



Cebir Notları

Gökhan DEMİR, gdemir23@yahoo.com.tr

Mutlak Değer

MUTLAK DEĞER VE SIRALAMA

a) MUTLAK DEĞER :

1. Tanım :

$$x \geq 0 \rightarrow |x| = x$$

$$x < 0 \rightarrow |x| = -x$$

2. Tanım :

Bir sayının karesinin pozitif karekökü o sayının mutlak değeridir.

$$|x| = \sqrt{x^2}$$

ÖRNEK :

$$\sqrt{a^2} = |a| \text{ şeklinde tanımlandığına göre}$$

$$\frac{-\sqrt{(-3)^2} + \sqrt{9} - \sqrt{(-9)^2}}{\sqrt{(-3)^2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -9 B) -3 C) -1 D) 3 E) 9
(ÖSS – 1992)

Çözüm :

$$\frac{-|-3| + 3 - |-9|}{|-3|} = \frac{-3 + 3 - 9}{3}$$

$$= \frac{-9}{3} = -3$$

Yanıt : B

MUTLAK DEĞER ÖZELLİKLERİ

$\forall a, b \in \mathbb{R}$ için

- 1) $|a| \geq 0$
- 2) $a \leq |a|$
- 3) $|a| \cdot |b| = |a \cdot b|$
- 4) $\frac{|a|}{|b|} = \left| \frac{a}{b} \right|$ ($b \neq 0$)
- 5) Üçgen eşitsizliği
 $||a| - |b|| \leq |a+b| \leq |a| + |b|$
- 6) $|a|^2 = |a^2| = a^2$ eşitliği vardır.

SIRALAMA :

$U \in \mathbb{R}^+$ için $a + U = b$ ise $a < b$,

$U \in \mathbb{R}^+ \approx \{0\}$ için $a + U = b$ ise $a \leq b$ olarak tanımlanır.

"<" işareti sıralama ya da eşitsizlik olarak tanımlanır.

"<" işareti küçük < Büyük ifade eder.

EŞİTSİZLİKLERDE ÖZELLİKLER:

1) Bir eşitsizliğin iki yanına aynı sayı toplansa ya da çıkarılsa eşitsizlik bozulmaz.

$$a < b \rightarrow \forall c \in \mathbb{R} \text{ için } a + c < b + c,$$

$$a - c < b - c$$

dir.

2) Eşitsizliklerde geçişme özelliği vardır.

$$a < b, b < c \rightarrow a < c$$

dir.

3) Eşitsizliklerde terssimetri özelliği vardır.

$$a \leq b, b \leq a \rightarrow a = b$$

dir.

4) Eşitsizliğin her iki yanı pozitif sayı ile çarpılsa eşitsizlik değişmez. Negatif bir sayı ile çarpılınca eşitsizlik yön değiştirir.

$$c > 0 \text{ ve } a < b \rightarrow a \cdot c < b \cdot c$$

$$c < 0 \text{ ve } a < b \rightarrow a \cdot c > b \cdot c \text{ dir.}$$

KONU TESTİ - 1

1. $3 < a < 4$ ve a bir reel sayı olmak üzere
 $|a - |a - 4|| + 4$ toplamının sonucu nedir?
A) 0 B) 4 C) 8 D) 2a E) 2a+4

2. $x < 0 < y$ ise
 $|-x| + |x - y| - |y - x| + |y|$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x - y$ B) $y - x$ C) 0
D) $x + y$ E) $3x + y$

3. $|3x - 1| = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{\frac{1}{3}\}$ B) $\{-\frac{1}{3}\}$ C) $\{0\}$
D) $\{-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\}$ E) 1

4. x bir reel sayı, $2 < x < 3$ koşulu ile

$$\sqrt{x^2 - 3x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $2 - x$ C) 2
D) $x - 2$ E) $x - 3$

5. $a = b + 2$ için

$$|a - b| + \sqrt{b^2 - 2ab + a^2} - |b - a|$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

6. $|2x - 1| \leq 5$ koşuluna uyan kaç tane x tam sayısı vardır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

7. $9 < x^2 \leq 16$ eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[3, 4]$ B) $[-4, -3] \approx [3, 4]$
C) $[-4, -3] \approx [3, 4]$ D) $[-4, -3] \approx [3, 4]$
E) $[-4, -3] \approx (3, 4]$

8. $|x - 4| + |x + 7|$ toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) 14 B) 11 C) 7 D) 4 E) 0

9. $(-1, 0)$ açık aralığı aşağıdaki kümelerden hangisine eşittir?

A) $\{x \mid x \in \mathbf{R}, |x + \frac{1}{2}| < \frac{1}{2}\}$
B) $\{x \mid x \in \mathbf{R}, |x - \frac{1}{2}| < \frac{1}{2}\}$
C) $\{x \mid x \in \mathbf{R}, |x - 1| < 1\}$
D) $\{x \mid x \in \mathbf{R}, |x + 1| < 1\}$
E) $\{x \mid x \in \mathbf{R}, |x| \leq 0\}$

10. $|a - 5| + |b + 2| + |c - 4| = 0$ olduğuna göre $a - b + c$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 11 B) 7 C) -7 D) 3 E) -11

11. $|3 - |x - 4|| = 5$ denkleminin çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

12. $\frac{|a| - |b| + ||a| - |b||}{|a - b|}$ rasyonel ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

13. x, y, z negatif reel sayılardır.

$$\frac{x}{0;2} = \frac{y}{0;3} = \frac{z}{0;4} \text{ olduğuna göre aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?}$$

A) $x < y < z$ B) $y < z < x$
C) $z < x < y$ D) $z < y < x$
E) $x < z < y$

14. $a + |a| = 0$ ise aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) $a > 0$ B) $a \geq 0$ C) $a > 1$
D) $a < 1$ E) $a \leq 0$

15. $\left| \frac{5-x}{2} \right| < 2$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?
A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11
16. $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt[3]{4}$, $c = \sqrt[4]{5}$ veriliyor. a, b, c sayıları için aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?
A) $a < b < c$ B) $c < b < a$
C) $b < c < a$ D) $a < c < b$
E) $c < a < b$
17. a, b, c gerçel sayılardır.

$$\left. \begin{array}{l} a^3 \cdot b^2 < 0 \\ a - b > 0 \\ b^3 \cdot c^5 < 0 \end{array} \right\}$$
ise aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?
A) $b < a < c$ B) $c < a < b$
C) $a < b < c$ D) $c < b < a$
E) $a < c < b$
18. $2 < a < 3b$ olmak üzere,

$$\sqrt{a^2 - 6ab + 9b^2} + \sqrt{a^2 - 4a + 4}$$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $a + 3b$ B) $3b + 2$ C) $3b - 2$
D) $2 - 3b$ E) $2a - 3b$
19. a bir reel sayıdır. $0 < a < 1$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?
A) $a < a^{\frac{1}{a}}$ B) $\frac{1}{a} < a$ C) $a^{-1} < 0$
D) $a^a > a$ E) $a^2 < a$

20. a ve b reel sayıları için;

$$\left. \begin{array}{l} b^2 - ab < 0 \\ \sqrt{b^2} = -b \end{array} \right\}$$
olduğuna göre aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?
A) $a < b < 0$ B) $b < a < 0$
C) $0 < a < b$ D) $0 < b < a$
E) $a < 0 < b$
21. $\sqrt{x^2 + 10x + 25} \leq 10$
eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?
A) $[-5, 5]$ B) $[-5, 0]$ C) $[-15, 5]$
D) $[-20, 10]$ E) $[-15, 15]$