

# MATEMATİK

# KÜMELER

## ÖRNEK 1:

Boş kümeden farklı A ve B kümeleri için

$$3 \cdot s(A - B) = 4 \cdot s(A \cap B) = 5 \cdot s(B - A)$$

olduğuna göre,  $A \cup B$  kümesinin eleman sayısı en az kaçtır?

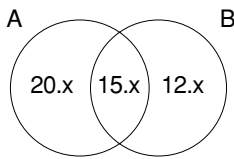
- A) 12                      B) 27                      C) 35  
D) 47                      E) 60  
(ÖSS - 1999)

## ÇÖZÜM 1:

Katsayılar 3, 4 ve 5 sayılarını 60'da eşitlersek;

$$s(A - B) = 20.x, \quad s(A \cap B) = 15.x,$$

$$s(B - A) = 12.x \text{ buluruz.}$$



Şemaya göre;

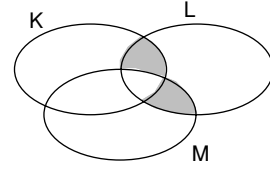
$$s(A \cup B) = 20.x + 15.x + 12.x = 47x$$

Eleman sayısının en az olması için

$$x = 1 \text{ alırsak, } s(A \cup B) = 47.x = 47.1 = 47$$

**Yanıt: D**

## ÖRNEK 2:



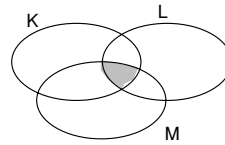
Yukarıdaki şemada taralı küme aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $K \cap L \cap M$                       B)  $(K \cap L) \setminus M$   
C)  $(M \cap L) \setminus K$                       D)  $(K \cap M) \setminus (K \cap L \cap M)$   
E)  $(L \cap (K \cup M)) \setminus (K \cap L \cap M)$   
(ÖSS - 1999)

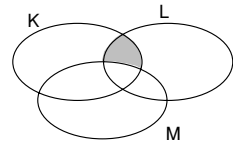
## ÇÖZÜM 2:

Sorunun çözümünü seçeneklere bakarak yapmaya çalışalım.

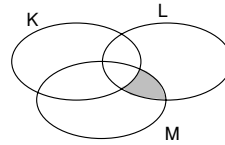
A)  $K \cap L \cap M$



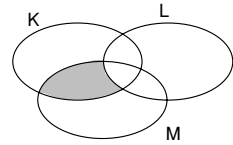
B)  $(K \cap L) \setminus M$



C)  $(M \cap L) \setminus K$



D)  $(K \cap M) \setminus (K \cap L \cap M)$



olduğu görülür ki, bu bölgeler istenen bölge değildir.

**Yanıt: E**

**ÖRNEK 3:**

Bir sınıfta Almanca veya Fransızca dillerinden en az birini bilen 40 öğrenci vardır. Almanca bilenlerin sayısı Fransızca bilenlerin sayısının 2 katı, her iki dili bilenlerin sayısının ise 4 katıdır.

**Buna göre, sınıfta Almanca bilenlerin sayısı kaçtır?**

- A) 18                      B) 20                      C) 24  
D) 30                      E) 32  
(ÖSS - 2000)

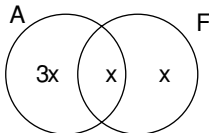
**ÇÖZÜM 3:**

$A = \{\text{Almanca bilenlerin kümesi}\}$

$F = \{\text{Fransızca bilenlerin kümesi}\}$

$$s(A) = 2 \cdot s(F) = 4 \cdot s(A \cap F)$$

$$\underbrace{s(A)}_{4x} = 2 \cdot \underbrace{s(F)}_{2x} = 4 \cdot \underbrace{s(A \cap F)}_x$$



$$s(A \cup F) = 5x = 40$$

$$x = 8$$

$$s(A) = 4 \cdot x = 4 \cdot 8 = 32$$

**Yanıt : E**

**ÖRNEK 4:**

Pozitif tamsayılardan oluşan

$$A = \{x \mid x < 100, x = 2n, n \in \mathbb{Z}^+\}$$

$$B = \{x \mid x < 151, x = 3n, n \in \mathbb{Z}^+\}$$

kümeleri veriliyor.

