

11. 6. UZAY GEOMETRİ

11. 6. 1. Katı Cisimler

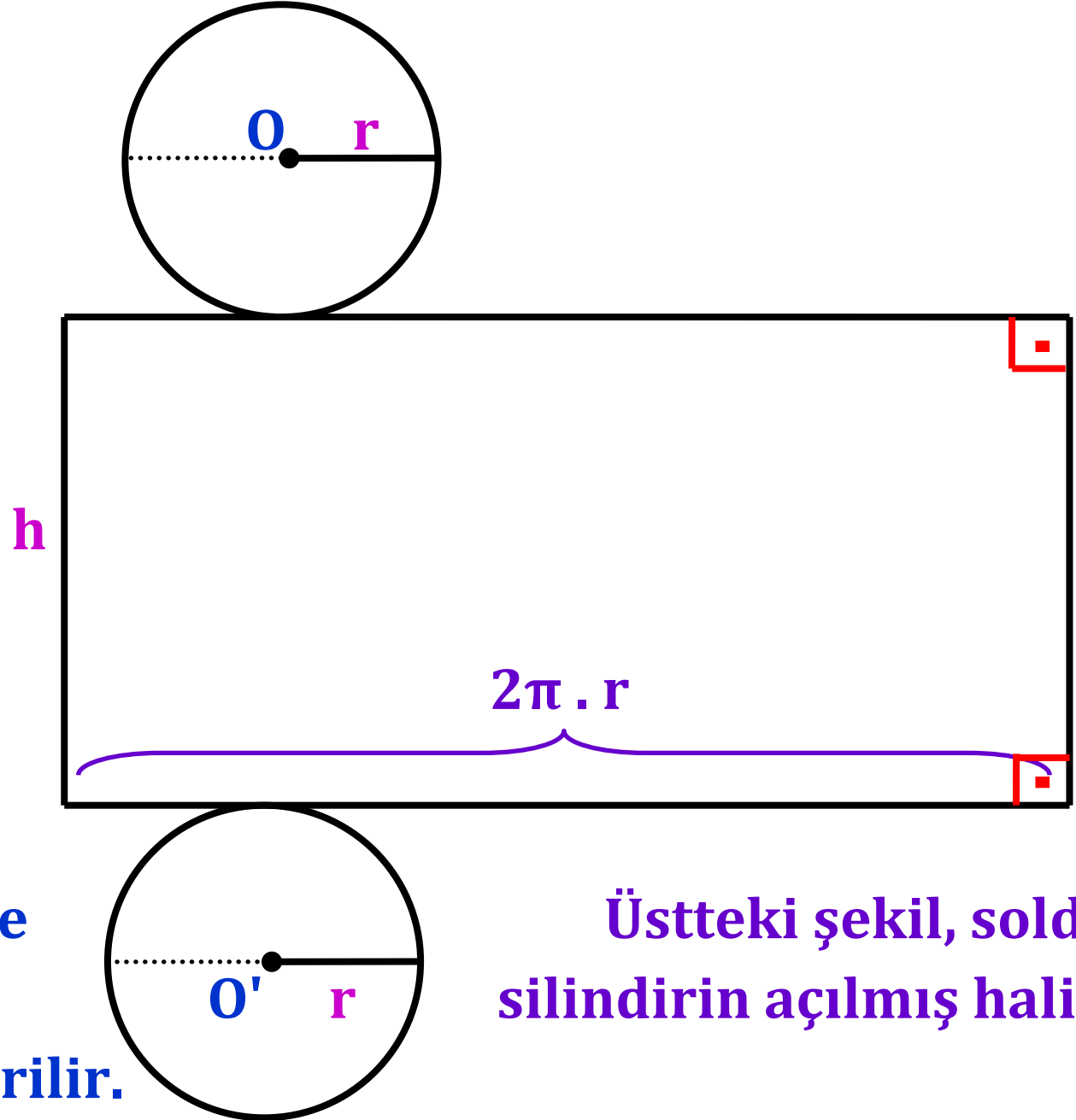
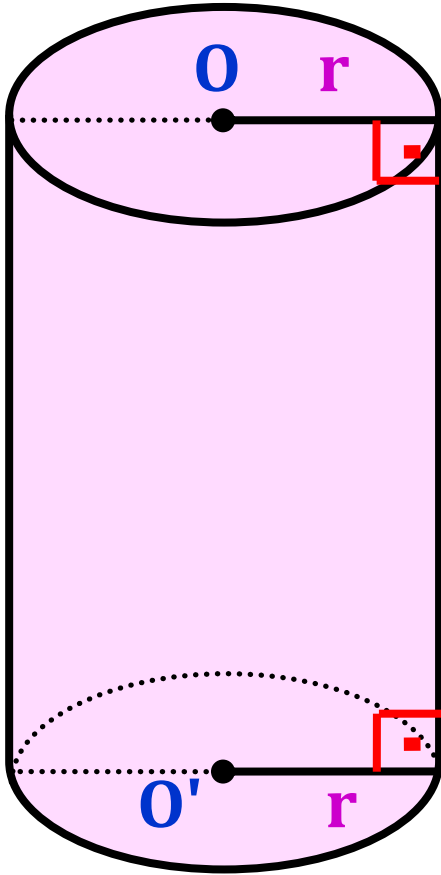
Terimler ve Kavramlar: Dik dairesel silindir, dik dairesel koni, küre, ana doğru, tepe noktası

11. 6. 1. 1. Küre, dik dairesel silindir ve dik dairesel koninin alan ve hacim bağıntılarını oluşturarak işlemler yapar.

A) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

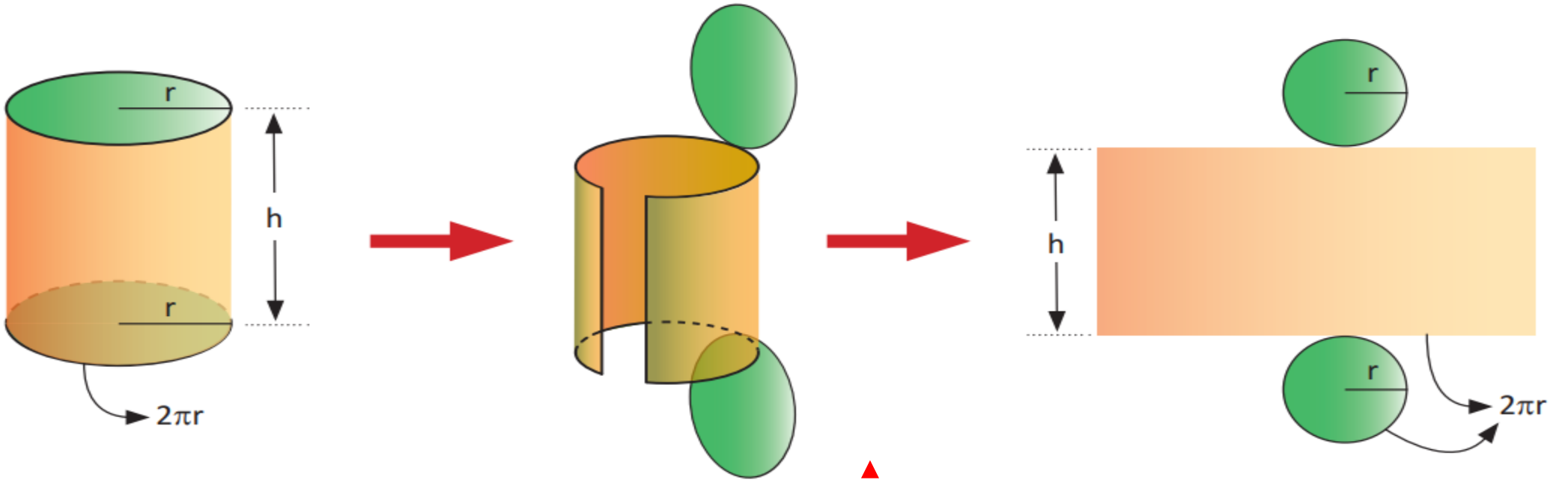
B) Bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır.

DİK DAİRESEL SİLİNDİR



Alt ve üst tabanları daire olan dik silindire “dik dairesel silindir” adı verilir.

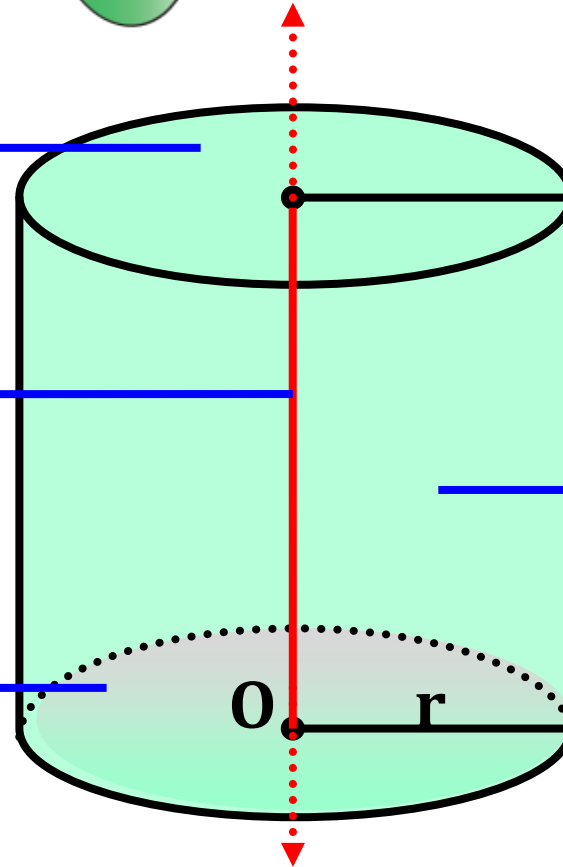
Üstteki şekil, soldaki silindirin açılmış halidir.



