

1981 - 1995 ÖSS - ÖYS SORULARI ANALİZİ

YILLAR	ÖSS		ÖYS		TOPLAM	
	Toplam soru sayısı	Çıkan soru sayısı	Toplam soru sayısı	Çıkan soru sayısı	Toplam soru sayısı	Çıkan soru sayısı
1981	11	-	15	2	26	2
1982	8	-	19	2	27	2
1983	13	-	15	1	28	1
1984	13	-	15	1	28	1
1985	12	-	16	1	28	1
1986	13	-	18	1	31	1
1987	15	-	18	2	33	2
1988	8	-	12	2	20	2
1989	13	-	16	1	29	1
1990	9	-	17	1	26	1
1991	10	-	13	1	23	1
1992	10	-	17	2	27	2
1993	8	-	13	1	21	1
1994	9	-	17	2	26	2
1995	15	-	15	1	30	1
TOPLAM	167	-	236	21	403	21

1981 - 1995 yılları arasında, **Matris ve Determinant** konusunda çıkan soru yüzdeleri:

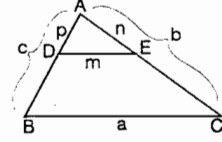
ÖSS'de : % 0

ÖYS'de : % 8,89

Toplamda : % 5,21 oranındadır.

1. ÖYS - 1981

Yandaki şekilde $[DE] \parallel [BC]$ dir. ABC üçgeninin kenarları a, b, c ve ADE üçgeninin kenarları m, n, p olduğuna göre,



$$\frac{p}{c} = \frac{n}{b} = \frac{m}{a}$$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ m & n & p \\ a & b & c \end{vmatrix}$ determinantının değeri nedir?

A) 6 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

Çözüm:

Bir kare matrisin herhangi iki satırı veya iki sütunu kendi aralarında orantılı olduğunda determinant değeri sıfır olur.

ÖRNEKLER:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 9 & 4 \\ 2\sqrt{3} & -\sqrt{3} & 3\sqrt{3} \end{vmatrix} = 0 \text{ ve } \begin{vmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 13 & 0 & 0 \\ 8 & -6 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

İlk örnekte 1. ve 3. satırlar orantılıdır. 3. satır 1. satırın $\sqrt{3}$ katıdır. İkinci örnekte ise 2. ve 3. sütunlar orantılıdır. 2. sütun 3. sütunun -2 katıdır. Bu soruda şekle göre ADE ve ABC üçgenlerinin benzerliğinden;

$$\frac{m}{a} = \frac{n}{b} = \frac{p}{c} \text{ olur.}$$

Dolayısıyla,

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ m & n & p \\ a & b & c \end{vmatrix} = 0 \text{ olarak bulunur.}$$

Cevap E

2. ÖYS - 1981

$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisinde her satırın terimleri

toplamı 3 olduğuna göre, M^2 matrisinin 1. satır terimleri toplamı nedir?

A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

Çözüm:**I. Yol:**

$$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ matrisinde,}$$

$$a+b=3 \text{ ve } c+d=3 \text{ olur.}$$

$$M^2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2+bc & ab+bd \\ ac+cd & bc+bd \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} M^2 \text{ matrisinin 1. satır terimleri toplamı,} \\ a^2 + bc + ab + bd &= a^2 + ab + bc + bd \\ &= a(a+b) + b(c+d) \\ &= a \cdot 3 + b \cdot 3 \\ &= 3(a+b) \\ &= 3 \cdot 3 \\ &= 9 \text{ olarak bulunur.} \end{aligned}$$

II. Yol:

$$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ matrisi yerine satır terimleri toplamı}$$

3 olacak herhangi bir matris yazarsak,

$$a+b=3 \text{ ve } c+d=3 \text{ olur.}$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \text{ gibi.}$$

$$M^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}$$

$$1. \text{ satır terimleri toplamı } 7+2=9 \text{ olur.}$$

Cevap B

3. ÖYS - 1982

$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ise A^{15} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-2)^{15} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

B) $(-2)^{15} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

C) $(4)^{15} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

D) $(4)^{15} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

E) $(-2)^{15} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Çözüm:

Kare matrislerin kuvvetlerini bulmak için birim matrisin bütün kuvvetlerinin yine birim matris olmasından faydalanılır.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ ise } I^{15} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

Sorudaki gibi bir A matrisi verilirse A^2 bulunur.

