

GEOMETRİK DİZİLER

Ardışık terimleri arasındaki oranın sabit olduğu dizilere “**geometrik dizi**” adı verilir.

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \dots = r \quad \text{ise } (a_n)$$

dizisi bir geometrik dizidir. ($r \neq 0$ olmalıdır.)

r sabit sayısına geometrik dizinin “**ortak çarpanı**” adı verilir.

Örneğin ; $(a_n) = (2, 4, 8, 16, \dots, 2^n, \dots)$

dizisini inceleyelim.

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \dots = 2 \quad \text{olduğundan}$$


(a_n) dizisi geometrik bir dizidir.

Soru : Genel terimi $a_n = 3n + 1$ olan dizi bir geometrik dizi midir ? (Dizinin elemanları sıra ile bulunur ve sayılar arasındaki oranın sabit olup olmadığına bakılır. Ya da $\frac{a_{n+1}}{a_n} = r$ sabitini verir ise dizi geometrik dizidir.)

Soru : Genel terimi $a_n = 5 \cdot 3^n$ olan dizi bir geometrik dizi mi-dir ?

Kural: (a_n) geometrik bir dizi olsun. Dizinin ilk terimi a_1 ve ortak çarpan r olsun.

$$(a_n) = (a_1, a_2, a_3, a_4, \dots)$$



$$a_1$$

$$a_2 = a_1 \cdot r$$

$$a_3 = a_2 \cdot r = a_1 \cdot r \cdot r = a_1 \cdot r^2$$

$$a_4 = a_3 \cdot r = a_1 \cdot r^2 \cdot r = a_1 \cdot r^3$$

.

.

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \text{ olarak alınır.}$$

Soru : İlk terimi 5 ve ortak çarpanı 4 olan geometrik dizinin on beşinci terimi kaç olur ?

Soru : İlk terimi 9 ve ortak çarpanı $\frac{1}{3}$ olan geometrik dizinin genel terimini bulunuz.

Soru : İlk terimi 2 ve ortak çarpanı $\sqrt{2}$ olan geometrik dizinin kaçınıcı terimi 128 olur ?

Soru : (a_n) geometrik dizisinde $r = 2$ olup $a_4 = 8$ ise $a_9 = ?$

Soru : 18 ile 1458 arasına pozitif üç terim yerleştirilerek geometrik bir dizi elde ediliyor. Buna göre dizinin ikinci terimi kaçtır ?

Soru : 5 , a , b , 320 , c , d sıralı sayıları bir geometrik dizi oluşturuyor. Buna göre bu elemanların toplamını bulunuz.

Soru : (a_n) geometrik dizisinde $a_7 \cdot a_5 = 64 \cdot a_3 \cdot a_6$ ise dizinin ortak çarpanı kaçtır ?

Soru : (a_n) geometrik dizisinde $\frac{a_{13} \cdot a_6 \cdot a_{21}}{a_{10} \cdot a_{19} \cdot a_9} = 625$ ise dizinin pozitif ortak çarpanı kaçtır ?

Soru : (a_n) pozitif terimli geometrik dizisinde $a_1 = \frac{1}{21}$ olup $a_1 + a_3 + a_5 = 1$ ise dizinin ortak çarpanını bulunuz.

Soru : (a_n) geometrik dizisinde $a_3 + a_5 = 10$ ve $a_6 + a_8 = 80$ ise dizinin ortak çarpanını bulunuz.

Not : Bir (a_n) geometrik dizisinde a_p ve a_q terimleri verilir-se $r^{q-p} = \frac{a_q}{a_p}$ işleminin sonucu dizinin ortak çarpanını verir.

Soru : (a_n) geometrik dizisinde $a_8 = \frac{1}{2}$ ve $a_{13} = 16$ ise dizinin ortak çarpanını ve ilk terimini bulunuz.


2.Yol: Verilenler açılır ve taraf tarafa tarafa çözümünden istenen bulunabilir.

Soru : (a_n) geometrik dizisinde $a_5 = 81$ ve $a_8 = 3$ ise dizinin ortak çarpanını ve ilk terimini bulunuz.

Soru : (a_n) geometrik dizisinde ilk n terim çarpımı A_n ile gösteriliyor. $\frac{A_{10}}{A_9} = 96$ ve $\frac{A_5}{A_4} = 3$ ise dizinin ortak çarpanını bulunuz.

Kural: Bir geometrik dizide bir terimin karesi, kendisinden eşit uzaklıktaki iki terimin çarpımına eşittir.

Örnek 1:  a_1 , a_2 , a_3 geometrik bir dizinin ilk üç terimi olsun.
 $a_2^2 = a_1 \cdot a_3$ olarak alınır.

Örnek 2:  a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 geometrik bir dizinin ilk beş terimi olsun.
 $a_3^2 = a_1 \cdot a_5 = a_2 \cdot a_4$ olarak alınır.

