

Denklemler

Denklemler

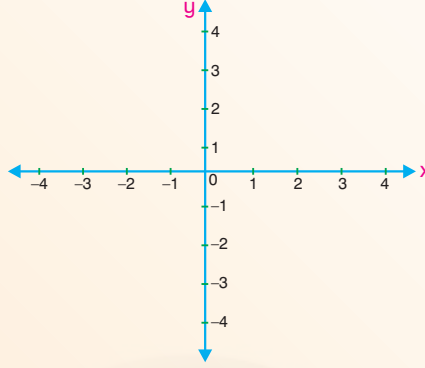


Yukarıdaki iki afiş, bir İnternet servis sağlayıcısının müşterilerine sunduğu iki ayrı paketi göstermektedir. Farklı erişim paketlerini kullanan iki müşterinin, erişimin aynı ücrete mal olduğu bir zaman dilimi var mıdır? Bulabilir misiniz?

Örnek - Çözüm

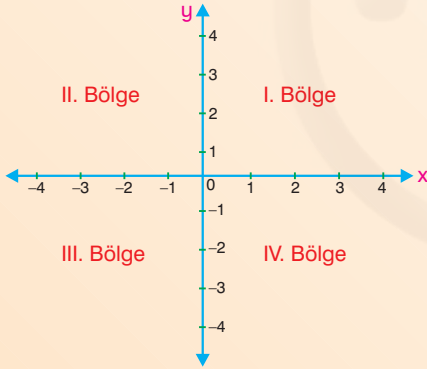
Dik Koordinat Sistemi

Birbirini dik kesen iki sayı doğrusunun birleşimine dik koordinat sistemi ya da analitik düzlem denir. Bu iki doğrunun kesim noktasına **başlangıç noktası** ya da **orijin** denir.



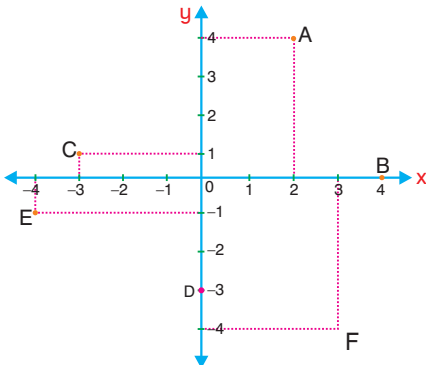
Yatay olarak çizilen sayı doğrusuna **x eksen**i ya da **apsisler eksen**i denir. Dikey olarak çizilen sayı doğrusuna **y eksen**i ya da **ordinatlar eksen**i denir. Koordinat eksenleri düzlemi dört bölgeye ayırır.

Düzlemde bir nokta $A(x, y)$ ikilisi ile gösterilir. Bu ikiliden birinci terime apsis, ikinci terime ise ordinat denir. İkisine birden A noktasının koordinatları denir.



- I. bölgede $x > 0$, $y > 0$
- II. bölgede $x < 0$, $y > 0$
- III. bölgede $x < 0$, $y < 0$
- IV. bölgede $x > 0$, $y < 0$ dir.

Örnek 350



Yandaki koordinat düzleminde A, B, C, D, E, F noktalarının koordinatlarını yazalım.

A(2, 4) C(-3, 1) E(-4, -1)

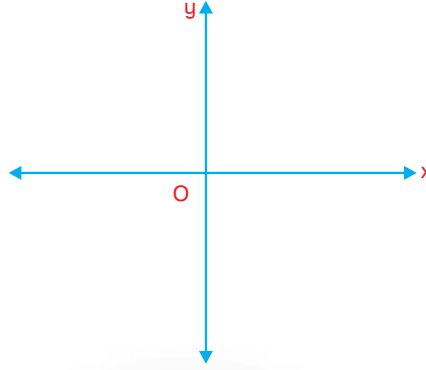
B(4, 0) D(0, -3) F(3, -4)

B noktası x eksen üzerinde olduğundan $y = 0$ dir.