$$\text{Eğer } A^2 = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{bmatrix} \text{ gibi bulunmazsa } A^3 \text{ hesaplanırlar.}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} y & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} \text{ olursa birim matristen faydalanılır.}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A \text{ veya } A^3 = A \cdot A^2 \text{ olabilir.}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = -8 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (-2)^3 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

$$A^{15} = (A^3)^5 = \left((-2)^3 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^5$$

$$A^{15} = (-2)^{3 \cdot 5} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^5$$

$$A^{15} = (-2)^{15} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ olarak bulunur.}$$

Cevap A

4. ÖYS - 1982

$T = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisi A(1, 2) noktasını (-2, 3) noktasına dönüştürüyorsa B(2, 4) noktasını hangi noktaya dönüştürür?

A) (-4, 6) B) $(-1, \frac{3}{2})$ C) (2, 3) D) (4, -6) E) (-2, 3)

Çözüm:

Matrislerde dönüşümden maksat çarpımdır. Buna göre yukarıdaki soruyu şu şekilde anlayacağız,

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ ise } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? \\ ? \end{bmatrix}$$

Daima matris başa nokta ikinci tarafa yazılır. Ayrıca noktanın koordinatları matris çarpımına uygun olması için sütun biçiminde yazılır.

I. Yol:

1. eşitlikten $a + 2b = -2 \Rightarrow 2a + 4b = -4$
 $c + 2d = 3 \Rightarrow 2c + 4d = 6$
 sonuç elde edilir. Bu sonuçlar çarpımda yerine yazılırsa,

$T = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisi $B(2, 4)$ noktasını $(-4, 6)$ noktasına dönüştürür.

II. Yol:

A ve B birer matris, k bir reel sayı olmak üzere $k \cdot (A \cdot B) = (k \cdot A) \cdot B = A \cdot (k \cdot B)$ özelliğinden,

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 2 \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$= 2 \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

Demekki $T = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisi $B(2, 4)$ noktasını $(-4, 6)$ noktasına dönüştürüyor.

Cevap A

Not: T bir lineer dönüşüm matrisi olduğundan verilen noktalar ile dönüşümler arasında orantı vardır.

$$A(1, 2) \Rightarrow (-2, 3)$$

$$B(2, 4) \Rightarrow (-4, 6)$$

5. ÖYS - 1983

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 1/6 \\ 1/4 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

$$A) -\frac{1}{24} \quad B) -\frac{1}{18} \quad C) -\frac{1}{16} \quad D) -\frac{1}{12} \quad E) -\frac{1}{6}$$

Çözüm:

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & 1/6 \\ 1/4 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-x + 2 \cdot \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow -x + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$-1 \cdot \frac{1}{6} + 2y = 0 \Rightarrow 2y = \frac{1}{6} \Rightarrow y = \frac{1}{12}$$

Buradan,

$$x \cdot y = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12} = -\frac{1}{24} \text{ olarak bulunur.}$$

Cevap A

6. ÖYS - 1984

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ biçiminde bir matrisin tersi

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \text{ dir. } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $AX = B$ eşitliğini sağlayan X matrisinin tüm elemanlarının toplamı kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm:

Önce A^{-1} bulunup $AX = B$ eşitliğinin her iki tarafı ile çarpılır,

$$A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B$$

$$I \cdot X = A^{-1} \cdot B$$

$$X = A^{-1} \cdot B$$

Not:

$$AX = B \Rightarrow A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B$$

olurken, eğer aşağıdaki gibi olsaydı;

$$X \cdot A = B \Rightarrow X \cdot A \cdot A^{-1} = B \cdot A^{-1} \Rightarrow X = B \cdot A^{-1}$$

olurdu. Yani, A sağda ise A^{-1} ile sağ taraftan;

A solda ise A^{-1} ile sol taraftan çarpılır.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ ise } \det A = 1 \cdot 1 - 1 \cdot 0 = 1 \text{ olur.}$$

$$\text{Buradan, } A^{-1} = \frac{1}{1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

$$X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

X matrisinin tüm elemanları toplamı ise $0 + (-1) + 1 + 2 = 2$ olarak bulunur.