**Buna göre,  $A \cup B$  kümesinin eleman sayısı kaçtır?**

- A) 49                      B) 65                      C) 74  
D) 83                      E) 99  
(ÖSS - 2001)

**ÇÖZÜM 4:**

$$s(A \cap B) = \{x \mid x < 100, x = 6n, n \in \mathbb{Z}^+\}$$

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$\begin{array}{r|l} 99 & 2 \\ \hline & 49 \end{array}$$

$$s(A) = 49$$

$$\begin{array}{r|l} 150 & 3 \\ \hline & 50 \end{array}$$

$$s(B) = 50$$

$$\begin{array}{r|l} 99 & 6 \\ \hline & 16 \end{array}$$

$$s(A \cap B) = 16$$

$$s(A \cup B) = 49 + 50 - 16 = 83 \text{ elde edilir.}$$

**Yanıt: D**

## ÖRNEK 5:

A ve B kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleridir.

$$s(A - B) = 3, \quad s(B - A) = 2, \quad A \cap B \neq \emptyset,$$

$$s(E) = 19 \quad \text{ve}$$

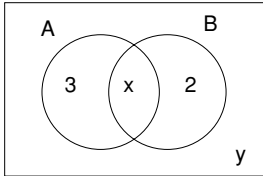
$$s(B') = 12 \quad \text{olduğuna göre}$$

s(A) kaçtır?

- A) 4                      B) 5                      C) 6  
D) 7                      E) 8

(Kavram Dersaneleri Sorusu)

## ÇÖZÜM 5:



Verilenleri şemaya dökersek,

$$s(B') = 3 + y = 12 \Rightarrow y = 9$$

$$s(E) = 3 + x + 2 + y = 19$$

$$3 + x + 2 + 9 = 19 \Rightarrow x = 5 \quad \text{bulunur.}$$

$$s(A) = x + 3 = 5 + 3 = 8$$

**Yanıt: E**

## ÖRNEK 6:

Boş olmayan A, B kümeleri veriliyor.

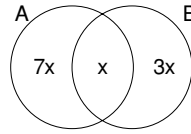
$$s(A) = 2.s(B) \quad \text{ve} \quad s(B) = 4.s(A \cap B) \quad \text{ise}$$

s(A ∪ B) en az kaç olabilir?

- A) 7                      B) 9                      C) 10  
D) 11                      E) 12

(Kavram Dersaneleri Sorusu)

## ÇÖZÜM 6:



$A \cap B$  'nin eleman sayısına x diyelim.

B kümesinin eleman sayısı, kesişim kümesinin 4 katı olduğundan

$$s(B) = 4x \quad \text{ve}$$

$$s(B \setminus A) = 3x \quad \text{olacaktır.}$$

A kümesinin eleman sayısı, B kümesinin eleman sayısının 2 katı olduğundan

$$s(A) = 2.4x = 8x \quad \text{olacaktır. Buradan da}$$

$$s(A \setminus B) = 7x \quad \text{olarak bulunur.}$$

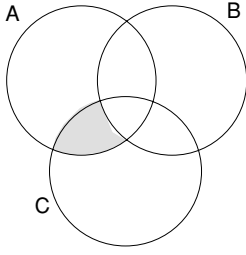
Sonuçta  $A \cup B$  kümesinin eleman sayısı  $11x$  olarak bulunur.

Soruda birleşim kümesinin eleman sayısının en az olması için  $x = 1$  alınır. Böylece;

$$s(A \cup B) = 11x = 11 \quad \text{olarak bulunur.}$$

**Yanıt: D**

## ÖRNEK 7:



A, B, C kümeleri şema ile gösterilmiştir.