Üst Taban

Ana eksen

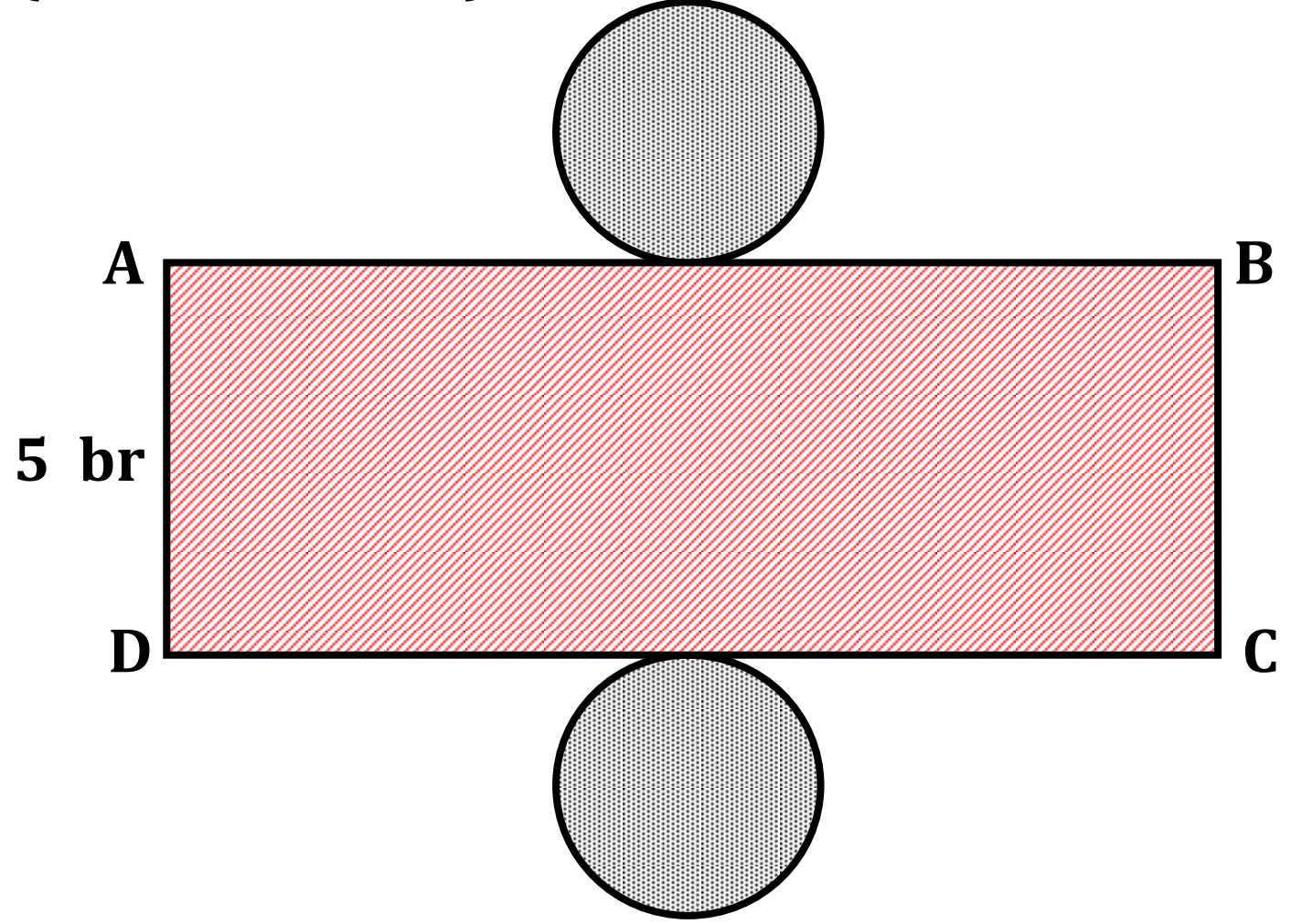
Alt taban



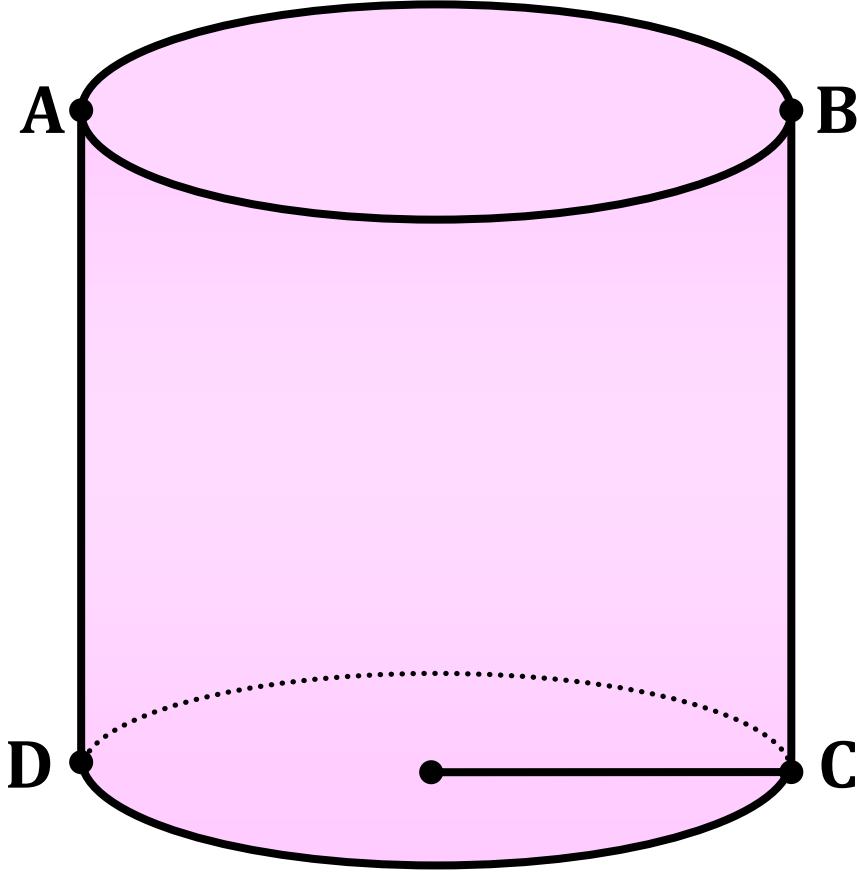
Yükseklik

Yan yüz

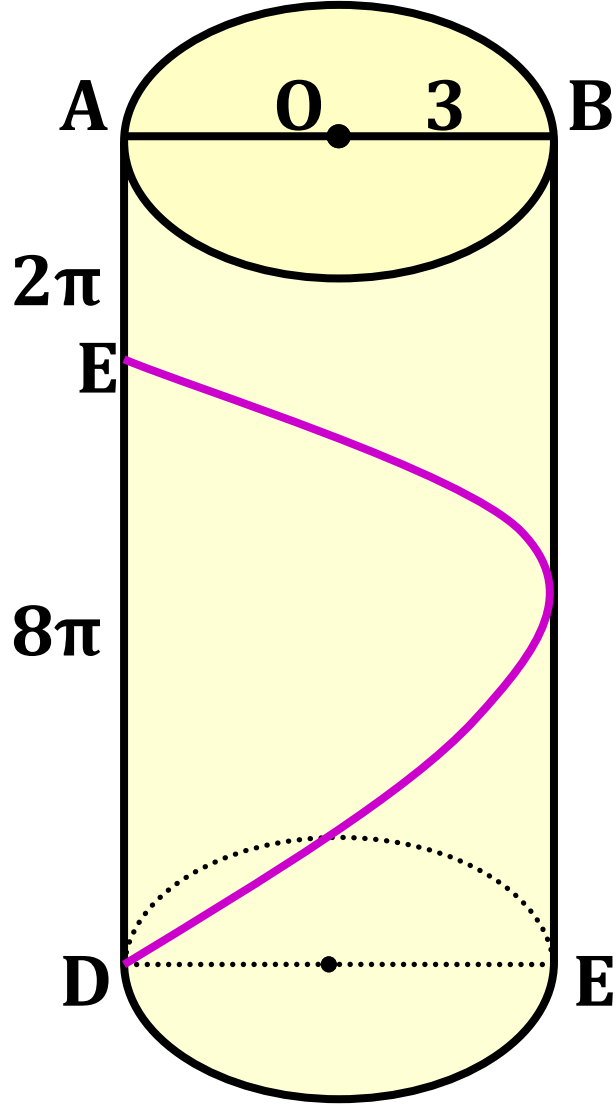
Soru : Altta açılımı verilen dik dairesel silindirde çemberin yarıçapı 2 br 'dir. Buna göre A ile C arası; **A)** Kaç br olur ?
B) En az kaç br olur ? ($\pi = 3$ alınız.)



Soru : Taban yarıçapı 5 cm olan dik silindir açıldığında, dikdörtgen kısmın tabanı silindir yüksekliğinin 2 katı oluyor. Buna göre A ile C noktaları arası mesafe kaç cm'dir ?
($\pi = 3$ alınız.)



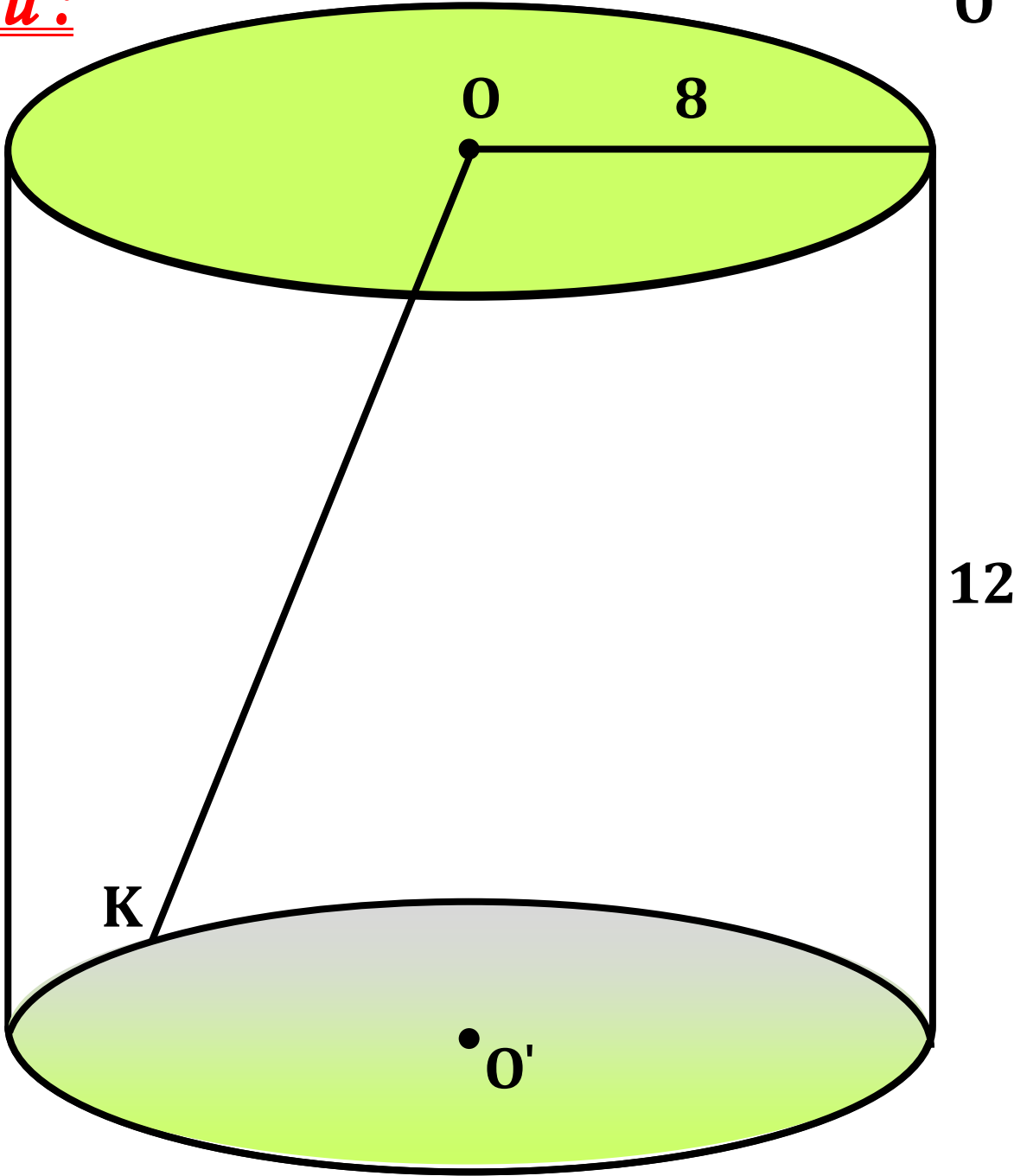
Soru : D noktasından başlayarak dik dilindire önden arkaya dola-
nan ip E noktasında bitiyor. İpin uzunluğunu bulunuz. (Şekil açı-
lır ve dik üçgenden istenen bulunur.)



Soru :

0 ve 0' taban merkezleridir.

Buna göre $|OK| = ?$

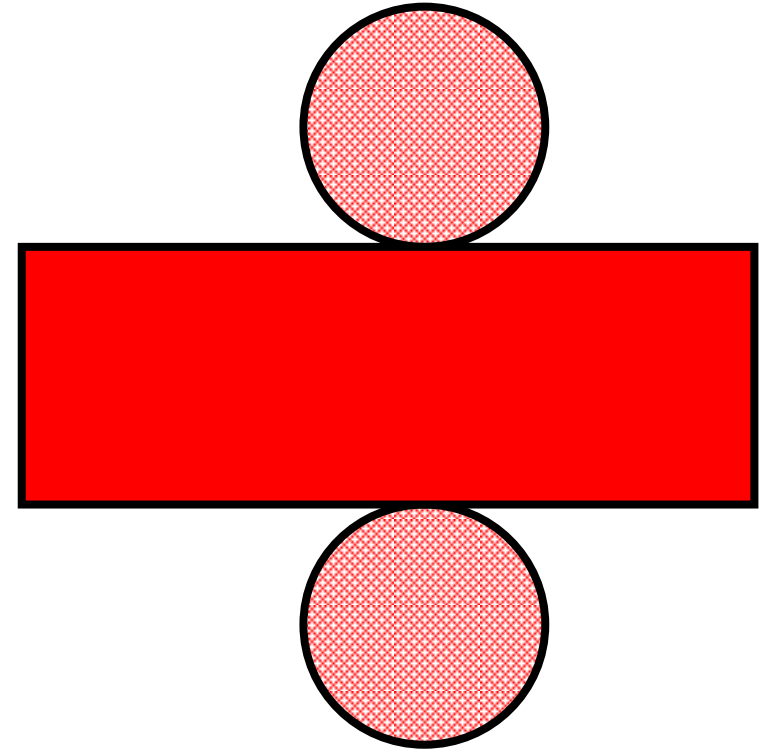


Kural :

Dik dairesel silindirde;

- Alt ve üst taban dairedir.
- Yanal bölge dikdörtgendir.
- Dikdörtgenin uzun kenarı dairenin çevresine eşittir.
- $\text{Hacim} = \text{Taban Alanı} \cdot \text{Yükseklik} = \pi \cdot r^2 \cdot h$
- $\text{Yanal Alan} = 2\pi \cdot r \cdot h$ (Dikdörtgenin alanıdır.)
- $\text{Yüzey Alan} = 2\pi \cdot r \cdot h + 2\pi \cdot r^2$ olarak bulunur.

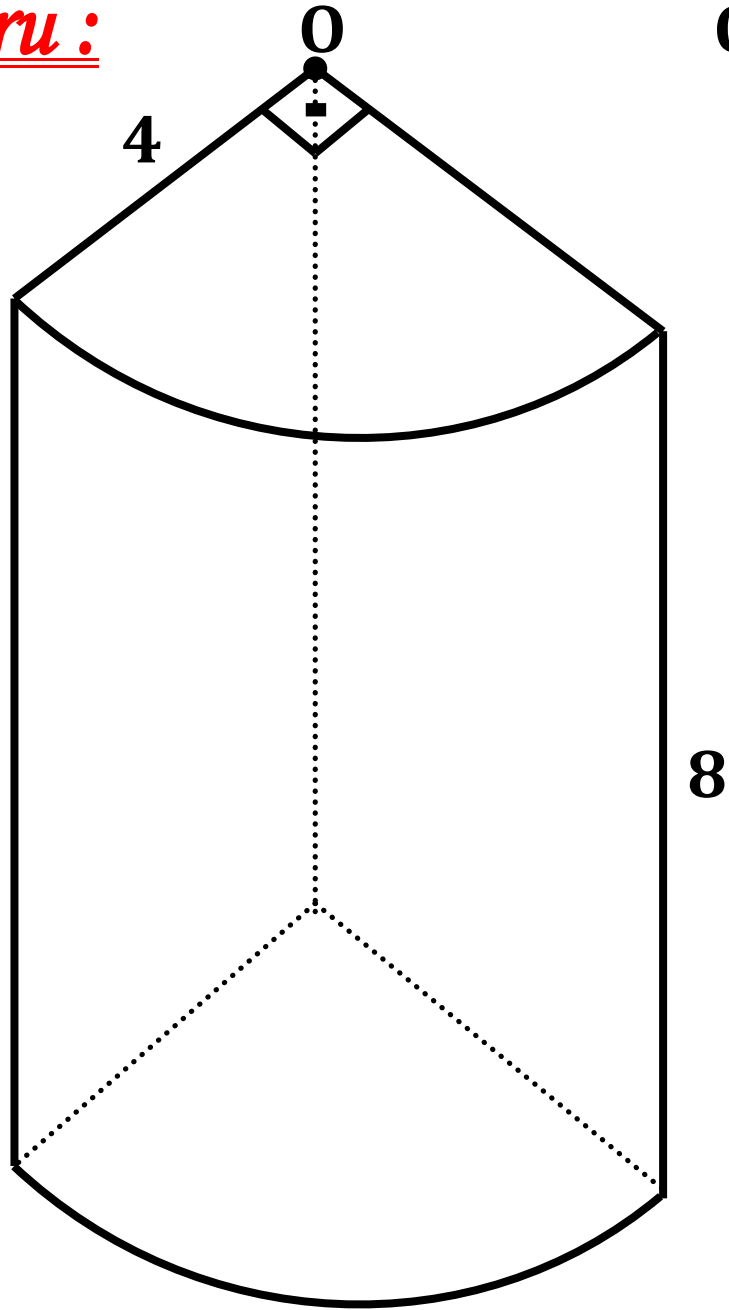
(Tüm şeklin alanıdır.)



Soru : Taban alanı 16π br² ve yüksekliği 6 br olan dik dairesel silindirin hacmi yanal alanından kaç fazladır ?

Soru : Taban çevresi $4\sqrt{5}\pi$ br ve yanal alanı 120π br² olan dik dairesel silindirin hacmini ve tüm alanını bulunuz.