D noktası y eksen üzerinde olduğundan $x = 0$ dir

Örnek 351

$A(-5, 0)$, $B(3, 2)$, $C(-2, 5)$, $D(0,1)$, $E(1, -3)$, $F(-4, -6)$ noktalarını koordinat düzleminde gösteriniz.



Başlangıç noktası O ile gösterilir ve koordinatları $O(0, 0)$ dır.

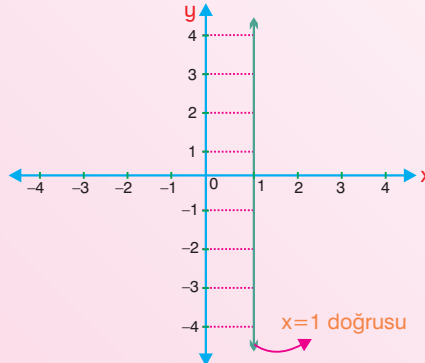
$x = a$ Doğrusunun Grafiği

a sabit ve $y \in \mathbb{R}$ olmak üzere (a, y) noktalarından geçen doğrunun grafiği çizelim.

$x = 1$ doğrusunun grafiğini çizelim.

x	...	1	1	1	1	1	1	1	...
y	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...

Tabloda görüldüğü gibi y hangi değeri alırsa alsın x değişmemektedir.



Örnek - Çözüm

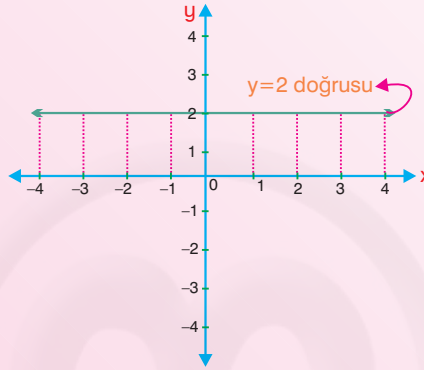
$y = b$ Doğrusunun Grafiği

Bir doğrunun grafiğinin çizilebilmesi için iki nokta yeterlidir. Çünkü iki nokta daima doğrusaldır.

b sabit ve $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere (x, b) noktalarından geçen doğrunun grafiğini çizelim.

$y = 2$ doğrusunun grafiğini çizelim.

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	2	2	2	2	2	2	2	2	...



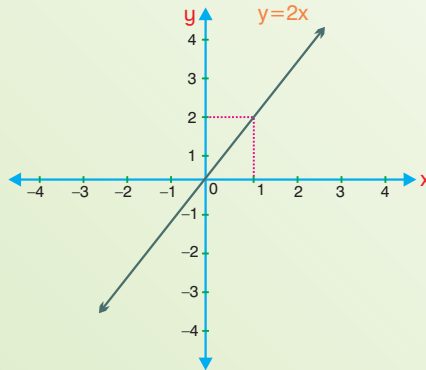
$y = mx$ Doğrusunun Grafiği

$m \neq 0$ olmak üzere $y = mx$ doğrusunun grafiği orijinden geçer.

$y = 2x$ doğrusunun grafiğini çizelim.

x 'e değerler verdikçe y 'nin değerlerini inceleyelim.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-6	-4	-2	0	2	4	6	...



$y = mx + n$ Doğrusunun Grafiği

$n \neq 0$ olmak üzere $y = mx + n$ doğrusu eksenleri birer noktada keser. $y = mx + n$ doğrusunun eksenleri kestiği noktaları bulmak için sırasıyla x 'e "0" değerini vererek doğrunun ordinatlar eksenini kestiği noktayı, y 'ye "0" değerini vererek doğrunun absisler eksenini kestiği noktayı buluruz.

