

**Öğrenci Yerleştirme Sınavı (Öys) / 23 Haziran 1996**

**Matematik Soruları Ve Çözümleri**

1. Bir sınıftaki öğrencilerin  $\frac{2}{5}$  nin 2 fazlası kız öğrencidir.

Sınıfta 22 erkek öğrenci olduğuna göre, kız öğrencilerin sayısı kaçtır?

A) 20    B) 18    C) 16    D) 14    E) 12

Çözüm 1

Toplam öğrenci = x olsun.

$$\text{Kız öğrenci sayısı} = \frac{2}{5} \cdot x + 2$$

$$\text{Erkek öğrenci sayısı} = 22$$

$$x = \frac{2}{5} \cdot x + 2 + 22 \Rightarrow x - \frac{2}{5} \cdot x = 24 \Rightarrow 3x = 24 \cdot 5 \Rightarrow x = 40$$

$$\text{Kız öğrenci sayısı} = \frac{2}{5} \cdot x + 2 = \frac{2}{5} \cdot 40 + 2 = 18 \text{ olur.}$$

2. Emine ile annesinin yaşlarının toplamı 39 dur.

2 yıl önce annesinin yaşı Emine'nin yaşının 4 katı olduğuna göre,

Emine şimdi kaç yaşındadır?

A) 6    B) 7    C) 8    D) 9    E) 10

Çözüm 2

Emine = x ve Anne = y yaşında olsun.

$$\Rightarrow x + y = 39$$

2 yıl önce emine = x - 2 ve anne = y - 2 olur.

$$\left. \begin{array}{l} y - 2 = 4(x - 2) \Rightarrow y - 2 = 4x - 8 \Rightarrow 4x - y = 6 \\ x + y = 39 \end{array} \right\} \Rightarrow 5x = 45 \Rightarrow x = 9$$

3. Serap bir kitabı her gün bir önceki günden 5 sayfa fazla okuyarak 6 günde bitiriyor.

Serap 3. günün sonunda kitabın  $\frac{1}{3}$  ünü okuduğuna göre, kitap kaç sayfadır?

A) 126    B) 129    C) 132    D) 134    E) 135

Çözüm 3

Kitaba başlama sayfası = x olsun.

Kitabın tamamı :  $x + (x + 5) + (x + 10) + (x + 15) + (x + 20) + (x + 25) = 6x + 75$

3. günün sonunda,  $\frac{1}{3} \cdot (6x + 75) = 3x + 15 \Rightarrow 6x + 75 = 9x + 45 \Rightarrow x = 10$

Kitabın tamamı :  $6x + 75 = 6 \cdot 10 + 75 = 60 + 75 = 135$

4.  $485 \text{ m}^2$  lik bir arazi 9 ile doğru orantılı, 2 ve 5 ile ters orantılı olarak üç parçaya ayrılmıştır.

Buna göre, en büyük parça kaç  $\text{m}^2$  dir?

A) 450    B) 400    C) 350    D) 300    E) 200

Çözüm 4

Arazi a , b , c olarak üç parçaya ayrılmış olsun.

$a + b + c = 485$

$\frac{a}{9} = \frac{b}{\frac{1}{2}} = \frac{c}{\frac{1}{5}} \Rightarrow \frac{a}{9} = 2b = 5c = t$  olsun.

$a = 9t$  ,  $b = \frac{t}{2}$  ,  $c = \frac{t}{5}$

$a + b + c = 485$  olduğuna göre,  $9t + \frac{t}{2} + \frac{t}{5} = 485 \Rightarrow 90t + 7t = 10 \cdot 485 \Rightarrow t = 50$

$a = 9t = 9 \cdot 50 = 450$  olur.

5. Etiket fiyatı maliyet üzerinden % 5 karla hesaplanan bir malın indirimli fiyatı etiket fiyatından 75,000 TL azdır.

Bu mal indirimli fiyatla satıldığında maliyet üzerinden % 20 zarar edildiğine göre, malın maliyeti kaç TL dir?