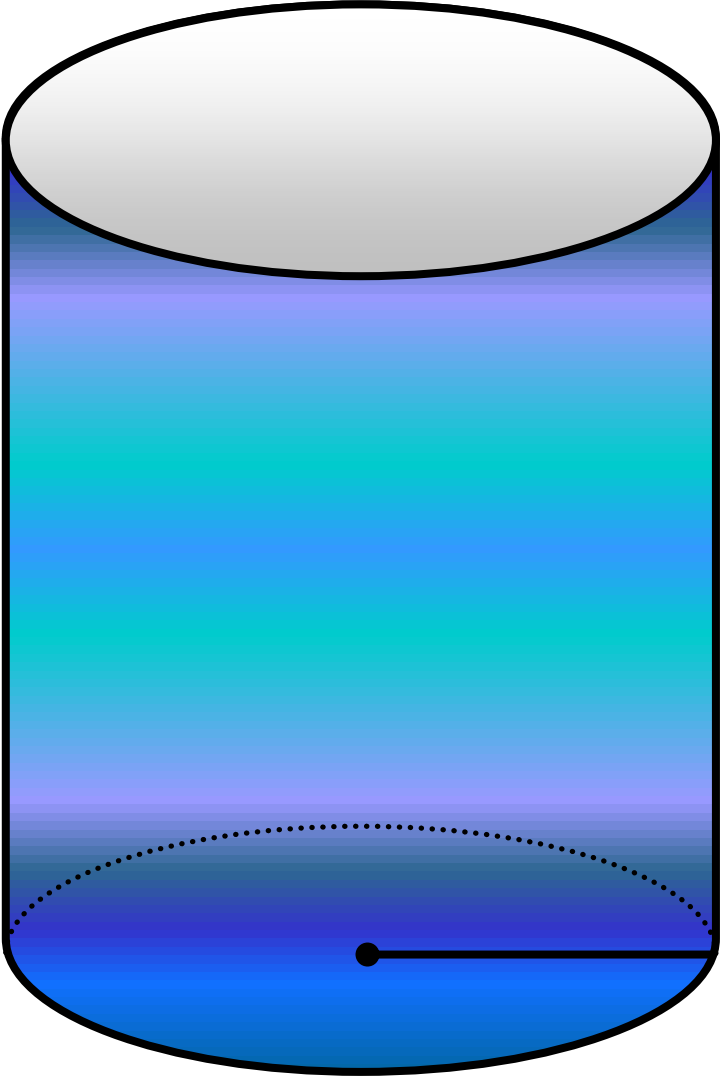
Soru :



**0 taban merkezi olmak üzere dik dairesel
silindir diliminin tüm alanını bulunuz.**

Soru : Taban çapı 80 cm, yüksekliği 1 m olan dik silindir şeklindeki üstü açık metal varilin; **A)** Yan yüzeyi reklam filmi ile kaplanacaktır. Bunun için kaç m² film kullanılır ?

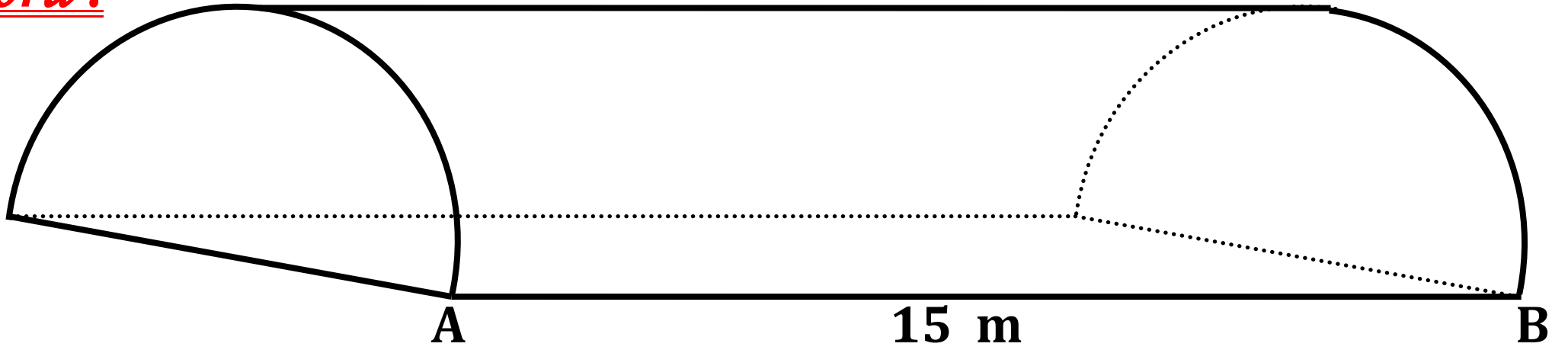
($\pi = 3$ alınız.)



B) İçi en fazla kaç l (litre) sıvı alır ?

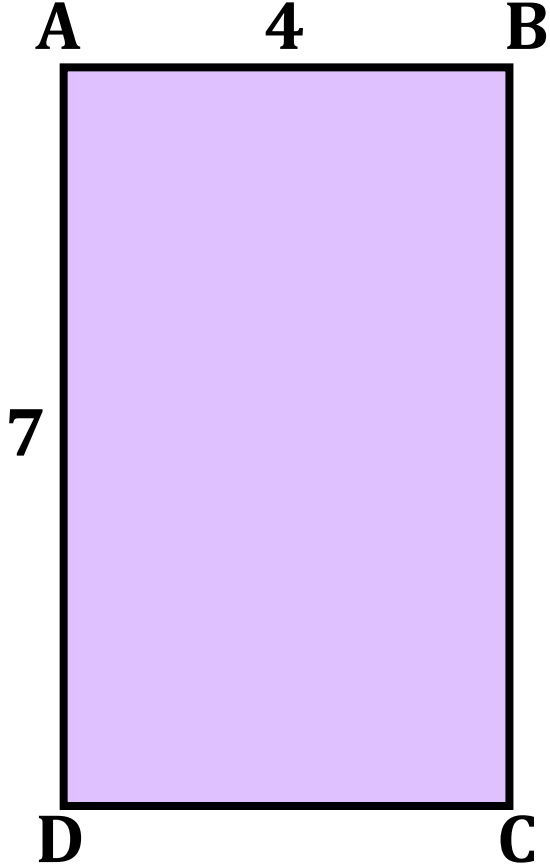
(1 l = 1 dm³)

Soru :

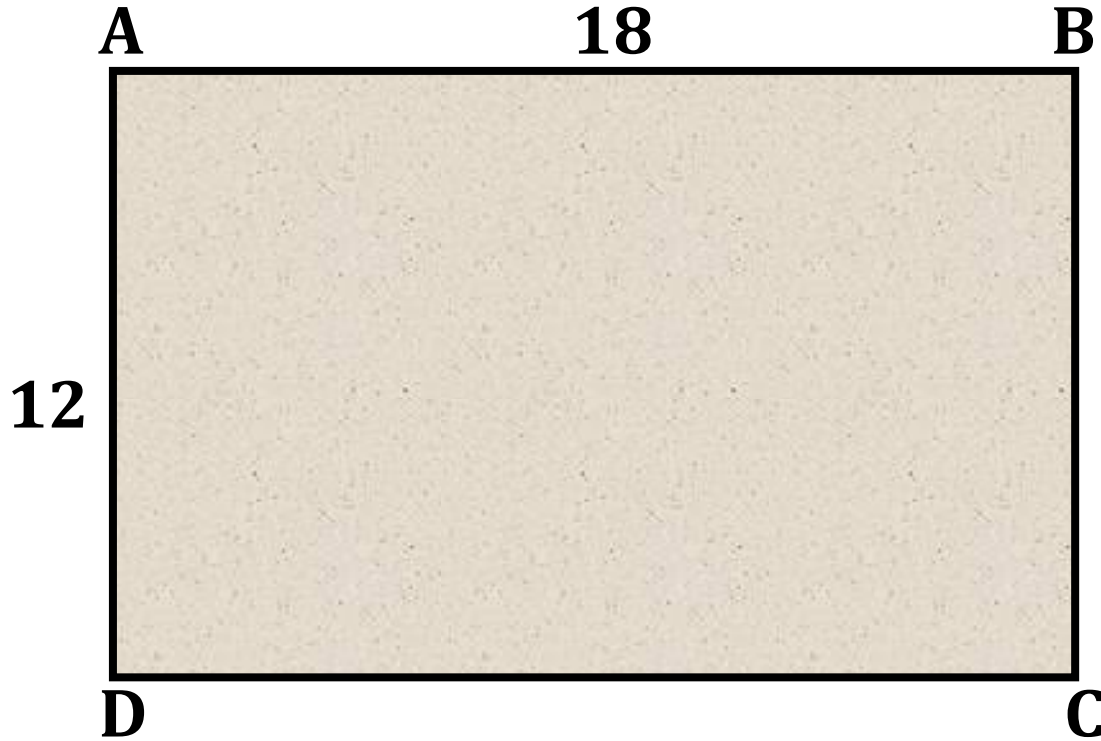


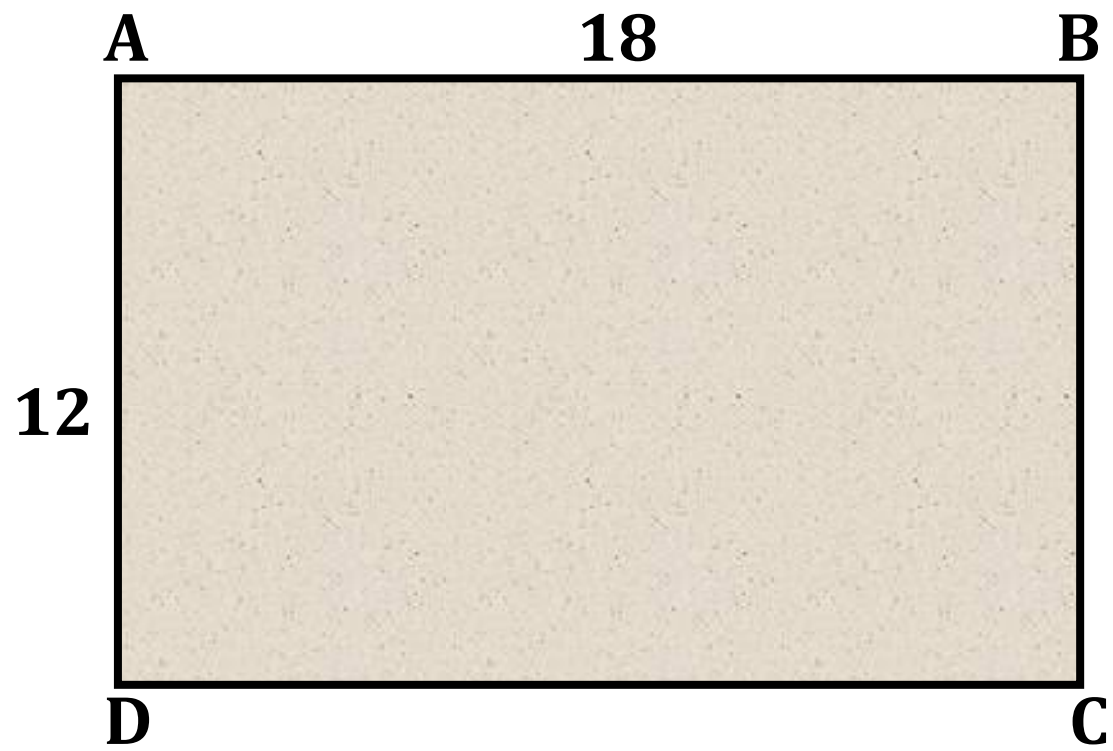
Yatık haldeki yarım dik silindir şeklindeki depo buğday ile doldurulacaktır. Deponun giriş kapısının yarıçapı 4 m ise depo en fazla kaç m^3 buğday alabilir ?

Soru : ABCD dikdörtgeni [AD] kenarı etrafında 360° döndürülerek oluşacak olan dönel silindirin hacmini bulunuz.



Soru : ABCD dikdörtgen şeklindeki metal levhada; [AB] ve [DC] kenarları birleştirilerek oluşturulan silindirin hacmi, [AD] ve [BC] kenarları birleştirilerek oluşturulacak olan silindirin hacminden kaç eksiktir ? ($\pi = 3$ alınız.)

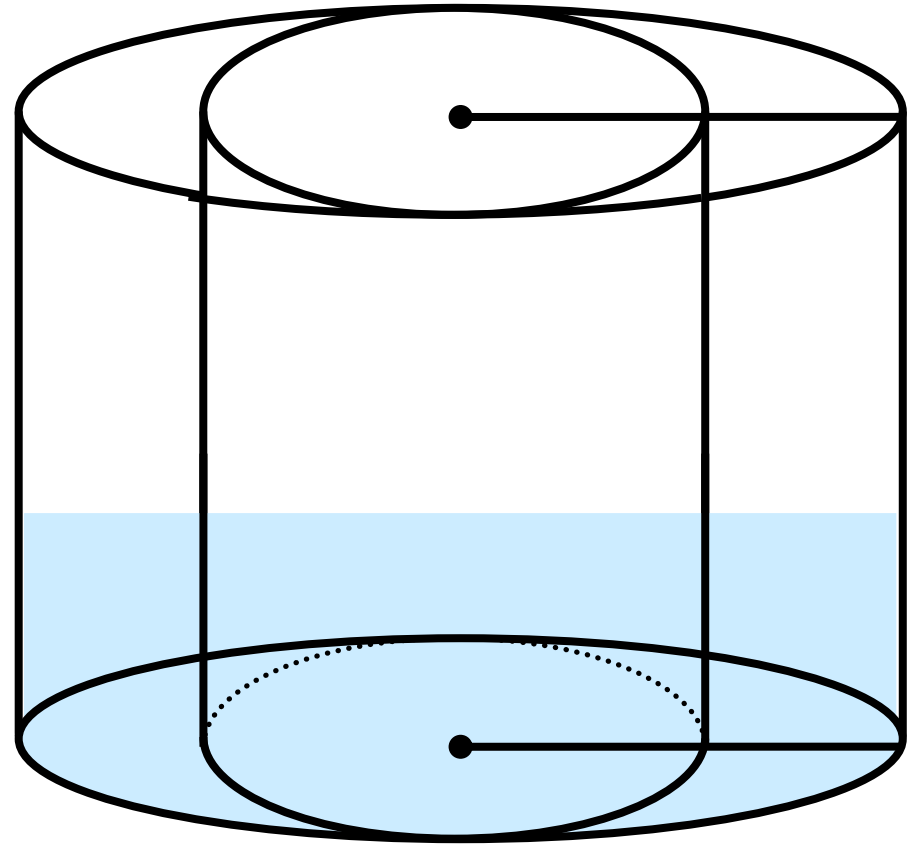
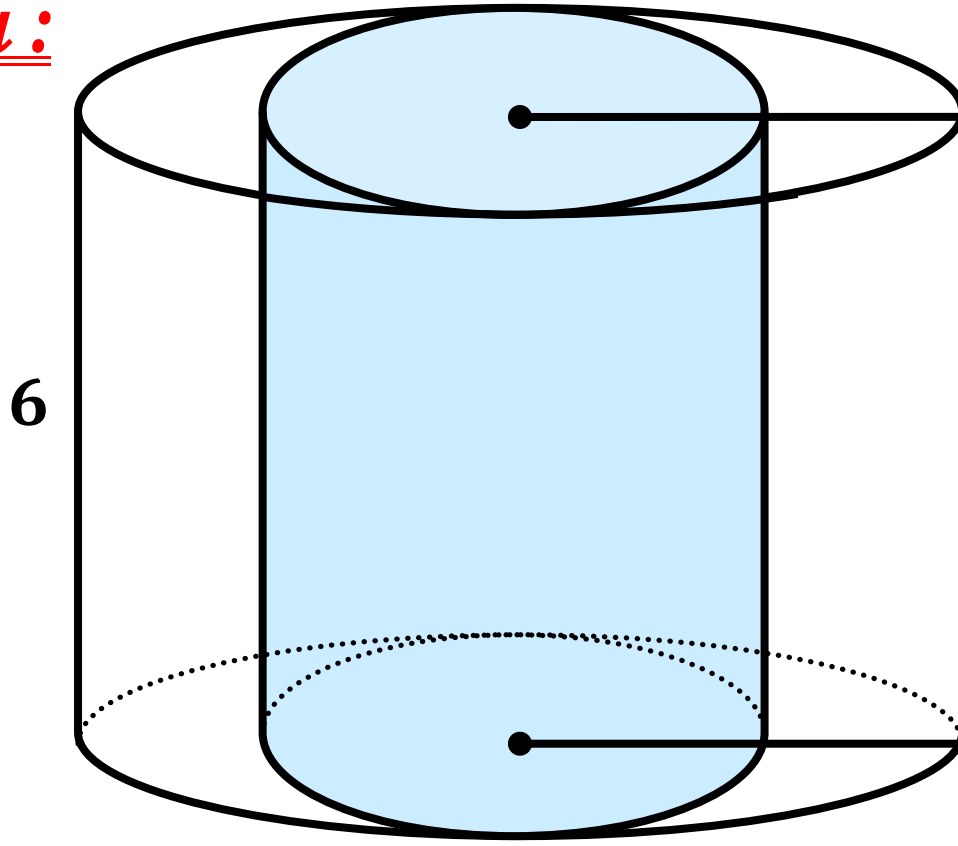




Soru : Asfalt düzeltmede kullanılan yol silindiri aracında ön kısımda bulunan silindirin çapı 1,5 m , genişliği ise 2 m 'dir. Asfalt atılan bir bölgede aynı yolu git - gel 100 tam tur atarak düzleştiren yol silindiri en fazla kaç m² alanı düzeltmiştir ? ($\pi = 3$ alınız.)