Örnek 352

$y = 2x + 6$ doğrusunun grafiğini çizelim.

$$x = 0 \text{ için } y = 2 \cdot 0 + 6$$

$$y = 0 + 6$$

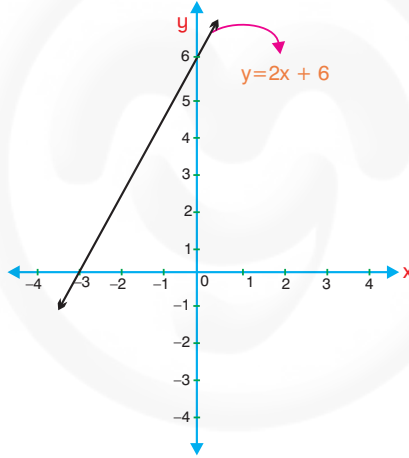
$$y = 6 \text{ dır.}$$

$$y = 0 \text{ için } 0 = 2x + 6$$

$$-6 = 2x$$

$$x = -3 \text{ olur.}$$

Bu doğrunun eksenleri kestiği noktalar $(0,6)$ ve $(-3,0)$ dır.



$ax + by + c = 0$ Doğrusunun Grafiği

$2x + 3y + 6 = 0$ olan doğrunun grafiğini çizelim.

Bu doğrunun grafiğini çizmek için eksenleri kestiği noktaları bulalım.

$$x = 0 \text{ için } 2 \cdot 0 + 3 \cdot y + 6 = 0$$

$$3y = -6$$

$$y = -2$$

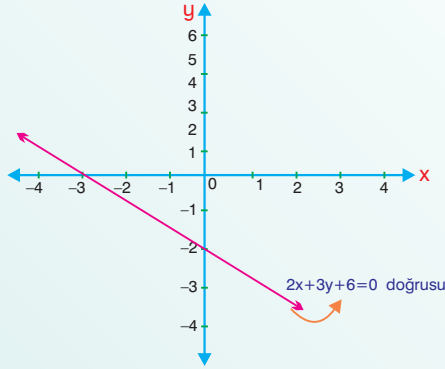
$$y = 0 \text{ için } 2 \cdot x + 3 \cdot 0 + 6 = 0$$

$$2x = -6$$

$$x = -3$$

Örnek - Çözüm

Bu doğrunun eksenleri kestiği noktalar $(0, -2)$ ve $(-3, 0)$ dır.



$ax + by + c = 0$ denklemi genel doğru denklemidir. Bu denklemde y 'yi yalnız bırakırsak:

$$ax + by + c = 0$$

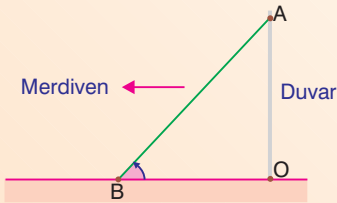
$$by = -ax - c$$

$$\frac{by}{b} = \frac{-ax - c}{b}$$

$$y = \frac{-a}{b}x - \frac{c}{b}$$

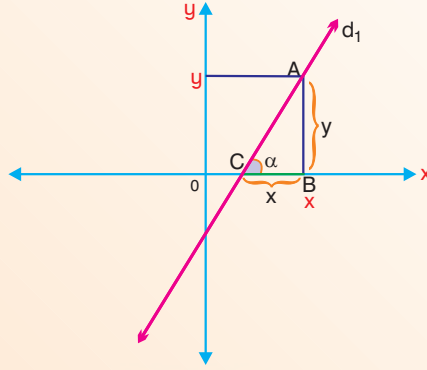
Bu ifadede $m = -\frac{a}{b}$ ve $n = -\frac{c}{b}$ dersek $y = mx + n$ şeklini elde ederiz.

Bir Doğrunun Eğimi



Bir merdiven, duvara şekildeki gibi yerleştirilmiştir. Bu merdivenin eğimi; AO doğru parçasının uzunluğunun, BO doğru parçasının uzunluğuna oranıdır.

Bir doğrunun eğimi o doğrunun x eksenine yaptığı pozitif yönlü açının tanjantına eşittir. Pozitif yön, saat yönünün tersi olarak tanımlanır. Eğim "m" ile gösterilir.



d_1 doğrusunun eğimi

$$m_1 = \tan \alpha = \frac{|AB|}{|CB|} = \frac{y}{x} \text{ tir.}$$

Örnek 353

$y = 3x$ doğrusunun eğimini bulalım.

Bu doğrunun grafiğini çizmek için bu doğruya ait iki nokta bulalım.