A) 200,000    B) 250,000    C) 300,000    D) 350,000    E) 400,000

Çözüm 5

I. Yol

Etiket fiyatı = maliyet fiyatı + % 5.maliyet fiyatı

$$\Rightarrow e = m + \frac{m}{20}$$

İndirimli fiyat = etiket fiyatı – 75,000 = maliyet fiyatı – % 20.maliyet fiyatı

$$\Rightarrow e - 75,000 = m - \frac{m}{5}$$

$$m + \frac{m}{20} - 75,000 = m - \frac{m}{5} \Rightarrow \frac{21m}{20} - 75,000 = \frac{4m}{5} \Rightarrow \frac{21m - 16m}{20} = 75,000$$

$$\Rightarrow \frac{5m}{20} = 75,000 \Rightarrow m = 300,000$$

II. Yol

Maliyet 100.x ise etiket fiyatı 105.x olur.

% 20 zarar oluyorsa yeni fiyat 80.x demektir.

$$\text{Aradaki fark } 105.x - 80.x = 75000 \Rightarrow 25.x = 75000 \Rightarrow x = 3000$$

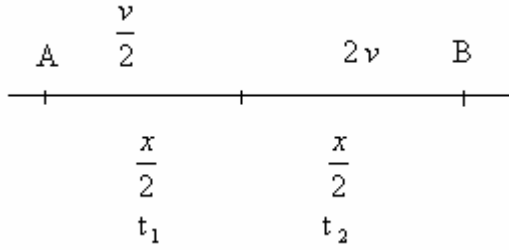
$$\text{Maliyet } 100.x = 100.3000 = 300000$$

6. Saatteki hızı  $v$  olan bir hareketli A ve B arasındaki yolu 8 saatte almıştır.

Bu hareketli yolun yarısında saatte  $\frac{v}{2}$  hızıyla, diğer yarısında da  $2v$  hızıyla giderse, yolun tamamını kaç saatte alır?

A) 7    B) 8    C) 9    D) 10    E) 12

Çözüm 6



$$\left. \begin{array}{l} \text{Yolun tamamı} = x \text{ olsun.} \\ \text{Saatteki hızı} = v \\ t = 8 \text{ saat} \end{array} \right\} x = v \cdot t = 8v$$

$$\frac{x}{2} = \frac{v}{2} \cdot t_1 \Rightarrow x = v \cdot t_1 \Rightarrow 8v = v \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = 8$$

$$\frac{x}{2} = 2v \cdot t_2 \Rightarrow x = 4v \cdot t_2 \Rightarrow 8v = 4v \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = 2$$

$$t_1 + t_2 = 8 + 2 = 10 \text{ saat}$$

7.  $\frac{2^4 \cdot 10^3}{6 + 3 \cdot 2^{-4} + 5 \cdot 2^{-4} + 3 \cdot 2^{-1}}$  işleminin sonucu kaçtır?

A) 1600    B) 2000    C) 2500    D) 4000    E) 8000

Çözüm 7

$$\begin{aligned} \frac{2^4 \cdot 10^3}{6 + 3 \cdot 2^{-4} + 5 \cdot 2^{-4} + 3 \cdot 2^{-1}} &= \frac{2^4 \cdot 10^3}{6 + (3 + 5) \cdot 2^{-4} + 3 \cdot 2^{-1}} = \frac{2^4 \cdot 10^3}{6 + 2^3 \cdot 2^{-4} + 3 \cdot 2^{-1}} \\ &= \frac{2^4 \cdot 10^3}{6 + 2^{-1} + 3 \cdot 2^{-1}} = \frac{2^4 \cdot 10^3}{6 + 2^{-1} \cdot (1 + 3)} = \frac{2^4 \cdot 10^3}{6 + 2} = \frac{2^4 \cdot 10^3}{8} = \frac{2^4 \cdot 10^3}{2^3} = 2 \cdot 10^3 = 2000 \end{aligned}$$

8.  $x = \frac{10}{3}$  olduğuna göre,  $(x - 5)^3 + 3(x - 5)^2 + 3(x - 5) + 1$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{27}$     B)  $\frac{27}{4}$     C)  $\frac{27}{2}$     D)  $\frac{-4}{27}$     E)  $\frac{-8}{27}$

