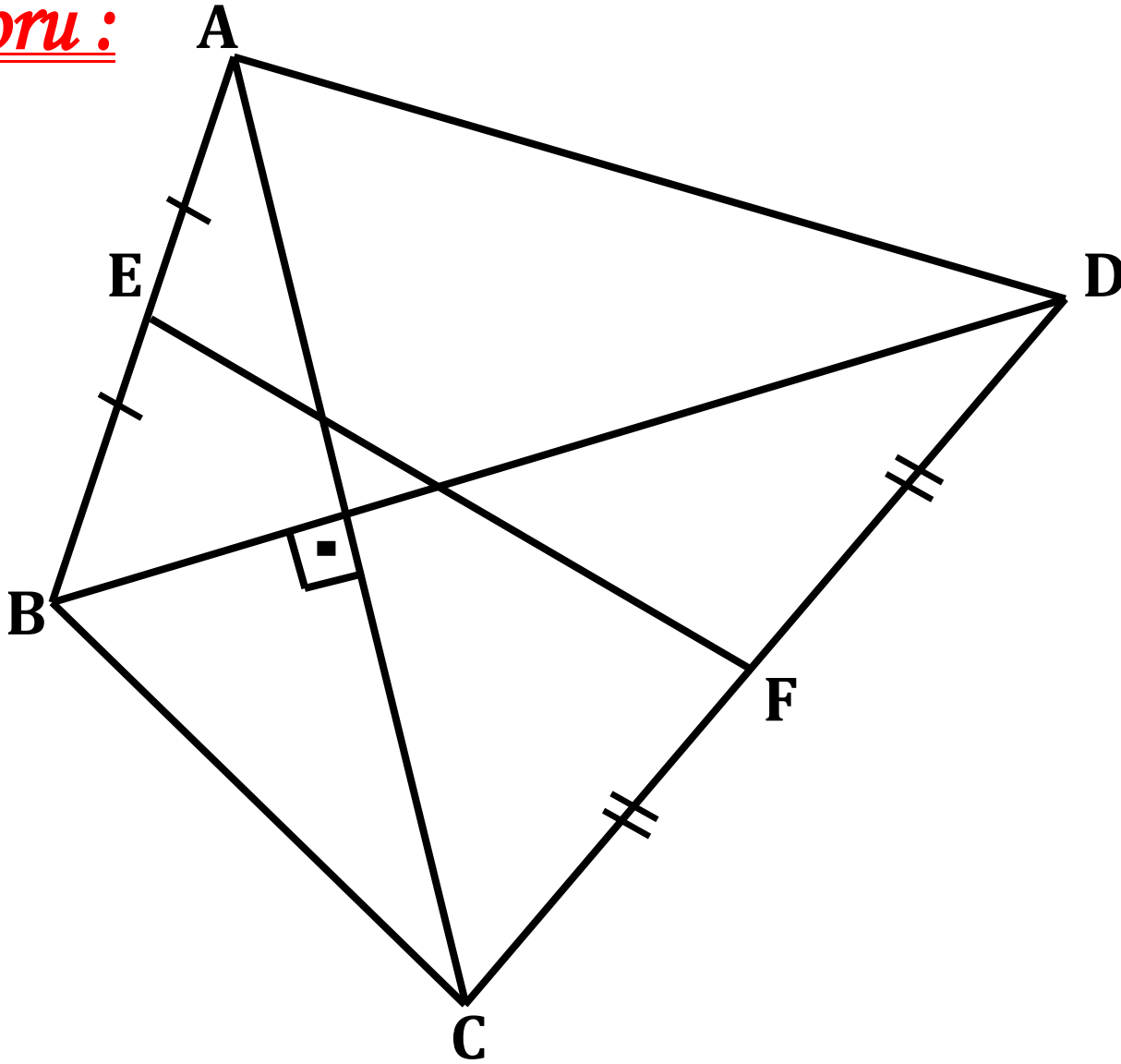
ABCD dörtgeninde

$$|AC| = 12 , |BD| = 16$$

$$\text{br ise } |EF| = ?$$

(E ile F den [AB] 'ye köşegenlere paralel olacak şekilde doğru parçaları çiz ve dik üçgen oluştur.)