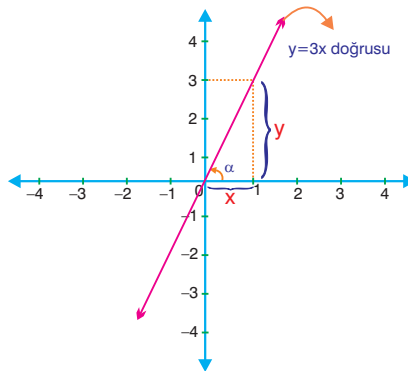
$$x = 0 \text{ için } y = 3 \cdot 0$$

$$y = 0 \text{ dir.}$$

$$x = 1 \text{ için } y = 3 \cdot 1$$

$$y = 3 \text{ tür.}$$

Şimdi (0,0) ve (1,3) noktalarından geçen doğrunun grafiğini çizelim.



Örnek - Çözüm

$y = 3x$ doğrusunun eğimi;

doğrunun x eksenine ile pozitif yönde yaptığı açı olan " α "nın tanjantına eşittir.

Bu doğrunun eğimi $m = \tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{3}{1} = 3$ 'tür.



$y = mx$ şeklindeki doğruların eğimi x'in kat sayısı olan m'e eşittir.

Örnek 354

$y = 2x + 4$ doğrusunun eğimini bulalım.

Bu doğrunun grafiğini çizmek için, bu doğruya ait iki nokta bulalım.

$x = 0$ için $y = 2 \cdot 0 + 4$

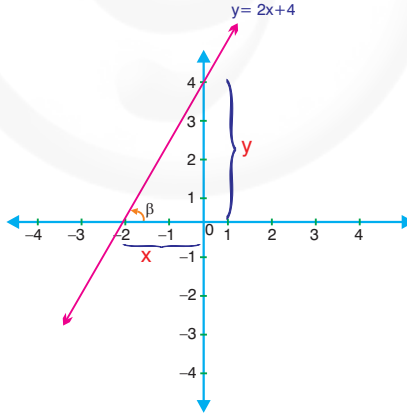
$y = 4$ 'tür.

$y = 0$ için $0 = 2x + 4$

$-4 = 2x$

$x = -2$ 'dir.

Bu doğrunun koordinat eksenlerini kestiği noktalar $(0, 4)$ ve $(-2, 0)$ dir.



$y = 2x + 4$ doğrusunun x eksenine ile pozitif yönde yaptığı açı " β " dir.

$m = \tan \beta = \frac{y}{x} = \frac{4}{2} = 2$ 'dir.



$y = mx + n$ şeklindeki doğruların eğimi x'in kat sayısı olan m'dir.

$ax + by + c = 0$ şeklindeki genel doğru denkleminin eğimi y'yi yalnız bıraktığımızda x'in kat sayısı olan $-\frac{a}{b}$ 'dir.

Örnek 355

$8x - 2y + 5 = 0$ doğrusunun eğimini bulalım.

Denklemden y 'yi yalnız bırakalım.

$$2y = 8x + 5$$

$$\frac{2y}{2} = \frac{8x + 5}{2}$$

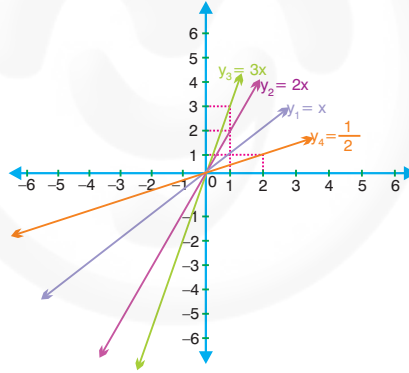
$$y = 4x + \frac{5}{2}$$

Bu durumda x 'in kat sayısı olan 4, eğimi verir.

Örnek 356

$y_1 = x$, $y_2 = 2x$, $y_3 = 3x$, $y_4 = \frac{1}{2}x$ doğrularının grafiklerini inceleyelim.

Bu doğrular, orijinden geçen doğrulardır. Eğimleri ise sırasıyla 1, 2, 3 ve $\frac{1}{2}$ 'dir. Bu doğruların grafiklerini çizelim.