Çözüm 8

$$(x - 5)^3 + 3(x - 5)^2 + 3(x - 5) + 1 = [(x - 5) + 1]^3 = (x - 4)^3$$

$x = \frac{10}{3}$  olduğuna göre,

$$\left(\frac{10}{3} - 4\right)^3 = \left(\frac{-2}{3}\right)^3 = \frac{-8}{27}$$

9.  $a, b, c$  birer pozitif sayı ve  $\frac{a+b}{c} < \frac{a}{c} + 1$  olduğuna göre,

aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A)  $c < b$     B)  $b < c$     C)  $a < b$     D)  $b < a$     E)  $a < c$

Çözüm 9

$$\frac{a+b}{c} < \frac{a}{c} + 1 \Rightarrow \frac{a}{c} + \frac{b}{c} < \frac{a}{c} + 1 \Rightarrow \frac{b}{c} < 1 \Rightarrow b < c$$

10.  $\left. \begin{array}{l} x = (2^3)^4 \\ y = 2^{(3^4)} \\ z = (2^{12})^3 \end{array} \right\}$  olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A)  $z < x < y$     B)  $z < y < x$     C)  $y < x < z$     D)  $x < y < z$     E)  $x < z < y$

Çözüm 10

$$\left. \begin{array}{l} x = (2^3)^4 = 2^{12} \\ y = 2^{(3^4)} = 2^{81} \\ z = (2^{12})^3 = 2^{36} \end{array} \right\} \quad 2^{12} < 2^{36} < 2^{81} \Rightarrow x < z < y$$

11. a , b pozitif tamsayılar ve  $a.b = 2a + 14$  olduğuna göre,  
b nin en küçük değeri almasını sağlayan a aşağıdaki aralıklardan hangisindedir?

- A) [13 , 15]   B) [10 , 12]   C) [7 , 9]   D) [4 , 6]   E) [1 , 3]

Çözüm 11

$$a.b = 2a + 14 \Rightarrow b = \frac{2a+14}{a} \Rightarrow b = 2 + \frac{14}{a}$$

$a = \{1 , 2 , 7 , 14\} \Rightarrow$  b nin en küçük değeri alması için a nın değeri en büyük seçilir.

$$a = 14 \Rightarrow b = 3 \text{ olur.}$$

O halde,  $a = 14 \Rightarrow [13 , 15]$  aralığında olur.

12.  $\frac{0,004x+0,3}{0,007x+0,05} = \frac{3}{4}$  olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 100   B) 120   C) 210   D) 121,8   E) 141,7

Çözüm 12

$$\begin{aligned} \frac{0,004x+0,3}{0,007x+0,05} = \frac{3}{4} &\Rightarrow 0,016.x + 1,2 = 0,021.x + 0,15 \\ &\Rightarrow 0,005.x = 1,05 \Rightarrow x = \frac{1050}{5} \Rightarrow x = 210 \end{aligned}$$

13.  $A = \{1 , 2 , 3 , 4 , 5\}$  kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde 5 elemanı bulunur?

- A) 24   B) 22   C) 20   D) 16   E) 8

### Çözüm 13

“5” barındırmayan alt kümeleri :

4 elemanlı bir kümenin alt kümelerinin sayısı  $= 2^4 = 16$

$\{5\}$ ,

$\{1, 5\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}$ ,

$\{1, 2, 5\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}, \{3, 4, 5\}$ ,

$\{1, 2, 3, 5\}, \{1, 2, 4, 5\}, \{1, 3, 4, 5\}, \{2, 3, 4, 5\}$ ,

$\{1, 2, 3, 4, 5\}$

**14.**  $(96)^{10} + (97)^2$  toplamının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 0   B) 1   C) 2   D) 3   E) 4

### Çözüm 14

$$\left. \begin{array}{l} 96 \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow (96)^{10} \equiv 1^{10} \equiv 1 \pmod{5} \\ 97 \equiv 2 \pmod{5} \Rightarrow (97)^2 \equiv 2^2 \equiv 4 \pmod{5} \end{array} \right\} (96)^{10} + (97)^2 \equiv 1 + 4 \equiv 5 \equiv 0 \pmod{5}$$