Soru :



ABCD dörtgeninde

$$|EF| = 15,$$

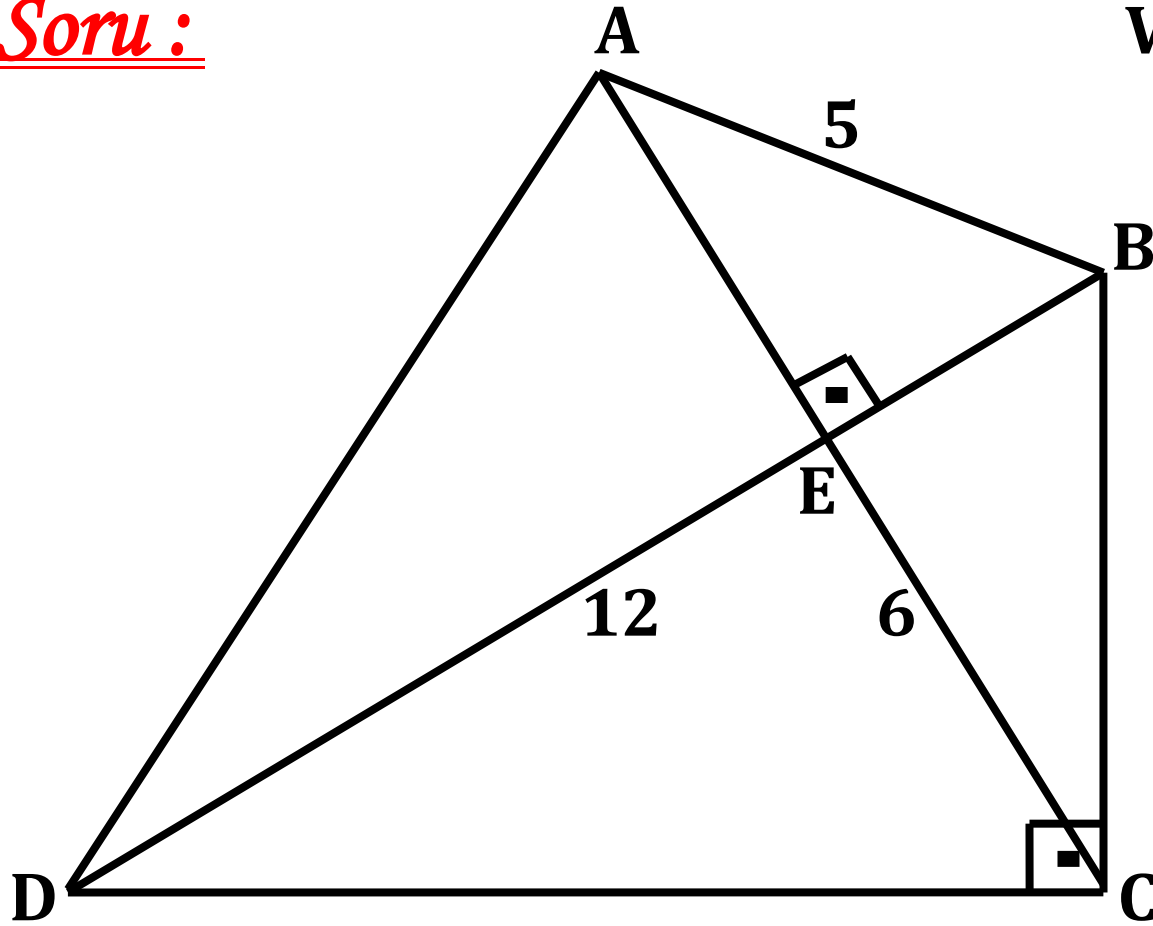
$$|AC| = 24 \text{ br ise}$$

$$|BD| = ?$$