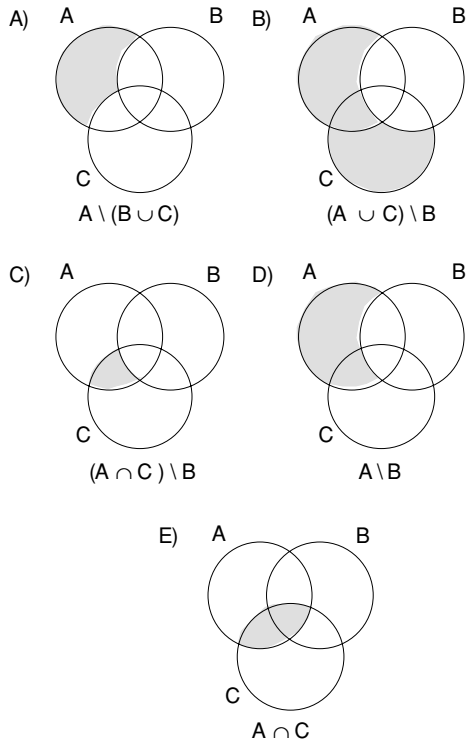
Taranmış kısım aşağıdakilerden hangisi ile belirtilebilir?

- A)  $A \setminus (B \cup C)$       B)  $(A \cup C) \setminus B$   
 C)  $(A \cap C) \setminus B$       D)  $A \setminus B$   
 E)  $A \cap C$

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

## ÇÖZÜM 7:

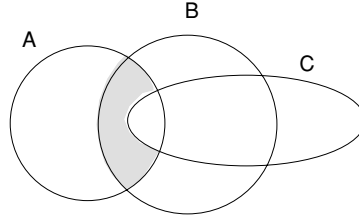
Seçenekleri incelersek,



Sorudaki taralı bölge, C seçeneğinde gösterilmiştir.

Yanıt: C

## ÖRNEK 8:



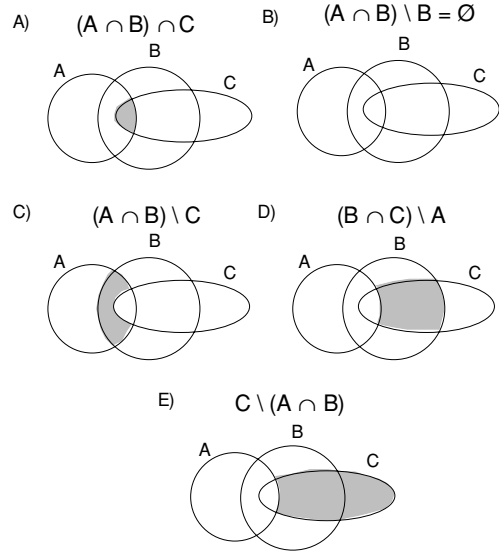
Şekilde taralı bölge aşağıdakilerden hangisi ile belirtilebilir?

- A)  $(A \cap B) \cap C$       B)  $(A \cap B) \setminus B$   
 C)  $(A \cap B) \setminus C$       D)  $(B \cap C) \setminus A$   
 E)  $C \setminus (A \cap B)$

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

## ÇÖZÜM 8:

Seçenekleri incelersek;



Sorudaki taralı bölge, C seçeneğinde gösterilmiştir.

Yanıt: C

**ÖRNEK 9:**

İngilizce veya Almanca bilenlerden oluşan 25 kişilik bir toplulukta, yalnız Almanca bilenler; yalnız İngilizce bilenlerin 3 katıdır. Bu toplulukta Almanca bilen en az kaç kişi olabilir?

- A) 18      B) 19      C) 20  
D) 22      E) 24

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

**ÇÖZÜM 9:**

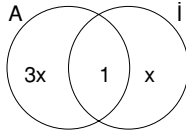
İngilizce veya Almanca bilenlerden oluşan topluluk dendiği için 25 birleşim kümesinin eleman sayısıdır.

Yalnız İngilizce bilenler  $x$  ise  
yalnız Almanca bilenler  $3x$  tir.

Soruda Almanca bilen en az kişi sayısı sorulduğu için kesişim kümesindeki eleman sayısını en az tutmalıyız.

O halde  $s(A \cap I) = 1$  alalım.

Şimdi verilenleri şemada gösterirsek;



$$s(A \cup I) = 4x + 1 = 25$$

$$\Rightarrow x = 6$$

$$s(A) = 3x + 1 = 19 \text{ olarak bulunur.}$$

**Yanıt: B**

**ÖRNEK 10:**

46 kişilik bir sınıfta Almanca veya İngilizce bilenler 42 kişidir. Her iki dili bilenler bu dilleri bilmeyenlerin 3 katıdır.