II. Yol:

Aslında A matrisinin tersi ile uğraşmaya gerek yok.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ ve } X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ olduğundan}$$

$$AX = B \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} a+b=1 \\ b+d=1 \end{cases} \Rightarrow a+b+c+d=1+1=2 \text{ olarak bulunur.}$$

Cevap C

7. ÖSS - 1985

$$\begin{bmatrix} a & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{12} & b \end{bmatrix} \text{ matrisinin tersi kendisine eşit olduğuna göre } a \text{ aşağıdakilerden hangisidir?}$$

$$A) 0 \quad B) \frac{1}{12} \quad C) \frac{1}{3} \quad D) \frac{\sqrt{17}}{12} \quad E) \frac{\sqrt{35}}{12}$$

Çözüm:

A matrisinin tersi A^{-1} ve birim matris I ile gösterilir.

Burada $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$ olur.

Yukarıdaki soruda matrisin tersi kendisine eşit denilmiştir. Demekki bu matrisle kendisinin çarpımı birim matrise eşitlenecek.

$$A \cdot A^{-1} = I$$

$$\begin{bmatrix} a & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{12} & b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{12} & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$a \cdot a + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{12} = 1$$

$$a^2 + \frac{1}{36} = 1 \Rightarrow a = \pm \frac{\sqrt{35}}{6} \text{ olarak bulunur.}$$

Cevap E

8. ÖYS - 1986

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}^{1986} \text{ matrisinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?}$$

$$A) 0 \quad B) \begin{bmatrix} 3^{1986} & 2^{1986} \\ 0 & -3^{1986} \end{bmatrix} \quad C) \begin{bmatrix} 3^{993} & 2^{993} \\ 0 & -3^{993} \end{bmatrix}$$

$$D) 3^{993} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad E) 9^{993} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Çözüm:

3. soruda olduğu gibi önce bu matrisin karesini bulalım.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} = 9 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

olur. Buradan,

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}^{1986} = \left(\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}^2 \right)^{993} = \left(9 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^{993}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}^{1986} = 9^{993} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ olarak bulunur.}$$

Cevap E

9. ÖYS - 1987

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ ve } A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ olduğuna göre } c \text{ kaçtır?}$$

$$A) 5 \quad B) 4 \quad C) 3 \quad D) 2 \quad E) 1$$

Çözüm:

I. Yol: 1984 sorusunda açıklama olarak verildiği gibi;

$$A = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} \text{ ise } A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \begin{bmatrix} t & -y \\ -z & x \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

Bu pratik kural sadece 2x2 matrisleri için geçerlidir.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ ve } \det A = 1 \cdot 5 - 3 \cdot 2 = -1 \text{ olduğundan}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-1} \cdot \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \text{ olduğundan}$$

$c = 2$ olarak bulunur.

II.Yol:

$A \cdot A^{-1} = I$ olduğundan,

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -2/a + 3c = 1 \\ 2a + 5c = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -2a - 6c = -2 \\ 2a + 5c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -c &= -2 \\ c &= 2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap D

10. ÖYS - 1987

$$\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ 2 & 3 & 4 \\ x & 5 & x \end{vmatrix} = 16 \text{ denkleminin kökü kaçtır?}$$

A)0 B)-1 C)-2 D)-3 E)-4

Çözüm:

I. Yol: Sarrus Metodu ile,

$$\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ 2 & 3 & 4 \\ x & 5 & x \end{vmatrix} \rightarrow 3x^2$$

$$20x \leftarrow x \quad 1 \quad x \rightarrow 10x$$

$$2x \leftarrow 2 \quad 3 \quad 4 \rightarrow 4x$$

$$(3x^2 + 10x + 4x) - (3x^2 + 20x + 2x) = 16$$

$$14x - 22x = 16$$

$$-8x = 16$$

$$x = -2 \text{ olur.}$$

II. Yol:

Sarrus metodundan önce elementer satır işlemleri yapılır. Yani; herhangi bir satırı bir sayı ile çarpıp diğer bir satıra eklersek veya herhangi bir sütunu bir sayı ile çarpıp bir sütuna eklersek determinant değişmez

$$\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ 2 & 3 & 4 \\ x & 5 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -4 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ x & 5 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -4 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \\ x & 5 & 0 \end{vmatrix} = 16$$

Önce 3. satırı (-1) ile çarpıp 1. satıra ekledik. Sonra 1. sütunu (-1) ile çarpıp 3. sütuna ekledik. Şimdi Sarrus metodunu uygulayalım.