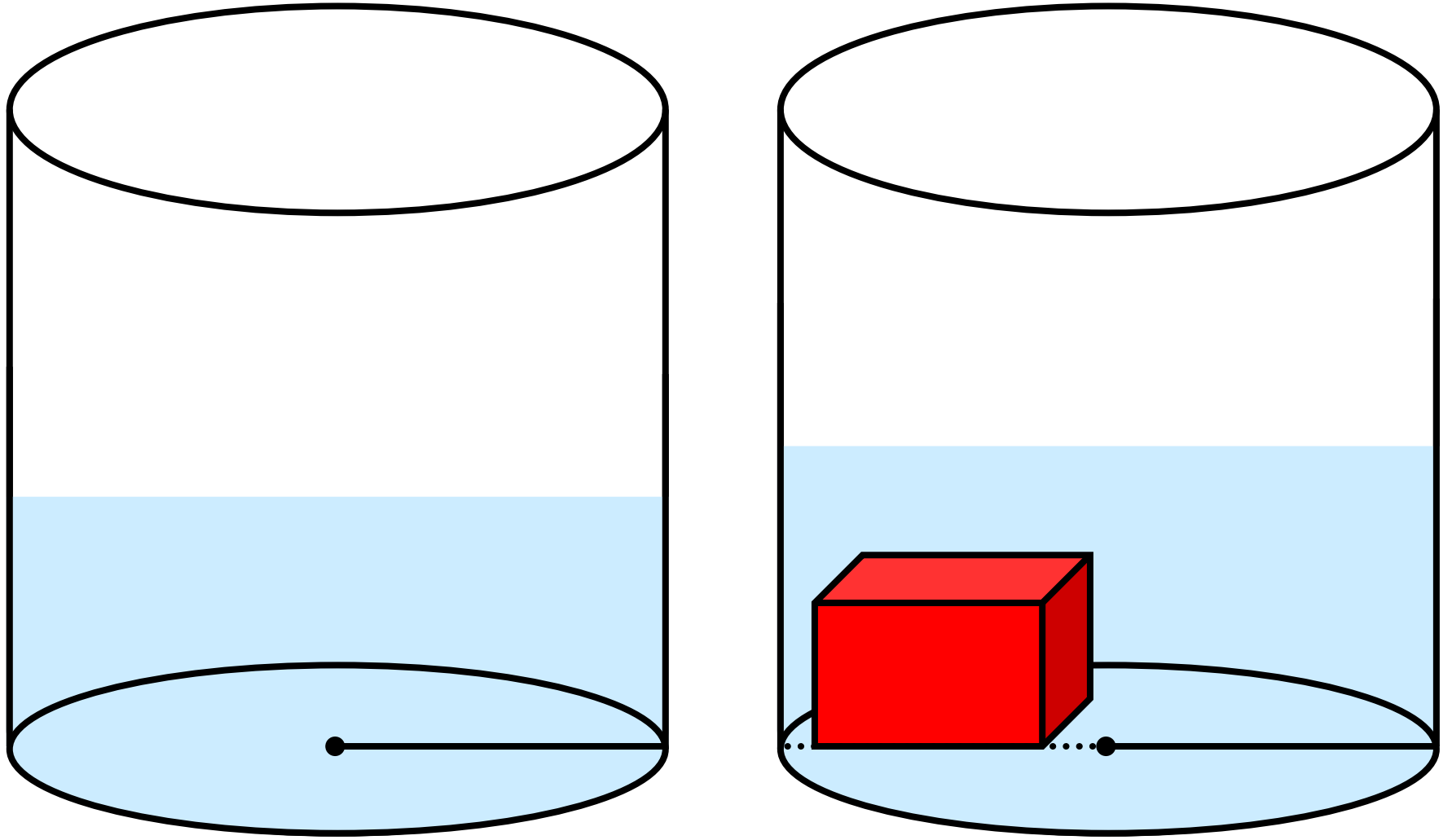


Soru :



Tabanları ve merkezleri ortak olan iç içe iki dik silindirin yarıçapları 3 ve 5 br'dir. İçerdeki silindir su ile doludur. İçerdeki silindirin tabanında delik açıldığında sağdaki durum oluşuyor. Suyun yüksekliği kaç br olur ?

Soru :

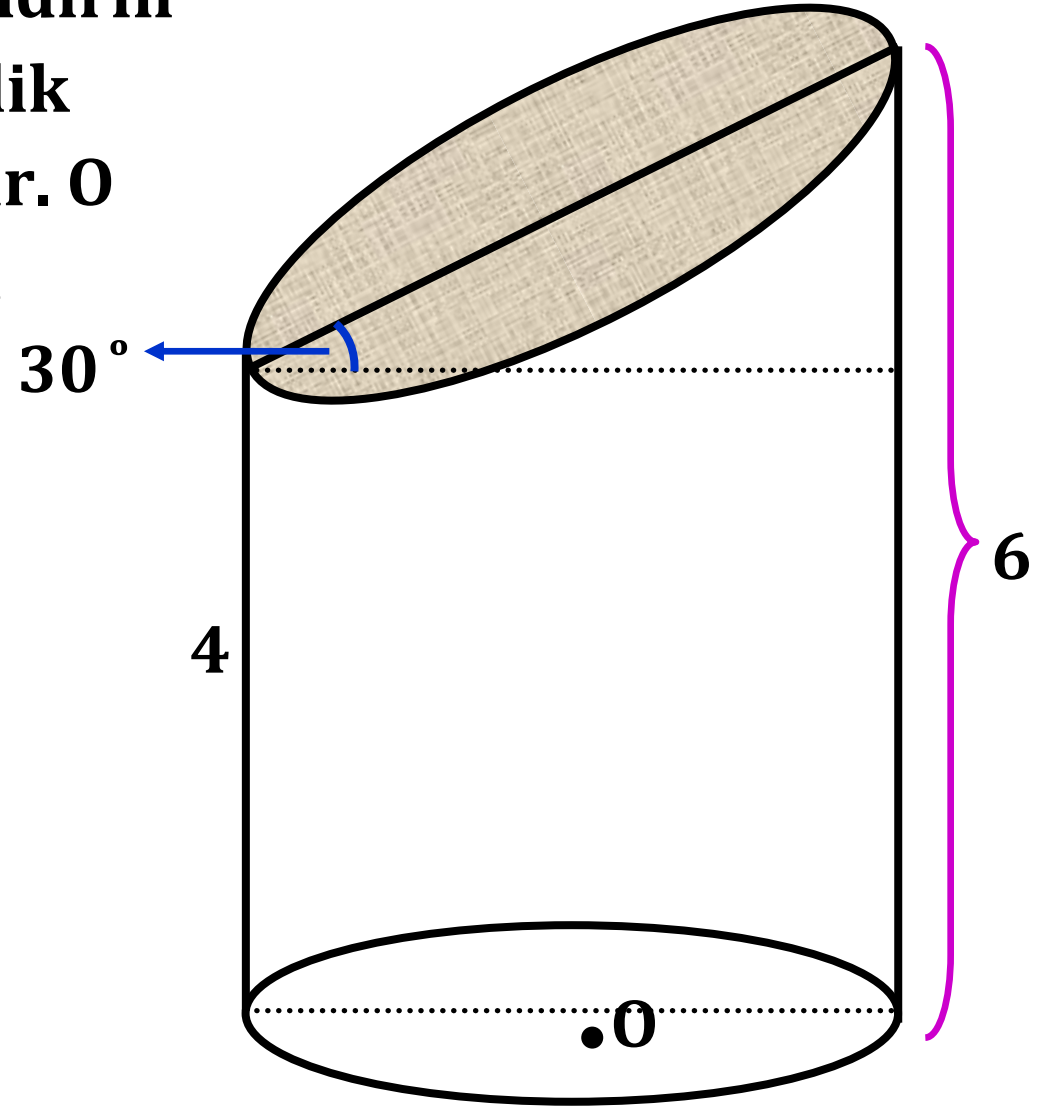


Taban yarıçapı 12 br olan silindirin iç kısmında bir miktar sıvı bulunmaktadır. Silindirin içine ayrıtları 10 , 6 ve 4 br olan dikdörtgenler prizması şeklinde bir madde bırakılıyor. Sıvıdaki yükseklik öncekine göre kaç br yükselmiş olur ? ($\pi = 3$ alınız.)

(Ayrıtları a , b ve c br olan dikdörtgenler prizmasının hacmi $a \cdot b \cdot c$ idi. Bu şekil silindire katıldığında prizmanın hacmi sıvıdaki yükselen kısmın hacmine eşitlenir.)

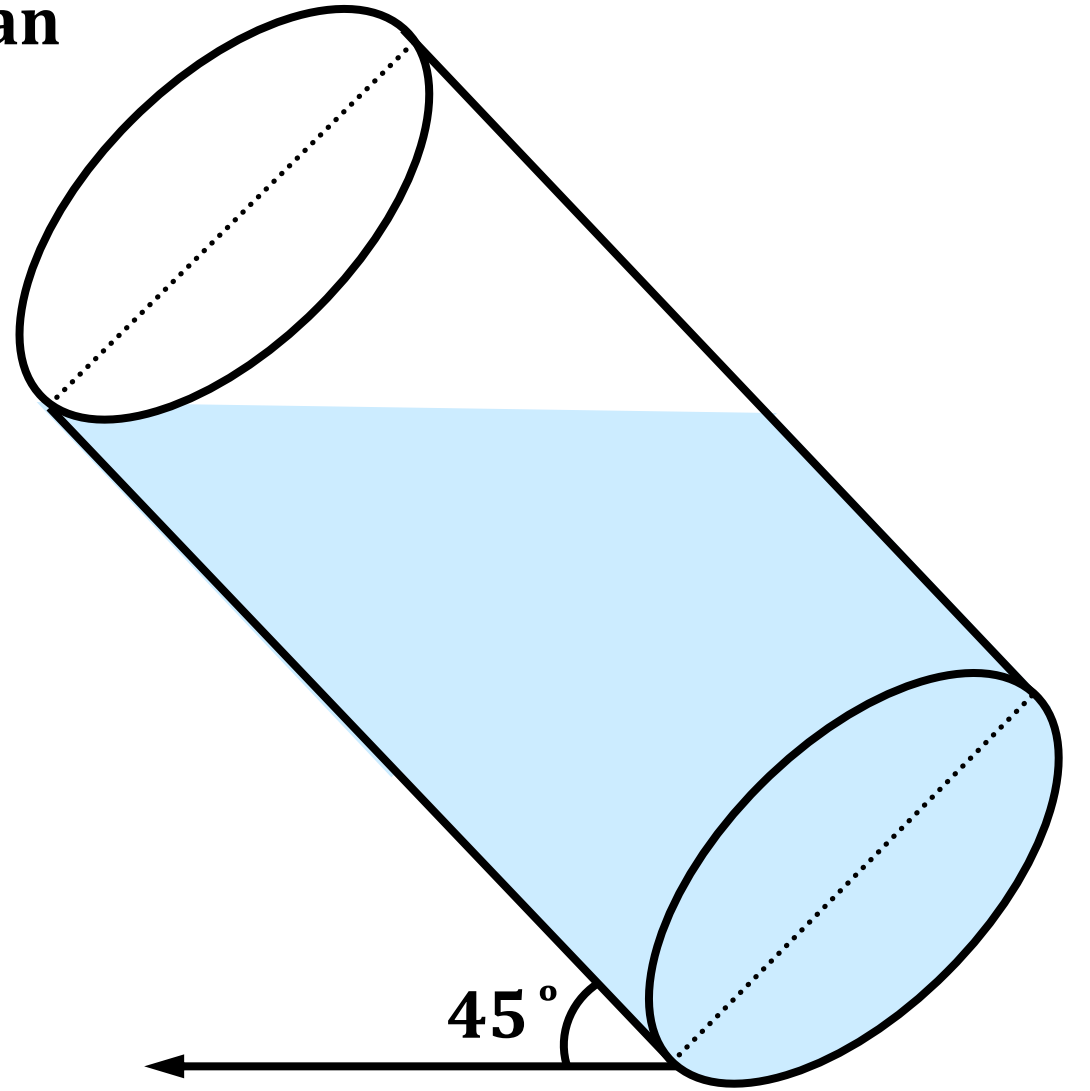
Soru : Bir ayrıtı 8 br olan küpün içine sığabilecek en büyük hacimli silindir küpün içinden çıkarılırsa kalan cismin hacmi ne olur ?
($\pi = 3$ alınız.) (Soruya uygun şekil çizilir ve çözüm yapılır. Bir ayrıtı a br olan küpün hacmi a^3 idi.)

Soru : Yandaki dik dairesel silindirin üst kısmı taban düzlemi ile 30° 'lık açı yapan bir düzlemle kesilmiştir. O taban merkezi ise şeklin hacmini bulunuz.