**15.** 102 ile 353 arasında bulunan ve 5 ile kalansız bölünebilen sayıların toplamı kaçtır?

A) 9875   B) 10100   C) 10350   D) 11250   E) 11375

### Çözüm 15

I. Yol

....., 100, 101, 102, ....., 105, ..., 110, ....., 345, ..., 350, ..., 353

Bizden istenilen

$$105 + 110 + 115 + 120 + \dots + 345 + 350 = 5 \cdot (21 + 22 + 23 + 24 + \dots + 69 + 70)$$

Sonuç için ;

1’den 70’e kadar olan sayıların toplamından 1’den 20’ye kadar olan sayıların toplamından çıkartırız ve 5 ile çarparız..

$$5 \cdot \left( \frac{70 \cdot 71}{2} - \frac{20 \cdot 21}{2} \right) = 5 \cdot \left( \frac{4970 - 420}{2} \right) = 5 \cdot \frac{4550}{2} = 5 \cdot 2275 = 11375$$

## II. Yol

$$\begin{array}{r|l} 100 & 5 \\ \hline & 20 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 350 & 5 \\ \hline & 70 \end{array}$$

....., 100, 101, 102, ....., 105, ..., 110, ....., 345, ..., 350, ..., 353

—————→ 70 tane

—————→ 20 tane

$$70 - 20 = 50 \text{ tane}$$

$$\text{Toplam} = \frac{105 + 350}{2} \cdot 50 = \frac{455}{2} \cdot 50 = 11375$$

**16.**  $f(x) = 3 \cdot f(x-2)$  ve  $f(5) = 6$  olduğuna göre,  $f(1)$  değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{4}$     B)  $\frac{2}{3}$     C)  $\frac{1}{2}$     D) 1    E) 2

Çözüm 16

$$f(x) = 3 \cdot f(x-2) \text{ ve } f(5) = 6 \Rightarrow x = 5 \text{ için}$$

$$f(5) = 3 \cdot f(5-2) = 3 \cdot f(3) = 6 \Rightarrow f(3) = 2 \text{ ve } x = 3 \text{ için}$$

$$f(3) = 3 \cdot f(3-2) = 3 \cdot f(1) = 2 \Rightarrow f(1) = \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

$$\left. \begin{array}{l} 17. \quad f(x) = ax + b \\ f^{-1}(3) = 4 \\ f^{-1}(2) = 5 \end{array} \right\} \text{ olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?}$$

- A) -7    B) -6    C) -5    D) 3    E) 6

### Çözüm 17

#### I. Yol

$$f^{-1}(3) = 4 \Rightarrow f(f^{-1}(3)) = f(4) \Rightarrow 3 = f(4)$$

$$f^{-1}(2) = 5 \Rightarrow f(f^{-1}(2)) = f(5) \Rightarrow 2 = f(5)$$

$$f(x) = ax + b \Rightarrow f(4) = 4a + b = 3$$

$$\Rightarrow f(5) = 5a + b = 2$$

---

$$a = -1 \text{ ve } b = 7 \Rightarrow a.b = (-1).7 = -7$$

#### II. Yol

$$f(x) = ax + b \Rightarrow x = \frac{f(x) - b}{a} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x - b}{a}$$

$$f^{-1}(3) = 4 \Rightarrow f^{-1}(3) = \frac{3 - b}{a} = 4 \Rightarrow 4a = 3 - b \Rightarrow 4a + b = 3$$

$$f^{-1}(2) = 5 \Rightarrow f^{-1}(2) = \frac{2 - b}{a} = 5 \Rightarrow 5a = 2 - b \Rightarrow 5a + b = 2$$

---

$$a = -1 \text{ ve } b = 7$$

$$\Rightarrow a.b = (-1).7 = -7$$

**18.**  $\log_{10} 2 = a$

$$\log_{10} 3 = b$$

olduğuna göre,  $\log_{10} 72$  nin a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $2b - 3a$     B)  $3a - b$     C)  $3a - 2b$     D)  $3a + 2b$     E)  $2a + 3b$