Almanca bilenler İngilizce bilenlerin 2 katı olduğuna göre yalnız Almanca bilen kaç kişidir?

- A) 12      B) 18      C) 20  
D) 22      E) 24

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

**ÇÖZÜM 10:**

Almanca veya İngilizce bilenlerin sayısı

$$s(A \cup I) = 42$$

Hiç dil bilmeyenlerin sayısı  $46 - 42 = 4$  kişidir.

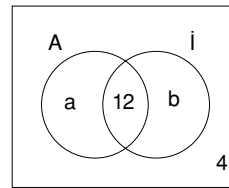
Her iki dili bilenlerin sayısı  $3 \cdot 4 = 12$  kişidir.

Almanca bilenler A kümesinde gösterilmektedir.

$$s(A) = a + 12$$

İngilizce bilenler I kümesinde gösterilmekte ve

$$s(I) = b + 12$$



$$s(A) = 2. s(I)$$

$$s(A \cup I) = 42$$

$$a + 12 = 2. (b + 12)$$

$$a + 12 + b = 42$$

$$a = 2b + 12$$

ve

$$a + b = 30$$

denklemleri beraber çözümlünce

$$2b + 12 + b = 30$$

$$b = 6$$

$$a = 24$$

Yalnız Almanca bilen  $a = 24$  kişidir.

**Yanıt: E**

**ÖRNEK 11:**

$$A = \left\{ \frac{x}{5} = k, x < 100 \text{ ve } x, k \in \mathbb{N} \right\}$$

$$B = \left\{ x \mid \frac{x}{2} = k, x < 100 \text{ ve } x, k \in \mathbb{N} \right\} \text{ ise}$$

$s(A - B)$  kaçtır?

- A) 5                      B) 10                      C) 15  
D) 20                      E) 30

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

**ÇÖZÜM 11:**

$$s(A - B) = s(A) - s(A \cap B)$$

$$A \text{ kümesinde } \frac{x}{5} = k \Rightarrow x = 5k$$

A kümesi 100'den küçük, 5 ile bölünebilen doğal sayılardan oluşur.

$$\begin{array}{r} 99 \\ 19 \end{array} \overline{) 5} \text{ sayma sayısı vardır.}$$

0 da dahil edilince

$$s(A) = 19 + 1 = 20$$

$A \cap B$  kümesi ise 100'den küçük olup, hem 2 hem 5 ile yani OKEK(2, 5) = 10 ile bölünebilen doğal sayılardan oluşur.

$$\begin{array}{r} 99 \\ 9 \end{array} \overline{) 10} \text{ sayma sayısı vardır.}$$

0 da dahil edilince ,

$$s(A \cap B) = 9 + 1 = 10$$

$$s(A - B) = s(A) - s(A \cap B) = 20 - 10 = 10$$

**Yanıt: B**

**ÖRNEK 12:**

1'den 436'ya kadar olan sayılardan (1 ve 436 dahil) kaç tanesi 5 veya 7 ile kalansız bölünebilir?

- A) 120                      B) 128                      C) 135  
D) 137                      E) 142

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

**ÇÖZÜM 12:**

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$s(5 \cup 7) = s(5) + s(7) - s(5 \cap 7)$$

\*  $1 \leq x \leq 436$  aralığında 5 ile bölünebilen tamsayıların sayısı:

$$\begin{array}{r} 436 \\ 87 \end{array} \overline{) 5} \Rightarrow s(5) = 87$$

\*  $1 \leq x \leq 436$  aralığında 7 ile bölünebilen tam sayıların sayısı :

$$\begin{array}{r} 436 \\ 62 \end{array} \overline{) 7} \Rightarrow s(7) = 62$$

\*  $1 \leq x \leq 436$  aralığında hem 5, hem 7 ile yani OKEK(5, 7) = 35 ile bölünebilen tamsayıların sayısı

$$\begin{array}{r} 436 \\ 12 \end{array} \overline{) 35} \Rightarrow s(5 \cap 7) = 12$$

$$\begin{aligned} s(5 \cup 7) &= s(5) + s(7) - s(5 \cap 7) \\ &= 87 + 62 - 12 = 137 \end{aligned}$$

**Yanıt: D**