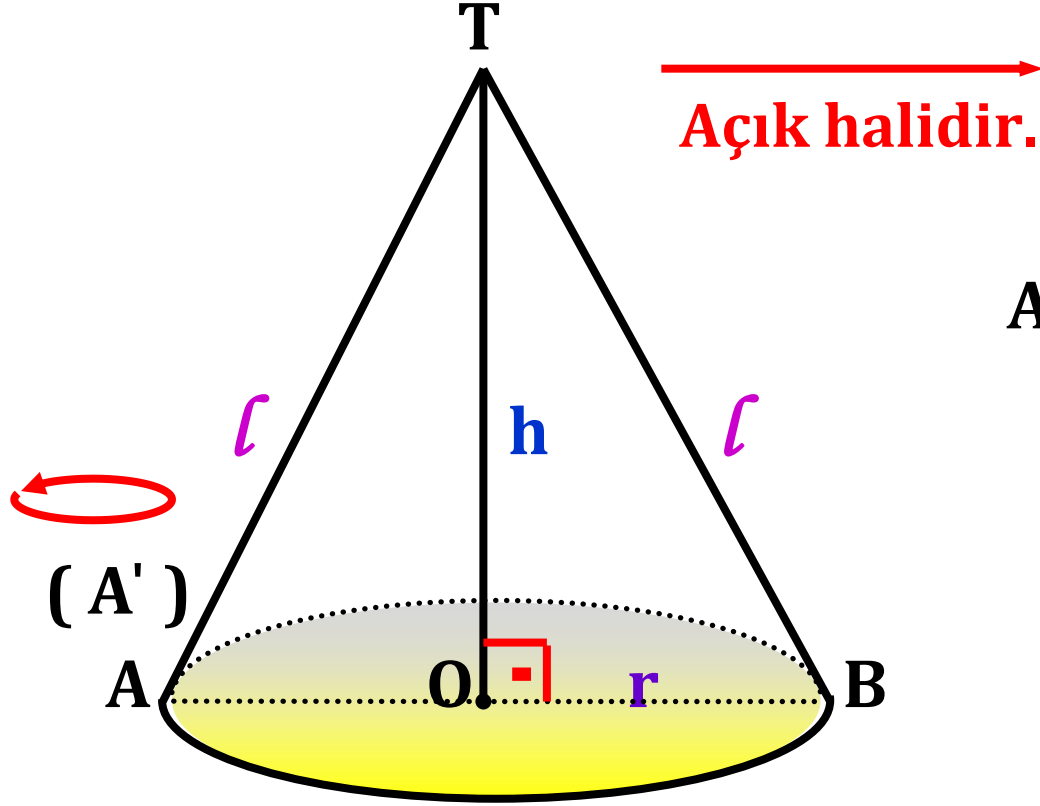
(Silindirin alt parçası ile üst parçası ayrı hesaplanır. Üst kısım tam düşünülür ve yarısı alınır.)

Soru : Taban yarıçapı 10 br olan
ağız açık dik silindirin içi su ile
doludur. Silindir şekildeki gibi
eğildiğinde içinden bir miktar
su dökülüyor. Dökülen suyun
hacmini bulunuz.

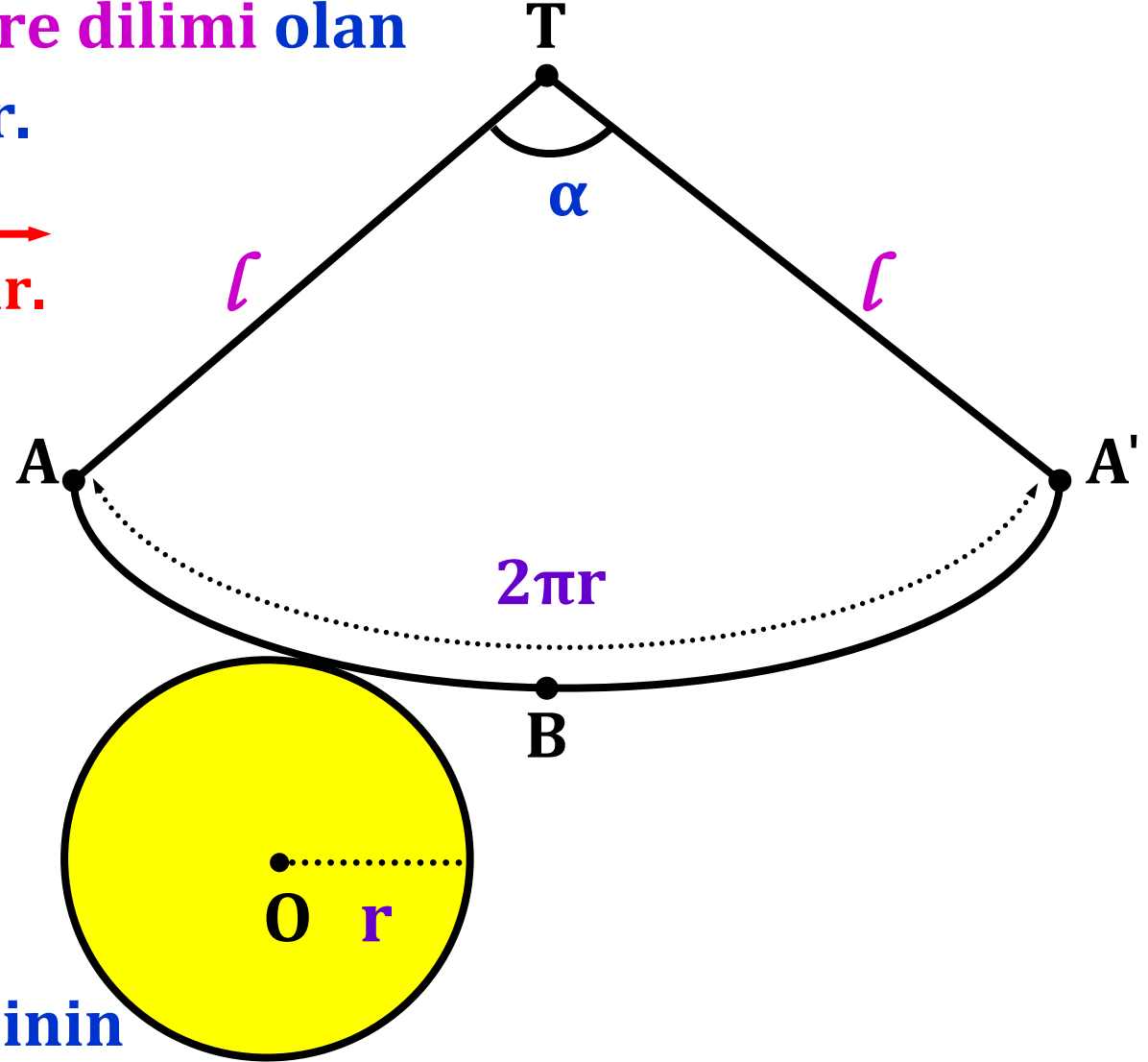


KONİ

Tabanı daire ve yan yüzü daire dilimi olan dik piramide “koni” adı verilir.



Açık halidir.



Koni açıldığında T daire diliminin merkez noktası, ℓ 'de daire diliminin yarıçapı olur. ℓ 'ye koninin ana doğru parçası adı da verilir.

Dik dairesel konide;

A) $\widehat{ABA'} = 2\pi r$ 'dir. Dolayısıyla $\widehat{AB} = \widehat{BA'} = \pi r$ olarak alınır.

B) Daire dilimindeki yay parçası $2\pi l \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$ olarak bulunurdu.

$2\pi l \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = 2\pi r$ eşitliğinden $\frac{r}{l} = \frac{\alpha}{360^\circ}$ olarak alınır.

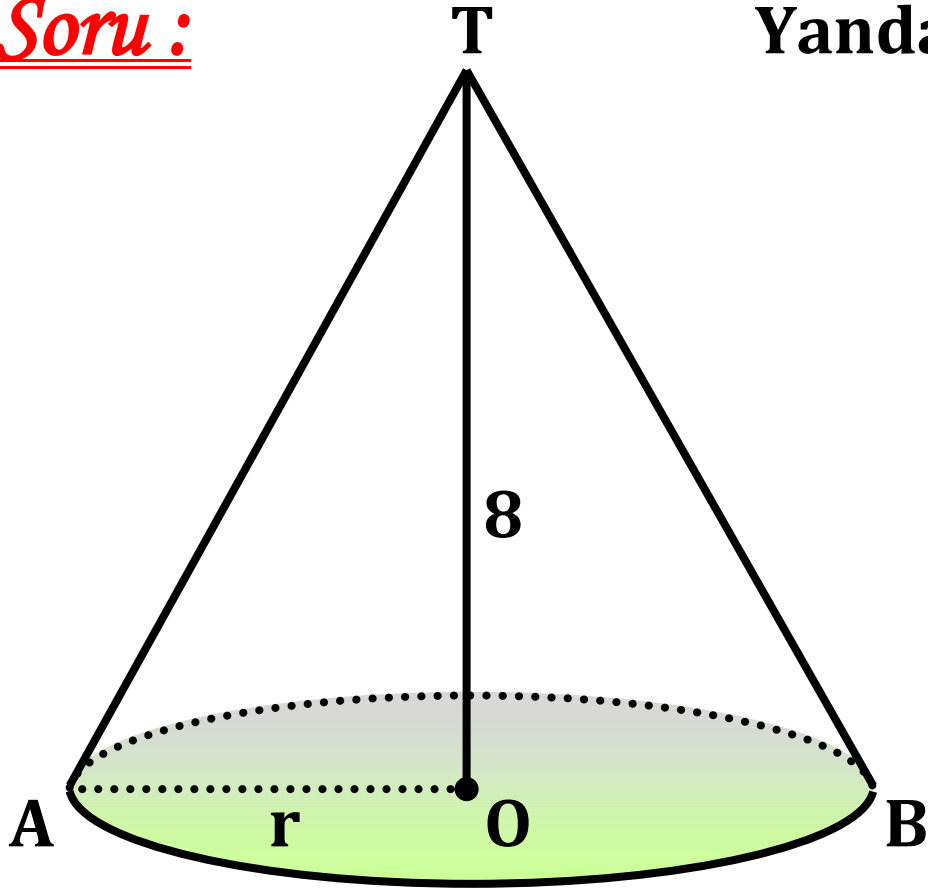
C) Yanal alan daire dilimidir. Daire diliminin alanı $\pi l^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$ idi. B maddesi kurala uygulanırsa Yanal alan = $\pi \cdot r \cdot l$ olarak alınır.

D) Yüzey Alanı = $\pi \cdot r \cdot l + \pi \cdot r^2$ olarak alınır.

E) Hacim $V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$ olarak bulunur.

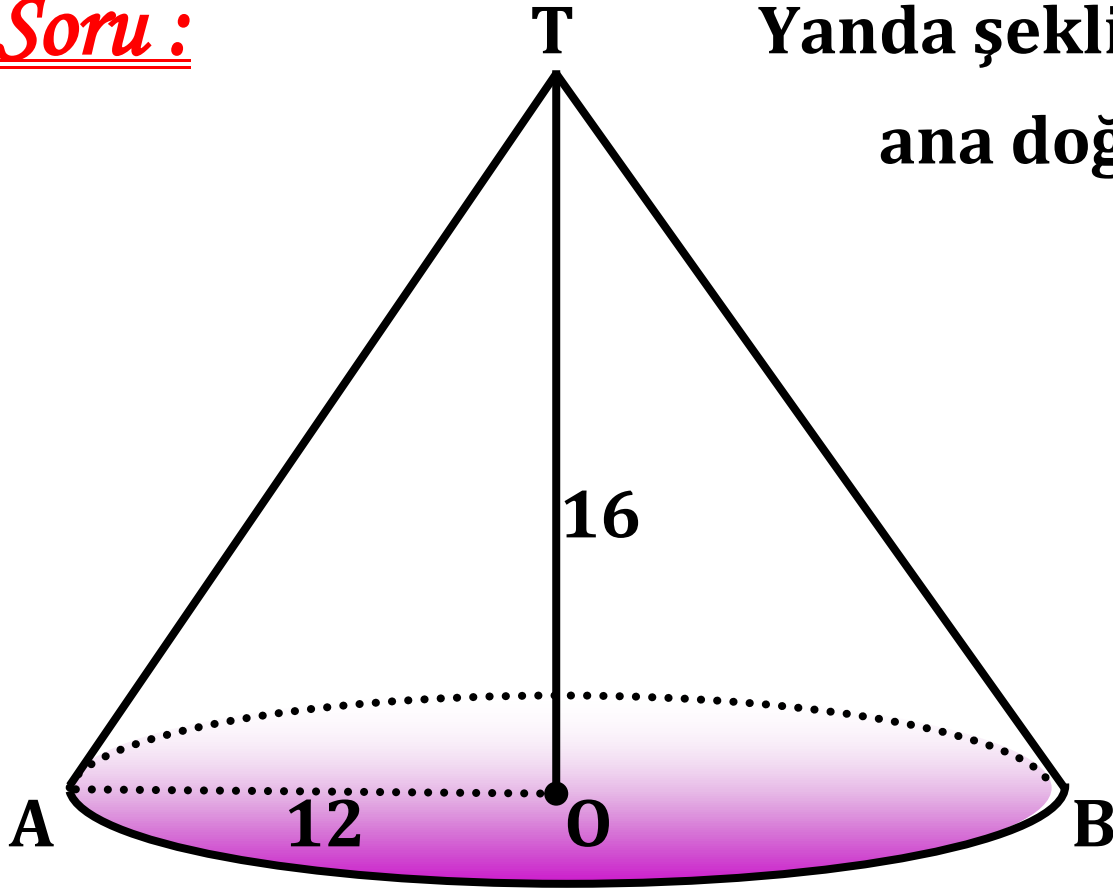
Soru :

Yanda şekli verilen konide $|TB| = 3 \cdot |AO|$
ise tabanın çapını bulunuz.