Grafiklerde de görüleceği gibi eğim arttıkça, doğru y eksenine yaklaşmaktadır.

Eğimi, yüzde cinsinden veya ondalık kesirle ifade edebiliriz.

Şimdi, verilen doğruların eğimlerini yüzde ve ondalık kesirle ifade edelim.

$$y_1 = x \text{ ise } m_1 = 1 = \%100$$

$$y_2 = 2x \text{ ise } m_2 = 2 = \%200$$

$$y_3 = 3x \text{ ise } m_3 = 3 = \%300$$

$$y_4 = \frac{1}{2}x \text{ ise } m_4 = \frac{1}{2} = \%50 = 0,5 \text{ gibi.}$$

Örnek - Çözüm

Örnek 357

Eğimi 3 olan ve $A(1, -3)$ noktasından geçen doğrunun denklemini bulalım.

Eğim $m = 3$ 'tür.

$y = mx + n$ denkleminde m yerine 3 yazarsak $y = 3x + n$ olur.

Bu denklem $(1, -3)$ noktasından geçtiği için $x = 1$ ve $y = -3$ değerlerini denklemde yerine yazdığımızda n değerini buluruz.

$$-3 = 3 \cdot 1 + n$$

$$n = -6 \text{ olur.}$$

Buna göre istenen doğru denklemini $y = 3x - 6$ olur.

Örnek 358

$A(1, 4)$ ve $B(-2, 1)$ noktalarından geçen doğrunun denklemini yazınız.

Örnek 359

$A(3, a)$ noktasının, $3x - 2y + 5 = 0$ doğrusu üzerinde olması için a ne olmalıdır?

Verilen noktanın, doğru üzerinde olması, $x = 3$ ve $y = a$ için denklemin sağlanmasını gerektirir.

$$3 \cdot 3 - 2 \cdot a + 5 = 0$$

$$9 + 5 = 2a$$

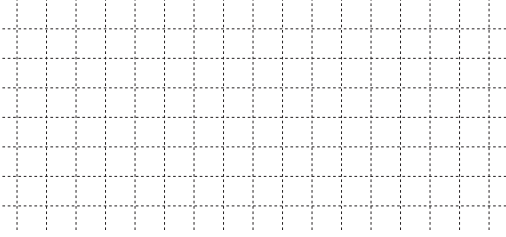
$$2a = 14$$

$$a = 7 \text{ olmalıdır.}$$

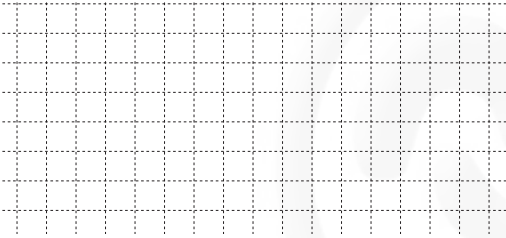
Örnek 360

$A(a, 5)$ noktasının $2x + y - 13 = 0$ doğrusu üzerinde olması için a ne olmalıdır? Bulunuz.

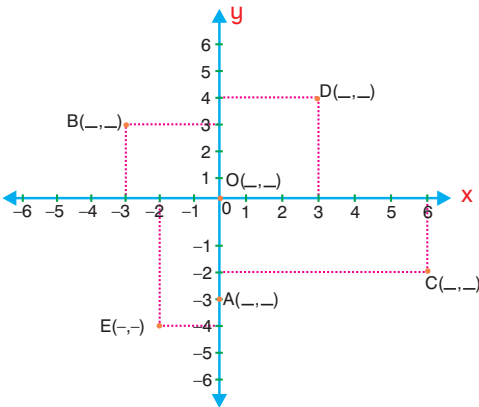
1. $A(a, b)$ noktası koordinat sisteminde III. Bölgede ise a ve b 'nin işaretlerini bulunuz.



2. $B(-a, b)$ noktası koordinat sisteminde IV. Bölgede ise a ve b 'nin işaretlerini bulunuz.