$$\begin{vmatrix} 0 & -4 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \\ x & 5 & 0 \end{vmatrix} \rightarrow 0$$

$$0 \leftarrow 0 \quad -4 \quad 0 \rightarrow 0$$

$$0 \leftarrow 2 \quad 3 \quad 2 \rightarrow -8x$$

$$(-8x + 0 + 0) - (0 + 0 + 0) = 16$$

$$x = -2 \text{ olur.}$$

Cevap C

11. ÖYS - 1988

$$\begin{vmatrix} 99876 & 99877 \\ 99874 & 99875 \end{vmatrix} \text{ determinantının değeri nedir?}$$

A)(99870)² B)99872 C)99882 D)4 E)2

Çözüm:

99874 = x dersek,

$$\begin{vmatrix} 99876 & 99877 \\ 99874 & 99875 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x+2 & x+3 \\ x & x+1 \end{vmatrix}$$

$$= (x+2)(x+1) - x(x+3)$$

$$= x^2 + x + 2x + 2 - x^2 - 3x$$

$$= 2 \text{ olur.}$$

Cevap E

12. ÖYS - 1988

$A_{m \times m}$ matrisi ve $B = A^T + A$ verildiğine göre B^T aşağıdakilerden hangisine eşittir? [A^T , A matrisinin transpozesidir. (devriğidir)]

A) B^{-1} B)B C) A^{-1} D) B^T E)A

Çözüm:

$$(A^T)^T = A \text{ ve } (A+B)^T = A^T + B^T$$

Özelliklerinden,

$$B = A^T + A \text{ (Her ik tarafın transpozunu alalım)}$$

$$B^T = (A^T + A)^T$$

$$B^T = A + A^T = A^T + A = B \text{ olur.}$$

Cevap B

13. ÖYS - 1989

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & x \end{bmatrix}$ matrisinin elemanları $k(k \neq 0)$ kadar artırıldığında determinantı değişmediğine göre

x in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A)a+b-c B)b+c-a C)c-b+a
D)a+b+c E)a-b-c

Çözüm:

I. Yol:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+k & b+k \\ c+k & x+k \end{vmatrix}$$

$$ax - bc = (a+k)(x+k) - (b+k)(c+k)$$

$$ax - bc = ax + ak + xk + k^2 - bc - bk - ck - k^2$$

$$ax - bc = ax + ak + xk - bc - bk - ck$$

$$0 = ak + xk - bk - ck$$

$$-kx = -k(b+c-a)$$

$$x = b+c-a \text{ olarak bulunur.}$$

II. Yol:

k yerine ($k \neq 0$) şartına uyan herhangi bir sayı yazabiliriz.

$k = 1$ yazarsak,

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+1 & b+1 \\ c+1 & x+1 \end{vmatrix}$$

$$ax - bc = (ax + a + x + 1) - (bc + b + c + 1)$$

$$ax - bc = ax + a + x + 1 - bc - b - c - 1$$

$$ax - bc = ax + a + x - bc - b - c$$

$$0 = a + x - b - c$$

$$x = b + c - a \text{ olur.}$$

Cevap B

14. ÖYS - 1990

K, 2×2 türünden bir matris olmak üzere

$$K \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ ve } K \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ ise } K \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

aşağıdakilerden hangisidir?

$$A) \begin{bmatrix} 9 \\ 7 \end{bmatrix} \quad B) \begin{bmatrix} -7 \\ -4 \end{bmatrix} \quad C) \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} \quad D) \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix} \quad E) \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Çözüm:

$$K = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3a + 2b = 0 & (1) \\ 3c + 2d = 1 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -a = 2 \Rightarrow a = -2 \\ -c = 1 \Rightarrow c = -1 \end{cases}$$

$a = -2$ değerini (1) nolu eşitlikte yerine yazarsak, $3 \cdot (-2) + 2b = 0 \Rightarrow b = 3$ olur.

$c = -1$ değerini (2) nolu eşitlikte yerine yazarsak, $3(-1) + 2d = 1 \Rightarrow d = 2$ olur.

$$\text{Buradan, } K = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

$$K \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ -4 \end{bmatrix} \text{ olarak bulunur.}$$

Cevap B

15. ÖYS - 1991

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & a & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = [0] \text{ ise } a = ?$$

$$A) -6 \quad B) -4 \quad C) 3 \quad D) 4 \quad E) 5$$

Çözüm:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & a & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = [0]$$

$$1 \cdot a + 2 \cdot 2 + a \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 0$$

$$a + 4 + 3a + 20 = 0$$

$$4a = -24$$

$$a = -6$$

olarak bulunur.