Soru :

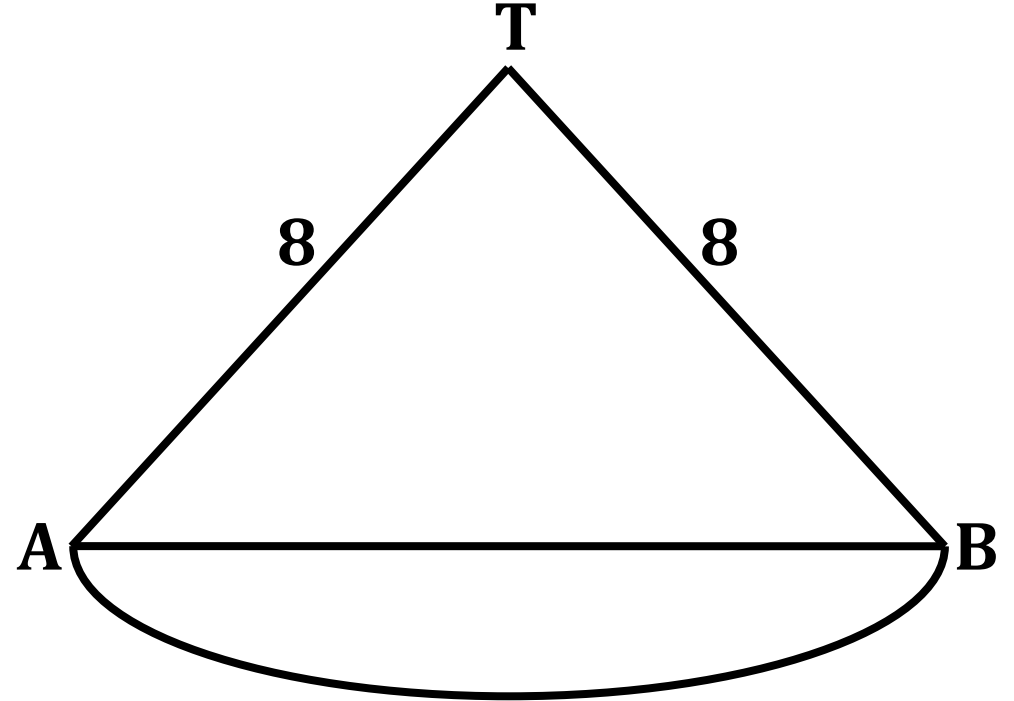
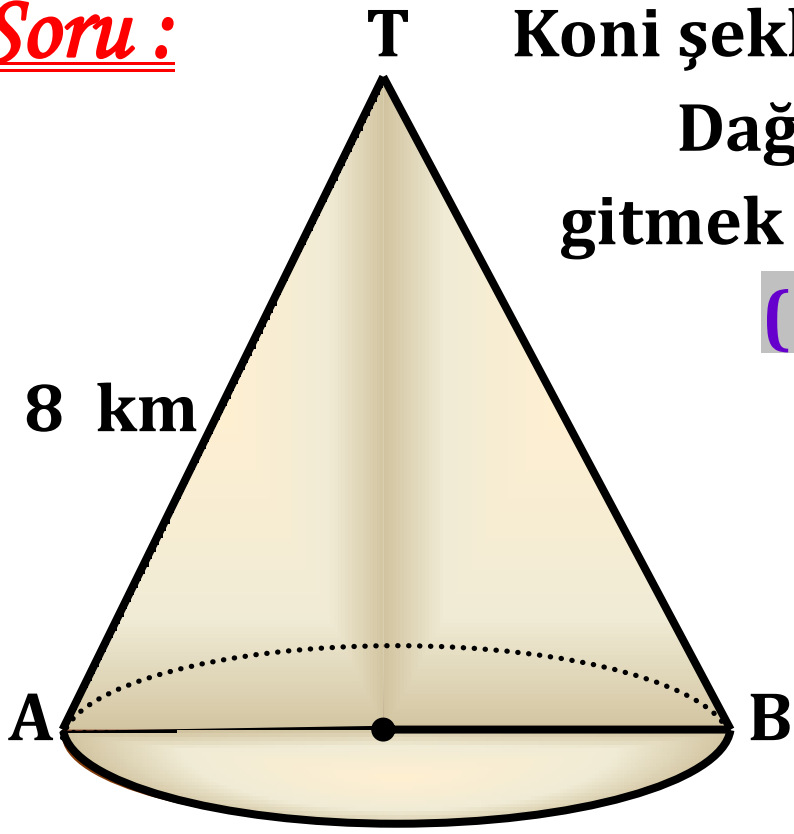
Yanda şekli verilen koninin açık halini çizip,
ana doğrusunu ve merkez açığı bulunuz.



Soru :

Koni şeklindeki bir dağın taban yarıçapı 4 km 'dir.
Dağın eteğindeki A noktasından B noktasına
gitmek isteyen bir kişi en az kaç km yol kat eder ?

(AB yayını gören üçgen oluşturulursa, yay
uzunluğu ve açıdan mesafe bulunur.)



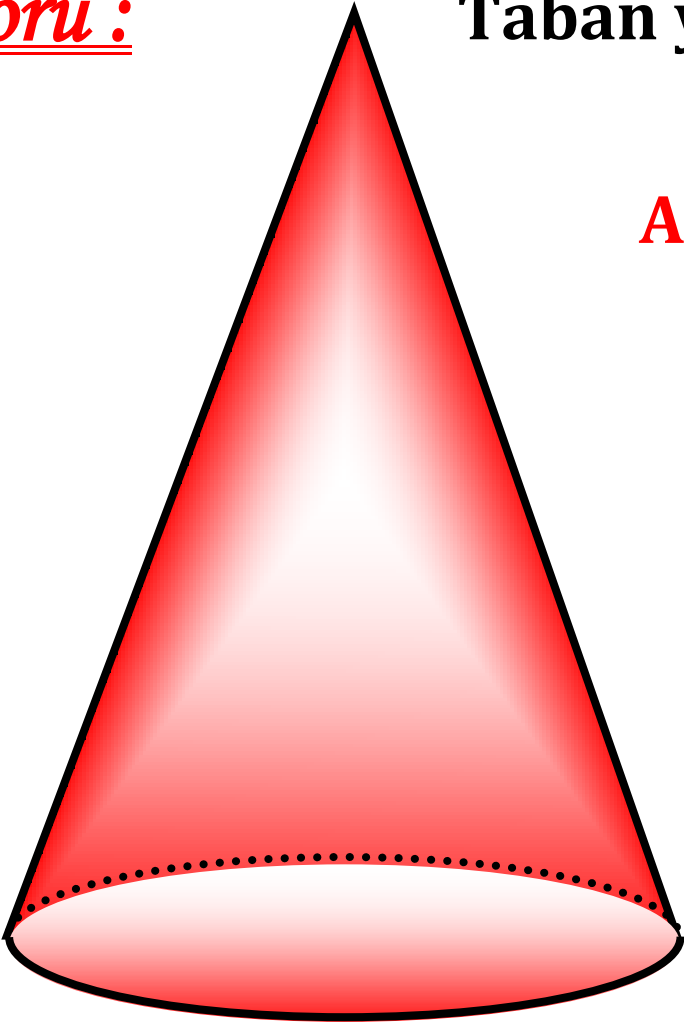
Soru : Taban çevresi 24π br olan dik dairesel koninin yüksekliği 5 br ise; **A)** Koninin hacmini bulunuz.

B) Koninin ana doğru parçasının uzunluğunu bulunuz.

Soru :

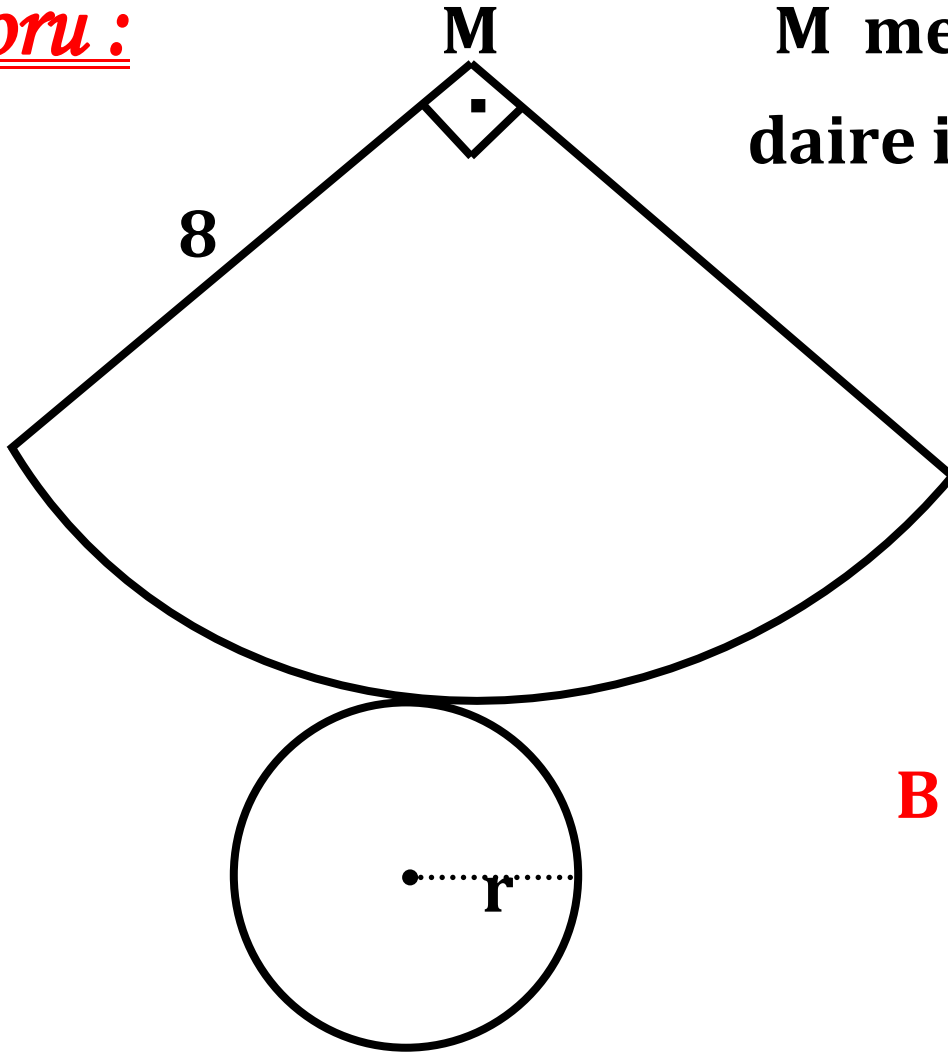
Taban yarıçapı 7 br ve ana doğrusu 25 br olan dik dairesel koni şeklindeki cismin;

A) Alanını bulunuz.



B) Hacmini bulunuz.

Soru :



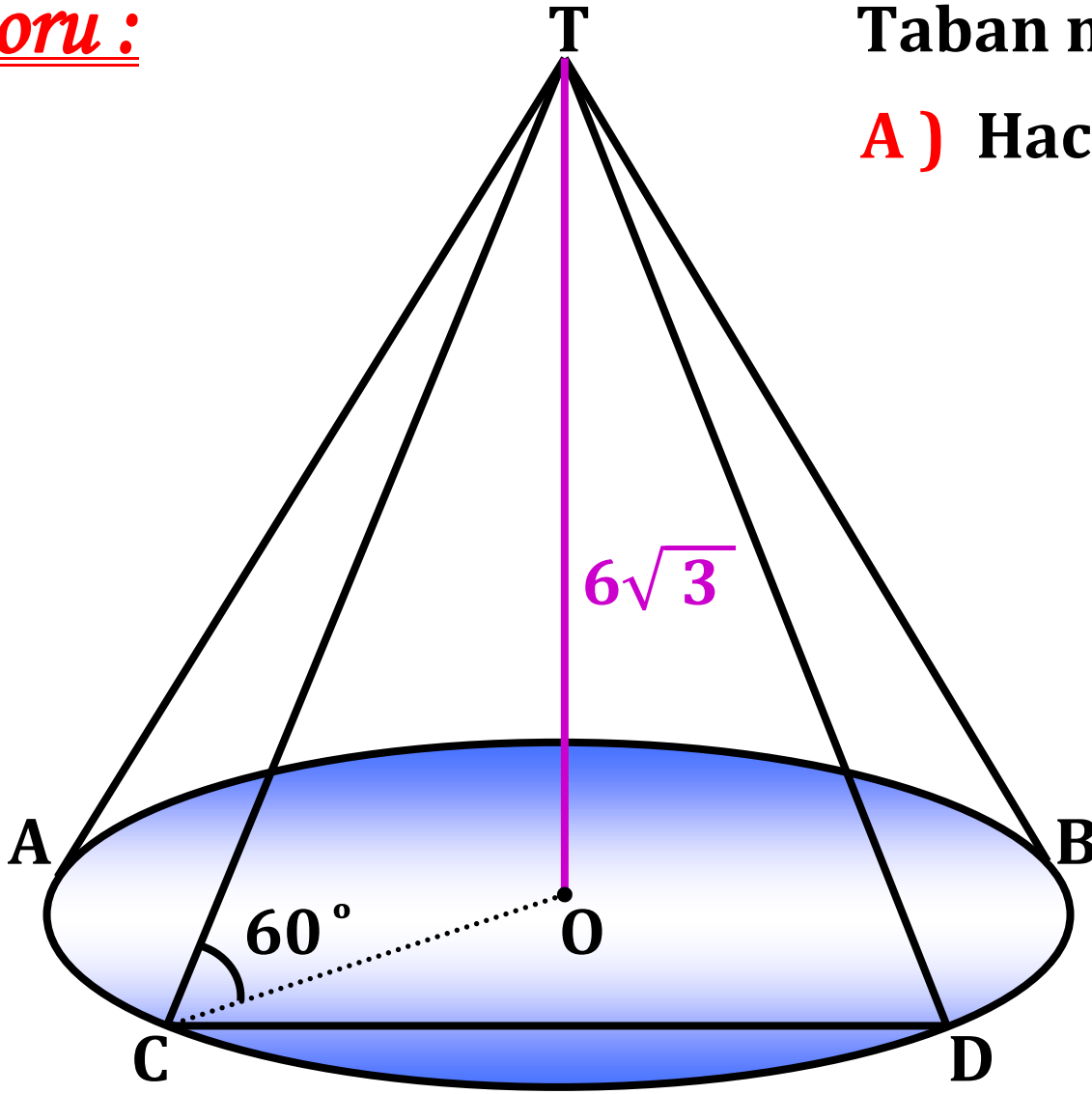
M merkezli daire dilimi kıvrılarak alttaki daire ile birleştirilip bir dik koni oluşturuluyor. Bu koninin; **A)** Yarıçapını bulunuz.

B) Yanal alanını ve hacmini bulunuz.

Soru :

Taban merkezi O olan koninin;

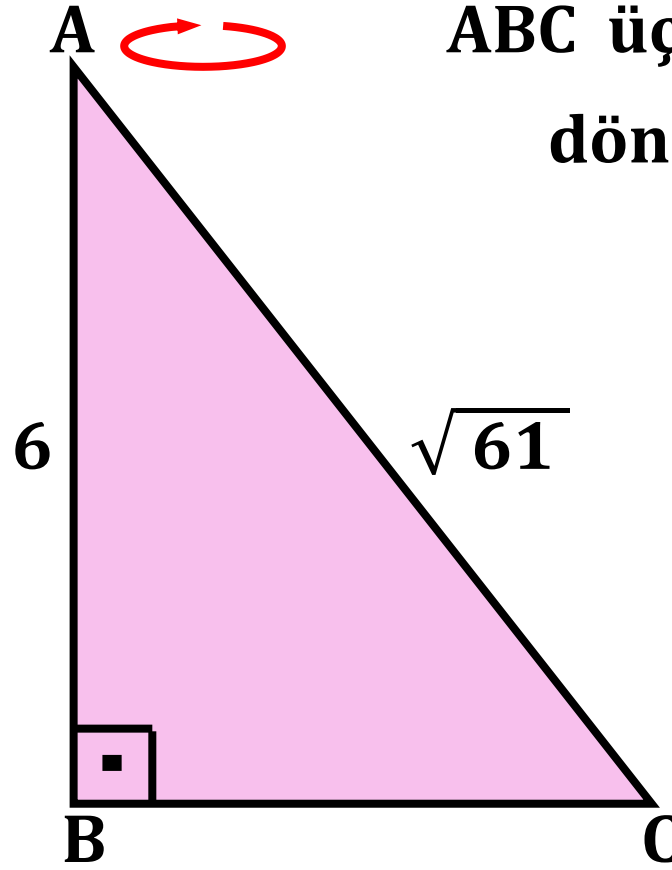
A) Hacmini bulunuz.