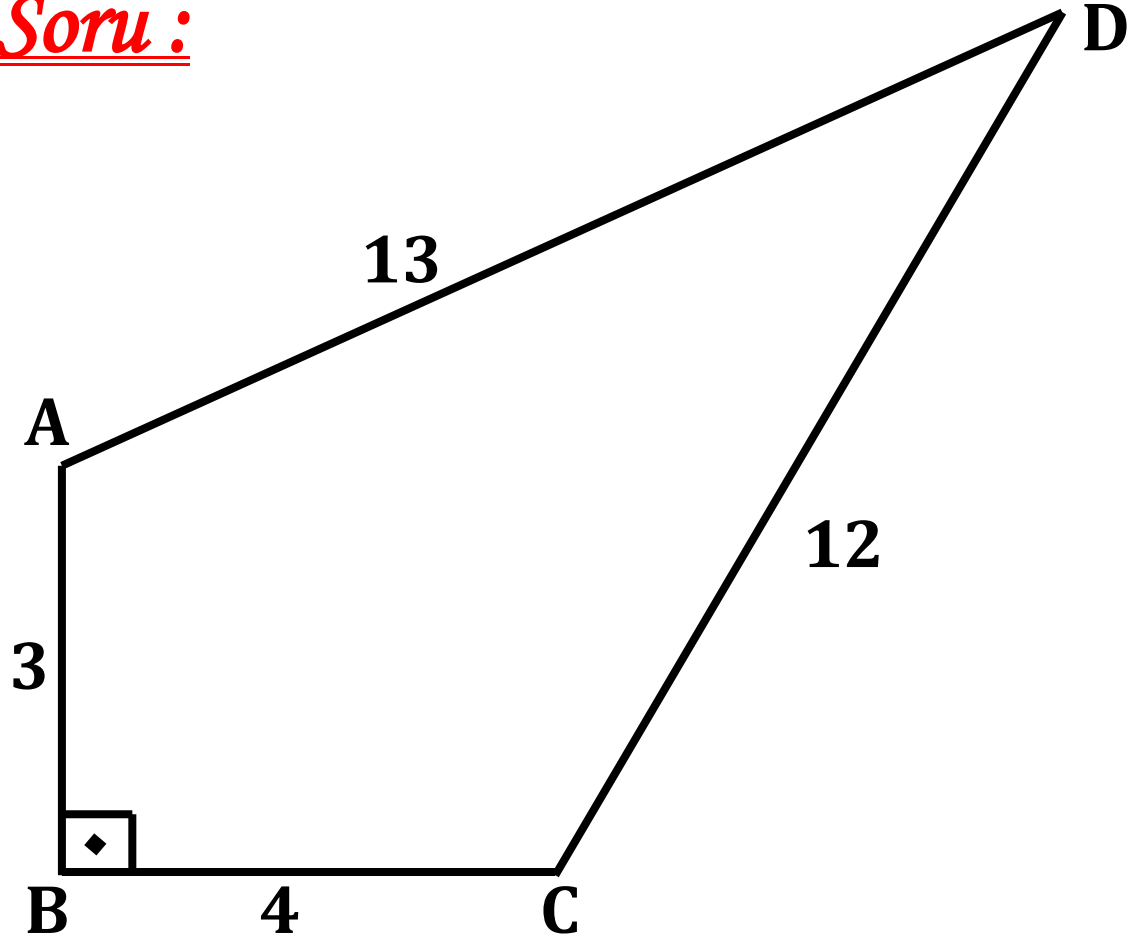
Soru :

Verilenlere göre $A (ABCD) = ?$

(Öklit'ten faydalanılır.)



Soru :



**ABCD dörtgeninin
alanını bulunuz.**