Cevap A

16. ÖYS - 1992

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & . & . \\ . & b & . \\ . & . & c \end{bmatrix}$$

ise $a+b+c$ toplamı kaçtır?

$$A) 11 \quad B) 10 \quad C) 2 \quad D) -1 \quad E) -2$$

Çözüm:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & . & . \\ . & b & . \\ . & . & c \end{bmatrix}$$

$$a = 1 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 = 1 - 2 = -1$$

$$b = 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 4 + 1 = 5$$

$$c = -1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = -4 + 10 = 6$$

$$a + b + c = -1 + 5 + 6 = 10 \text{ olarak bulunur.}$$

Cevap B

17. ÖYS - 1992

$$\begin{vmatrix} 1376 & 1375 \\ 1375 & 1376 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

$$A) 7253 \quad B) 3502 \quad C) 2751 \quad D) 2750 \quad E) 1$$

Çözüm:

$$\begin{vmatrix} 1376 & 1375 \\ 1375 & 1376 \end{vmatrix} = 1376^2 - 1375^2 \\ = (1376 - 1375)(1376 + 1375) \\ = 1.2751 \\ = 2751 \text{ olarak bulunur.}$$

Cevap C

18. ÖYS - 1993

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}^2 - 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

toplamı aşağıdaki matrislerden hangisine eşittir?

$$A) \begin{bmatrix} 6 & -6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix} \quad B) \begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 9 & -3 \end{bmatrix} \quad C) \begin{bmatrix} -6 & 6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix}$$

$$D) \begin{bmatrix} -6 & 6 \\ 9 & -3 \end{bmatrix} \quad E) \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$$

Çözüm:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 10 \\ -15 & 10 \end{bmatrix} \text{ ve}$$

$$-2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 6 & -8 \end{bmatrix} \text{ eşitliklerini yerine}$$

yazarsak,

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}^2 - 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -5 & 10 \\ -15 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 6 & -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -6 & 6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix}$$

olarak bulunur.

Cevap C

19. ÖYS - 1994

I, 2x2 türünden birim matris ve

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $A^2 - 4A + 4I$ işleminin sonucu aşağıdaki matrislerden hangisidir?

$$A) \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & 8 \end{bmatrix} \quad B) \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix} \quad C) \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$$

$$D) \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{bmatrix} \quad E) \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$$

Çözüm:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 20 \end{bmatrix}$$

$$-4A = -4 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ -8 & -16 \end{bmatrix}$$

$$4I = 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

eşitliklerini yerine yazarsak,

$$A^2 - 4A + 4I = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 20 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ -8 & -16 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$$

olarak bulunur.

Cevap D

20. ÖYS - 1994

 $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$$\begin{vmatrix} 1 & i & i+1 \\ 0 & 1 & i-1 \\ 0 & i & i \end{vmatrix}$$

determinantının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

$$A) 2i-1 \quad B) 2i+1 \quad C) i \quad D) 0 \quad E) 1$$

Çözüm:

Sarrus metodu uygulanırsa,

$$\begin{vmatrix} 1 & i & i+1 \\ 0 & 1 & i-1 \\ 0 & i & i \end{vmatrix} \begin{matrix} \rightarrow i \\ \rightarrow 0 \\ \rightarrow 0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 \leftarrow \\ i^2 \leftarrow \\ 0 \leftarrow \end{matrix} \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} \begin{matrix} i+1 \\ i-1 \\ i \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow i \\ \rightarrow 0 \\ \rightarrow 0 \end{matrix}$$

$$(i + 0 + 0) - (0 + i^2 - i + 0) = i - (-1 - i) \\ = i + 1 + i \\ = 2i + 1$$

olarak bulunur.

Cevap B

21. ÖYS - 1995

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} \text{ olmak üzere}$$

$A \cdot B = A - B$ olduğuna göre B matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

$$A) \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \quad B) \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} \quad C) \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D) \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} \quad E) \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Çözüm:

$$A \cdot B = A - B$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -x+z & -y+t \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1-x & 1-y \\ 1-z & 0-t \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -x+z = -1-x \\ z = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1-z \\ x = 1-(-1) = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y+t = 1-y \\ t = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -t \\ y = -1 \end{cases}$$

eşitlikleri yerlerine yazılırsa,

$$B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ olarak bulunur.}$$

Cevap C