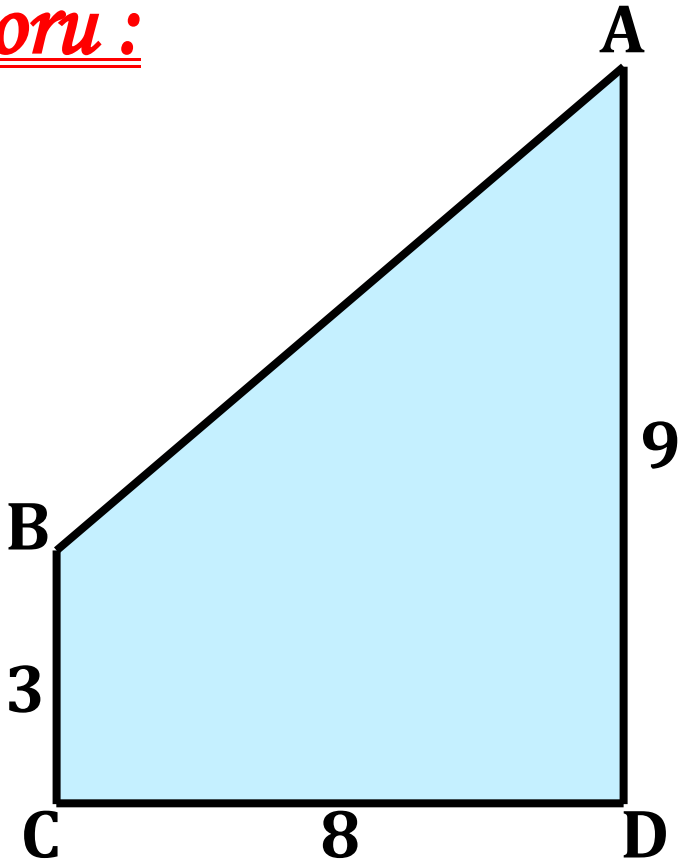
B) Alanını bulunuz.

Soru :

ABC üçgeni [AB] etrafında 360°
döndürülmesiyle oluşan şeklin
hacmini bulunuz.



Soru :

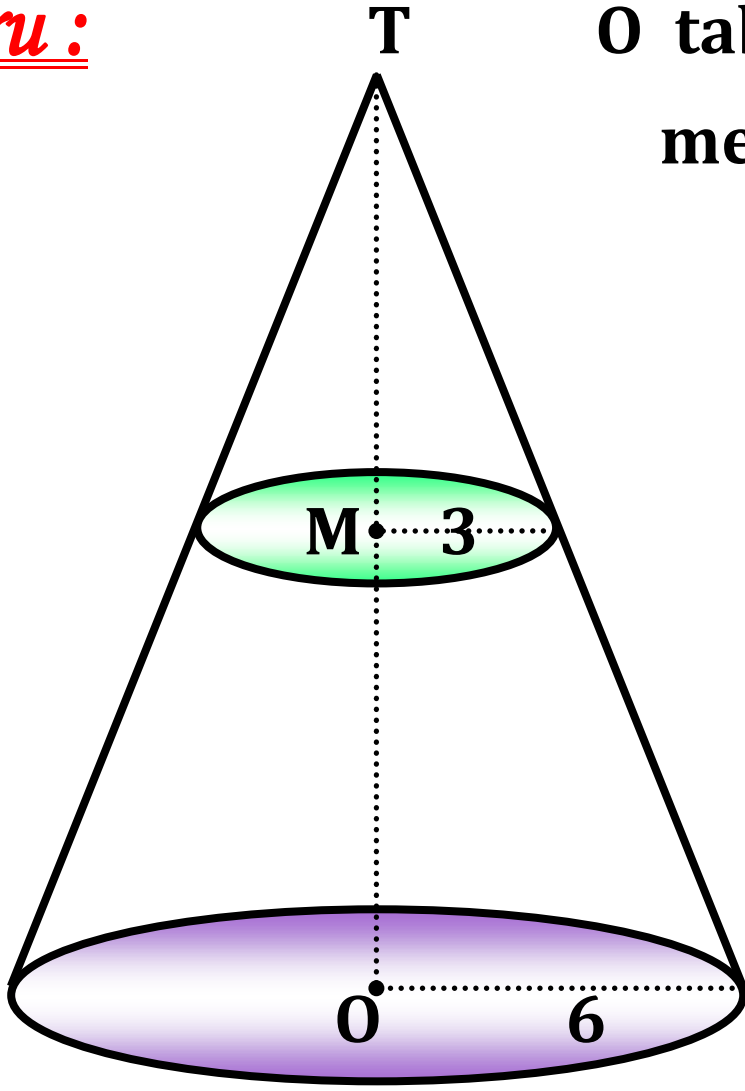


Yandaki ABCD dik yamuęu
[AD] kenarı etrafında 360°
döndürölmesiyle oluşan şeklin
A) Hacmini bulunuz.

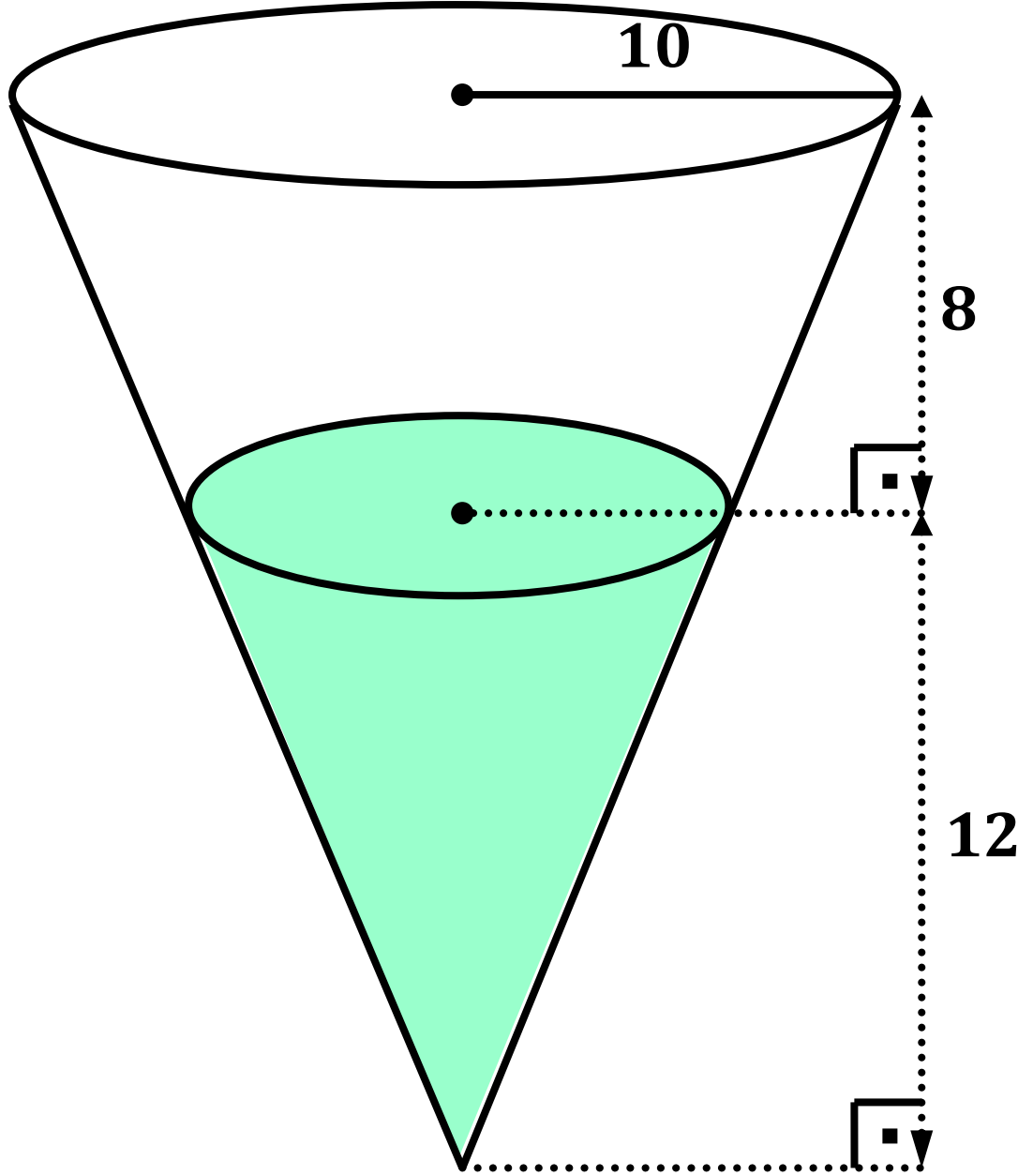
B) Yüzey alanını bulunuz.

Soru :

0 taban merkezli dik koninin hacmi, **M** taban merkezli dik koninin hacminin kaç katıdır ?

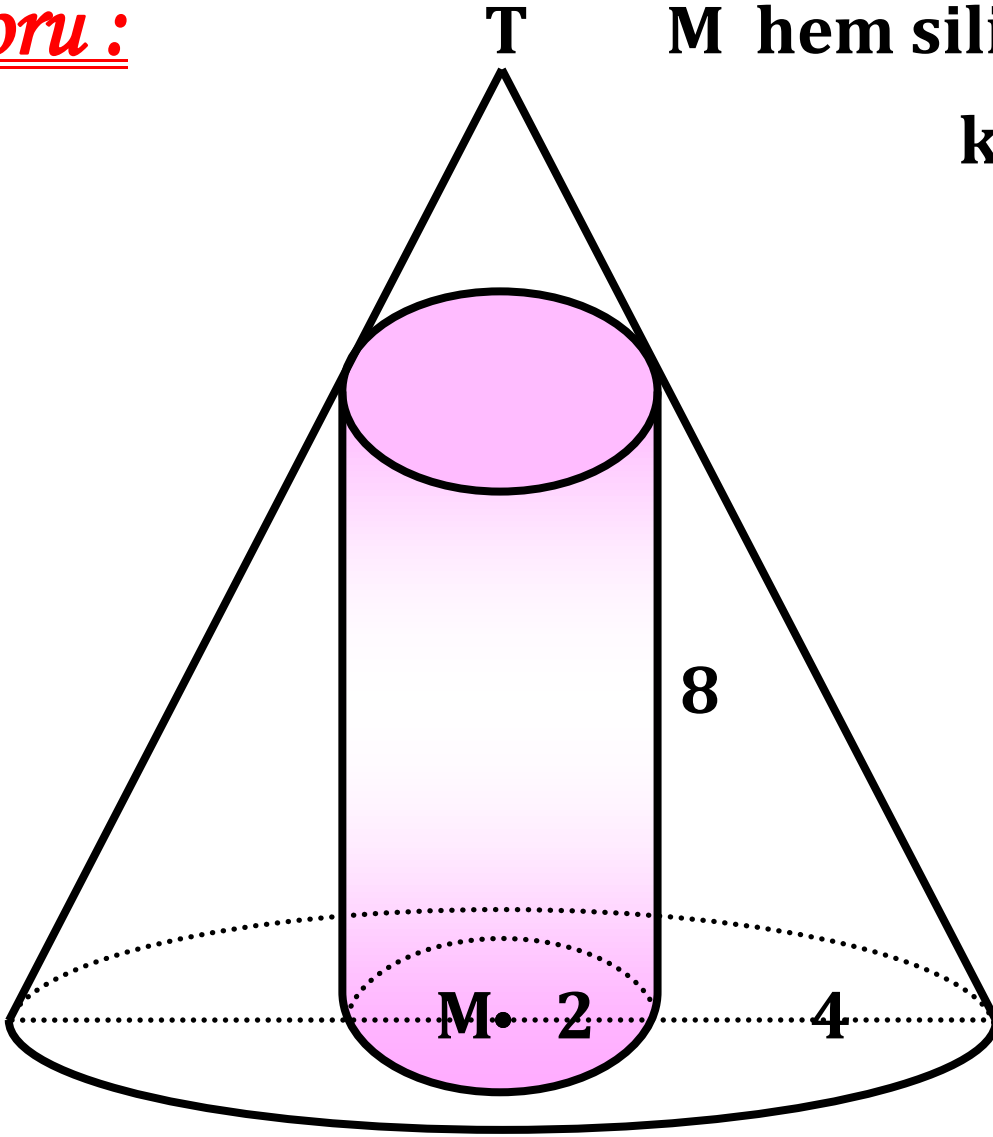


Soru : Ağız kısmı yarıçapının 10 br olduğu koni ters çevrilip içine 12 br yüksekliğe kadar sıvı doldurulmuştur. Doldurulan kısmın hacmini bulunuz.

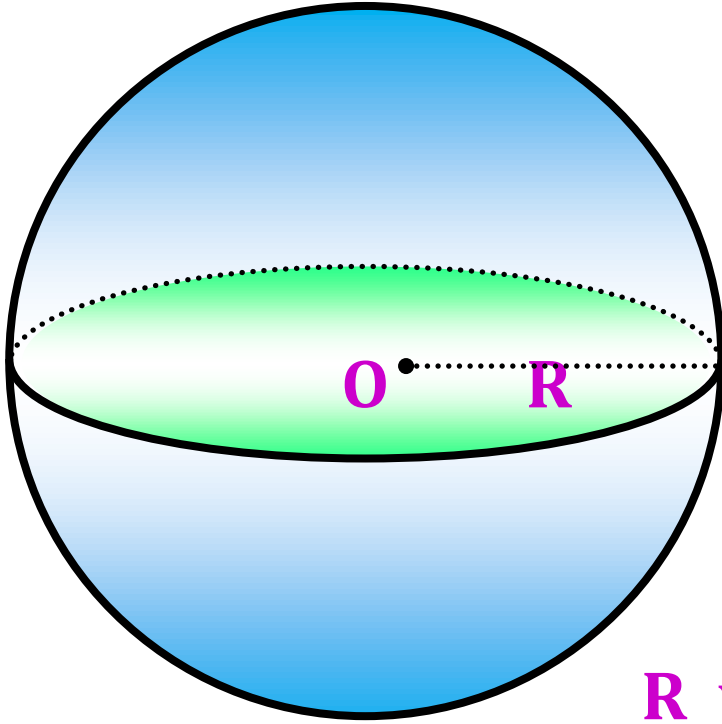


Soru :

M hem silindirin hem de koninin taban merkezidir. Silindirin hacminin koninin hacmine oranını bulunuz.



KÜRE



Uzayda sabit bir O noktasına, R br uzaklıktaki noktalarını belirttiği yüzeye **küre yüzeyi** ve bu yüzeyin sınırlandığı cisme “**küre**” adı verilir. O noktasına kürenin merkezi adı verilir. (Düzlemde ise bu tanıma **daire** adı verilirdi.)