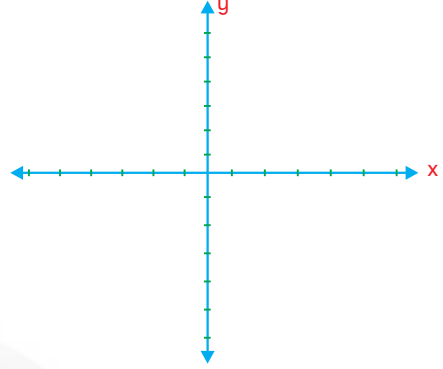
3. Aşağıdaki koordinat sisteminde belirtilen noktaların koordinatlarını yazınız.



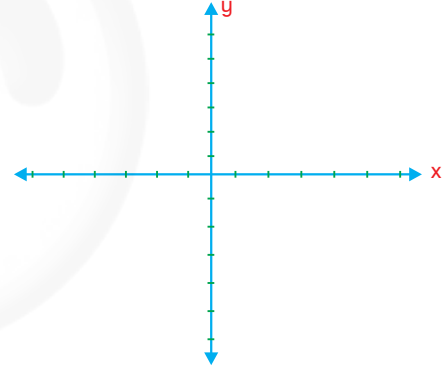
4. Aşağıda belirtilen noktaları koordinat sisteminde gösteriniz.

$A(-3, 4)$, $B(0, 5)$, $C(2, -1)$, $D(3, 0)$

$E(-2, -1)$, $F(-4, 0)$, $G(5, 1)$, $H(-1, 0)$

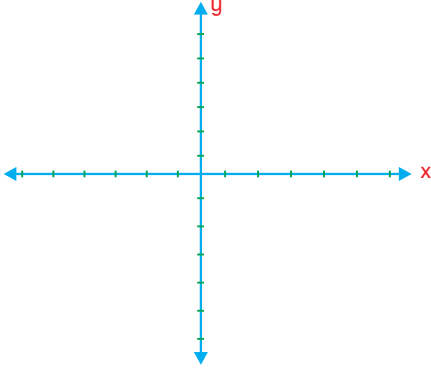


5. $x = -2$, $x = 3$, $x = -4$ doğrularının grafiklerini çiziniz.

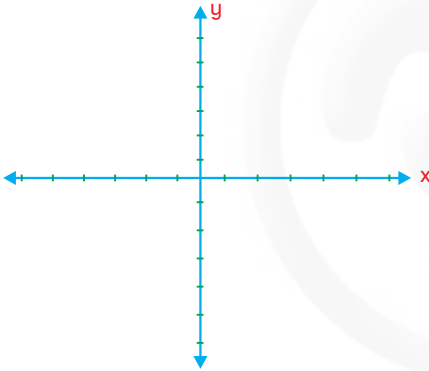


6. $y = -1$, $y = 4$, $y = 5$ doğrularının grafiklerini çiziniz.

7. $y = 4x$ ve $y = -3x$ doğrularının grafiklerini çiziniz.



8. $y = 5x - 10$ ve $x + 3y - 6 = 0$ denklemlerinin grafiklerini çiziniz.



9. Aşağıda denklemleri verilen doğruların eğimlerini bulunuz.

a. $y = 5x$ $m =$

b. $y = \frac{1}{3}x$ $m =$

c. $y = -\frac{3}{2}x$ $m =$

d. $y = 2x - 7$ $m =$

e. $y = -4x + 9$ $m =$

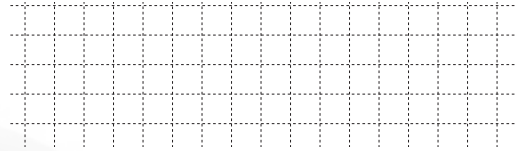
f. $3x + 9y - 15 = 0$ $m =$

g. $5x - 2y + 9 = 0$ $m =$

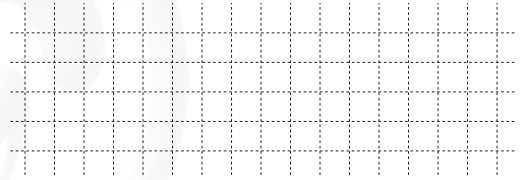
10. Eğimi 5 olan ve $A(-1, 3)$ noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.