.....
Örneğin; 2 , 4 , 8 , 16 , 32 , 64 , 128 geometrik dizisini alalım.

$$16^2 = 2 \cdot 128 = 4 \cdot 64 = 8 \cdot 32 \text{ eşitliği sağlanır.}$$

Soru : (a_n) geometrik dizisinde $a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 = 125$ ise $a_3 = ?$

Soru : $x, y, 4, z, t$ sıralı sayıları bir geometrik dizi oluşturuyorsa $x \cdot y \cdot z \cdot t = ?$

Soru : Bir geometrik dizinin ilk üç terimi $x - 1$, $x + 1$ ve $x + 4$ ise bu sayıları bulunuz.

Soru : $x \neq -2$ olmak üzere; $2x + 4$, $x + 2$ ve $x - 2$ ardışık üç terim bir geometrik dizinin ilk üç terimi ise bu sayıları ve dizinin ortak çarpanını bulunuz.

Soru: x , 4 ve y bir geometrik dizinin ilk üç terimidir. x , 3 ve $y - 4$ ise bir aritmetik dizinin ilk üç terimidir. Buna göre $x^2 + y^2 = ?$ ($(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ özdeşliğinden yararlanılır.)

Soru: a , \sqrt{b} ve c bir geometrik dizinin ilk üç terimidir. $a . c$, $b^2 - 6$ ve $4 . a . c$ ise bir aritmetik dizinin ilk üç terimidir. Buna b sayısı ne olmalıdır ?

Soru : a , b ve c sayıları hem geometrik hem de aritmetik bir dizinin ilk üç terimi ise a , b ve c sayıları arasındaki ilişkiyi bulunuz.

Not : a , b ve c sayıları hem geometrik hem de aritmetik bir dizinin ilk üç terimi ise $a = b = c$ olmalıdır.

Soru : $2x - 7$, 11 ve $5 - y$ sayıları hem geometrik hem de aritmetik bir dizinin ilk üç terimi ise $x . y = ?$

Soru: $x - 2y$, 4 ve $2x + y$ sayıları hem geometrik hem de aritmetik bir dizinin ilk üç terimi ise $x + y = ?$

Kural: (a_n) bir geometrik dizi olsun. Dizinin ilk n terim toplamı S_n ile gösterilir.

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \\ &= a_1 + a_1 \cdot r + a_1 \cdot r^2 + \dots + a_1 \cdot r^{n-1} \\ &= a_1 \cdot (1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1}) \end{aligned}$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} \text{ olarak bulunur.}$$

Soru: İlk terimi 7 ve ortak çarpanı 2 olan geometrik bir dizinin ilk altı teriminin toplamı kaç olur ?

Soru : $(a_n) = \left(\frac{2}{27}, \frac{2}{9}, \frac{2}{3}, \dots \right)$ geometrik dizisinde
ilk yirmi beş terimin toplamı kaç olur ?

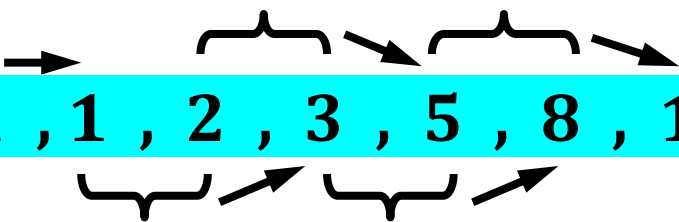
Soru : Pozitif terimli (a_n) geometrik dizisinde $a_2 = 1$ ve $a_7 = 32$ ise dizinin ilk on teriminin toplamı kaç olur ?

Soru : (a_n) geometrik dizisinde ilk dört terimin toplamının, ilk iki terimin toplamına oranı 82 ise dizinin pozitif ortak çarpanını bulunuz.

Soru : Ali birinci ay kumbaraya 1 ₺ atarak para biriktirmeye başlıyor. Her ay sonunda önceki ay kumbaraya attığı paranın iki katı kadar daha para atmaktadır. Buna göre yıl sonunda kumbarasında kaç ₺ para bulunacaktır ?

Fibonacci Dizisi

İlk terimi 1 ve bundan sonraki her terimi kendisinden önceki iki terimin toplamı olarak yazılan diziye “Fibonacci dizisi” adı verilir. (F_n) ile gösterilir.

$$(F_n) = (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots)$$


$$F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = F_2 + F_1 = 1 + 1 = 2$$

$$F_4 = F_3 + F_2 = 2 + 1 = 3$$

$$F_5 = F_4 + F_3 = 3 + 2 = 5$$

$$F_6 = F_5 + F_4 = 5 + 3 = 8$$

...

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ olarak bulunur. } (n > 2 \text{ olmalıdır.})$$

Soru : Fibonacci dizisinin; en büyük iki basamaklı sayısı A , en küçük üç basamaklı sayısı B , iki basamaklı ve 11 'in katı olan sayısı da C ise $A + B + C = ?$

Soru: (F_n) Fibonacci dizisinde $\sqrt{F_{12}} = a$, $a + F_7 = b$ ise $b - 2a + 1$ işleminin sonucu dizinin kaçınıcı terimini verir ?

Soru : Küçükten büyüğe ardışık üç terimi sırasıyla $5x$, $x + 78$
ve $11x + 23$ olan Fibonacci dizisinde x kaçtır ?