R yarıçaplı bir kürenin;

1) **Yüzey alanı = $A = 4\pi \cdot R^2$** olarak hesaplanır.

2) **Hacim = $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$** olarak hesaplanır.

Bir küre ile kürenin merkezinden geçen bir düzlemin ara

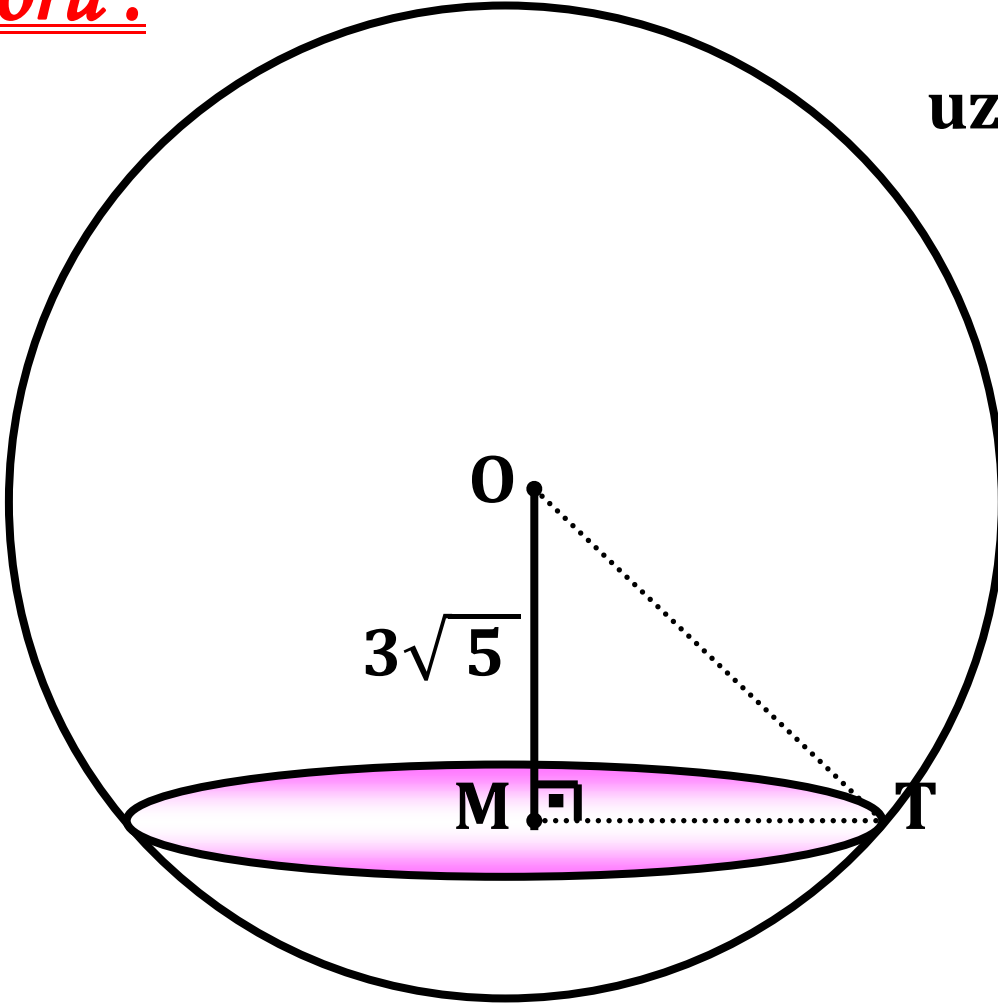
kesit kürenin en büyük dairesidir.

Soru : Çapı 6 br olacak şekilde şişirilen topa kaç br^3 hava basılmıştır ?

Soru : Yarıçapı 6 br olan kürenin hacmi, yüzey alanından kaç π fazladır ?

Soru :

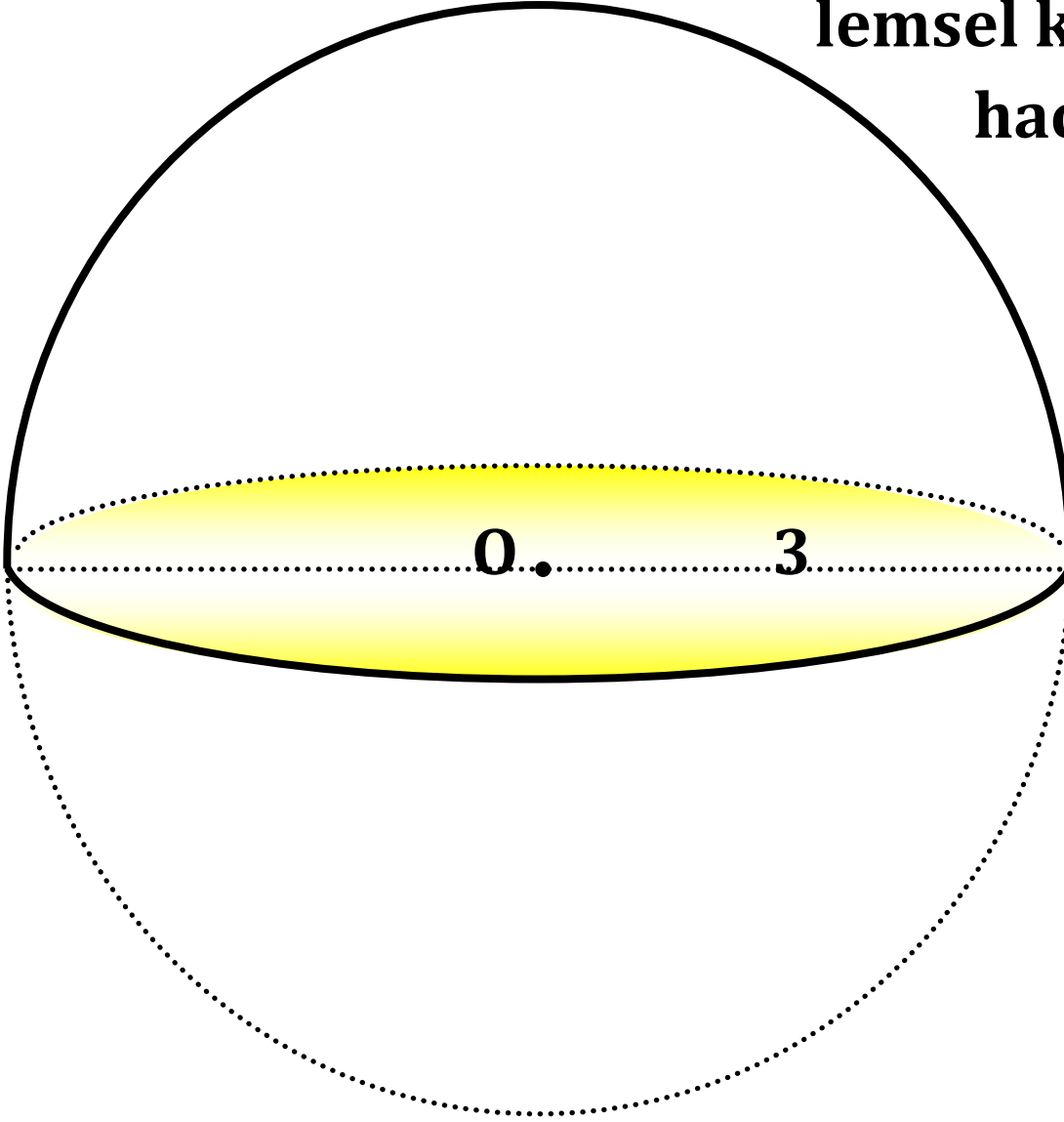
Bir kürenin merkezinden $3\sqrt{5}$ br uzaklıktaki düzlemsel kesitin çevresi 12π br ise bu kürenin; (O ve M merkez) A) Yüzey alanını bulunuz.



B) Hacmini bulunuz.

Soru : Büyük bir kürenin hacmi 8 tane özdeş kürenin toplam hacmine eşitse iki kürenin yarıçapları arasındaki ilişkiyi bulunuz.

Soru : Yarıçapı 3 br olan küre, merkezinden geçecek şekilde düzlemsel kesiliyor. Oluşan yarım kürenin hacmini ve yüzey alanını bulunuz.

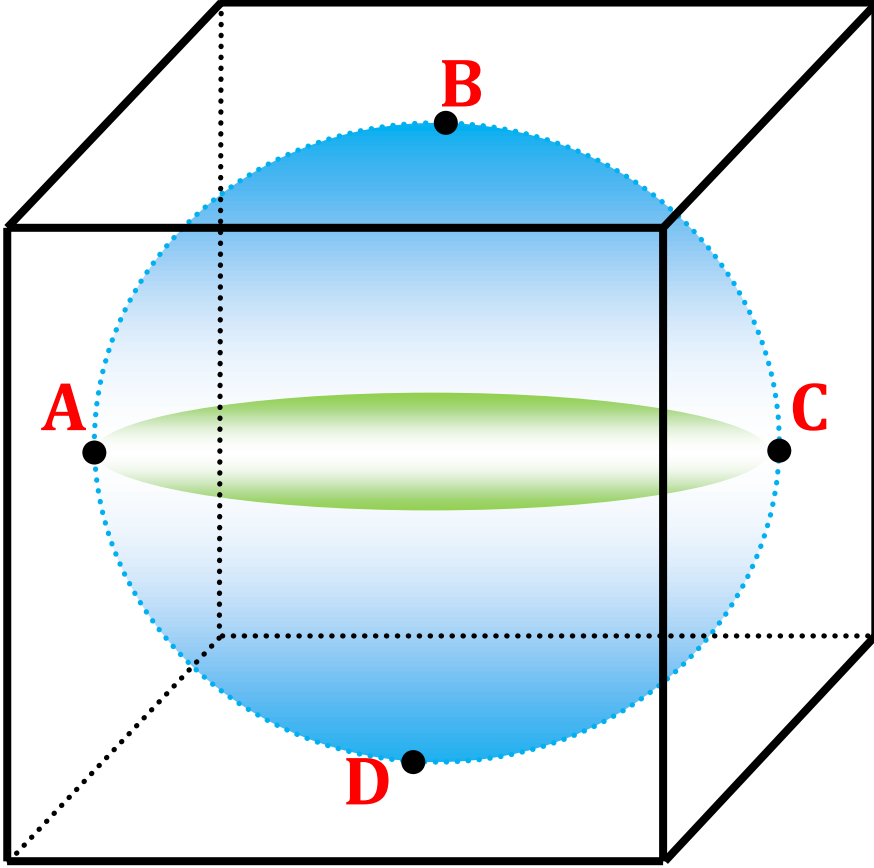


Soru :



Taban yarıçapı 3 br ve yüksekliği 10 br olan dik dairesel koni şeklindeki dondurma külahının, iç kısmı çikolata ile doldurulup dondurulmuştur. Külahın üstüne ise yarım top fıstıklı dondurma konulmuştur. Oluşan ürünün hacmini bulunuz.

Soru : Hacmi 216 br^3 oln bir küpün içine tüm yüzeylere teğet olacak şekilde bir küre yerleştiriliyor. Bu kürenin yüzey alanı kaç br^2 'dir ? (Uygun şekil çizilir.)

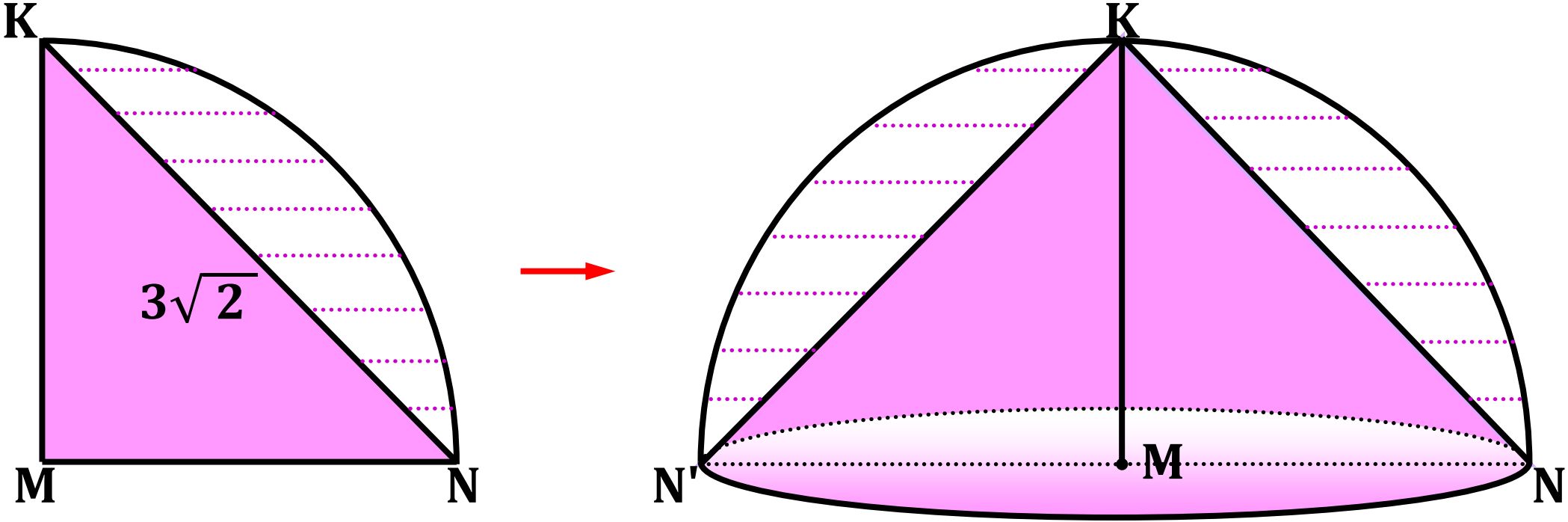


(A , B , C ve D noktaları kürenin, küpün yüzeyine teğet olduğu noktalardır.)

Soru : İki bölmeden oluşan oyun alanının sağ kısmında top havuzu oluşturulacaktır. Bu bölümün iç ebatları 2 m x 2 m x 2 m 'dir. Top havuzunda top konulacak kısmın yüksekliği 50 cm olarak belirleniyor ve bu yüksekliğin aşılmaması isteniyor. Bu kısma konulacak özdeş toplardan birinin çapı 10 cm olup, toplar 200 'lü paketlerde satılıyor. Alınacak topların hepsi top havuzuna konmak şartı ile en fazla kaç top alınması gerekir ? ($\pi = 3$ alınız.)



Soru : M merkezli çeyrek daire [KM] doğru parçası etrafında 360° döndürülürse şekildeki daire kesmesinin (taralı bölge) oluşturacağı cismin hacmini bulunuz.



Soru: Yarıçapı 20 br olan küre şeklindeki karpuzdan 60° 'lık bir karpuz dilimi kesiliyor. **A)** Kalan kısmın alanını bulunuz.
($\pi = 3$ alınız.)



B) Kesilen dilimin hacmini bulunuz. (Daire dilimindeki çözüm yöntemi kullanılır.)