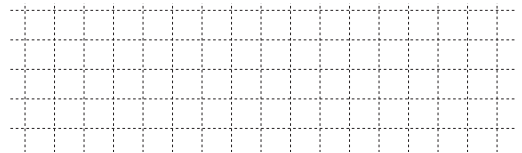
11. Eğimi -3 olan ve $A(1, -4)$ noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.



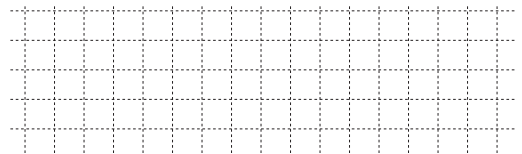
12. $A(0, -3)$ ve $B(2, 1)$ noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.



13. $A(5, a)$ noktasının $x + 3y - 5 = 0$ doğrusu üzerinde olması için a ne olmalıdır?



14. $A(a, 8)$ noktasının $5x - 2y + 3 = 0$ doğrusu üzerinde olması için a ne olmalıdır?



Denklemler (K.1-2)

1. Aşağıdaki noktalardan hangisi koordinat düzleminde II. bölgede yer alır?

A) $(-3, -1)$	B) $(2, -7)$
C) $(-5, 9)$	D) $(2, 8)$
2. Aşağıdaki noktalardan hangisi koordinat düzleminde I. bölgede yer alır?

A) $(-2, 5)$	B) $(3, 3)$
C) $(-4, -2)$	D) $(4, -6)$
3. $A(-a, b)$ noktası koordinat düzleminde II. bölgede ise aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $a < 0$	B) $a \cdot b < 0$
C) $\frac{a}{b} > 0$	D) $b < 0$
4. $A(-m, -n)$ noktası koordinat düzleminde IV. bölgede ise aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $m < 0$	B) $n > 0$
C) $m \cdot n > 0$	D) $n - m < 0$
5. $B(-2, b)$ noktası koordinat düzleminin III. bölgesinde ise b aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) -3	B) 0
C) 1	D) 2
6. Aşağıdaki doğrulardan hangisinin eğimi -2 'dir?

A) $y = 2x - 2$	B) $6x - 3y + 9 = 0$
C) $6x + 3y - 9 = 0$	D) $-\frac{1}{2}x + y = 0$
7. $3x - 6y - 5 = 0$ doğrusunun eğimi kaçtır?

A) -2	B) $-\frac{1}{2}$	C) $\frac{1}{2}$	D) 2
---------	-------------------	------------------	--------
8. $5x - 2y + 1 = 0$ doğrusunun eğimi kaçtır?

A) $-\frac{5}{2}$	B) $-\frac{2}{5}$	C) $\frac{2}{5}$	D) $\frac{5}{2}$
-------------------	-------------------	------------------	------------------
9. Eğimi $\frac{3}{2}$ olan bir doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $2x + 3y = 0$	B) $3y - 2x = 5$
C) $2y + 3x = 7$	D) $3x - 2y = 1$

10. Eğimi -1 olan ve $A(-4,1)$ noktasından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = -x - 3$ B) $-x + y - 1 = 0$
C) $y = -x - 4$ D) $x + y - 5 = 0$

11. $A(2, 5)$ ve $B(1, 3)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y + 2x - 9 = 0$ B) $y + 2x = 5$
C) $y - 2x - 1 = 0$ D) $x = y - 2$

12. $A(-2, a)$ noktasının $3x + y + 5 = 0$ doğrusu üzerinde olması için a ne olmalıdır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1

13. $B(b, 2)$ noktasının $y - 3x - 11 = 0$ doğrusu üzerinde olması için b ne olmalıdır?

- A) 3 B) 1 C) -1 D) -3

14. $p(3,-4)$ noktasının $ax + 2y - 1 = 0$ doğrusu üzerinde olması için a ne olmalıdır?

- A) -2 B) 0 C) 3 D) 4

15. $P(0,-3)$ noktasının $5x + by + 12 = 0$ doğrusu üzerinde olması için b ne olmalıdır?

- A) 4 B) 3
C) 2 D) 1