### Çözüm 18

$$\log_{10} 72 = \log_{10} 8.9 = \log_{10} 2^3.3^2 = \log_{10} 2^3 + \log_{10} 3^2 = 3.\log_{10} 2 + 2.\log_{10} 3$$

$$\Rightarrow 3.a + 2.b$$

19.  $54.3^x + 3^{x+3} - 729 = 0$  olduğuna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 19

$$54.3^x + 3^{x+3} - 729 = 0$$

$$(2.27).3^x + 3^{x+3} - 729 = 0$$

$$(2.3^3).3^x + 3^{x+3} - 729 = 0$$

$$2.3^{x+3} + 3^{x+3} - 729 = 0$$

$$(2+1).3^{x+3} - 729 = 0$$

$$3.3^{x+3} - 729 = 0$$

$$3^{x+4} - 729 = 0 \Rightarrow 3^{x+4} = 729 \Rightarrow 3^{x+4} = 3^6 \Rightarrow x + 4 = 6 \Rightarrow x = 2$$

20.  $x^2 - 3mx + m - 3 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 4$$

olduğuna göre, m nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $(-\infty, +\infty)$  B)  $(-\infty, 12)$  C)  $\mathbb{R} - \{12\}$  D)  $(3, 12)$  E)  $(0, 12)$

Çözüm 20

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 4 \Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} - 4 > 0$$

$$\frac{3m}{m-3} - 4 > 0 \Rightarrow \frac{-m+12}{m-3} > 0$$

$$\left. \begin{array}{l} m-3 > 0 \Rightarrow m > 3 \\ -m+12 > 0 \Rightarrow m < 12 \end{array} \right\} 3 < m < 12$$

Not : İkinci Derece Denkleminin Kökleri ile Katsayıları Arasındaki Bağlılıklar

$ax^2 + bx + c = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  ise

$$\text{kökler toplamı : } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{kökler çarpımı : } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

**21.**  $P(x) = x^4 + \frac{1}{2}x^3 + x^2 + ax$  polinomunun  $x^2 + 1$  ile kalansız bölünebilmesi için,  $a$  kaç olmalıdır?

A) 1      B)  $\frac{1}{2}$       C)  $\frac{1}{3}$       D)  $-\frac{1}{3}$       E)  $-1$

Çözüm 21

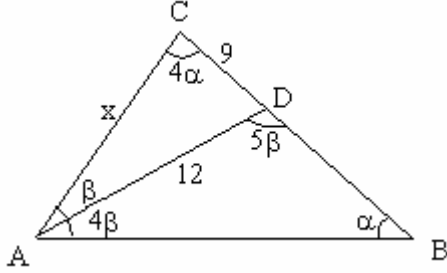
Kalan = 0 olacağına göre,  $P(x) = (x^2 + 1) \cdot B(x) + \text{kalan}$

$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1$  yazılırsa, eşitliğin sağ tarafı sıfır olacağından,

$$P(x) = x^4 + \frac{1}{2}x^3 + x^2 + ax = (x^2)^2 + \frac{1}{2}x^2x + x^2 + ax$$

$$(-1)^2 + \frac{1}{2}(-1)x + (-1) + ax = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{x}{2} - 1 + ax = 0 \Leftrightarrow ax = \frac{x}{2} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

22.



ABC bir üçgen

$D \in [BC]$

$$m(\angle ACD) = 4\alpha$$

$$m(\angle CAD) = \beta$$

$$m(\angle ADB) = 5\beta$$

$$m(\angle DAB) = 4\beta$$

$$|AD| = 12 \text{ cm}$$

$$|CD| = 9 \text{ cm}$$

$$|AC| = x \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre,  $|AC| = x$  kaç cm dir?

A) 15   B) 16   C) 17   D) 18   E) 19

Çözüm 22

ACD üçgeninde, bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşit olduğuna göre,

$$4\alpha + \beta = 5\beta \Rightarrow \alpha = \beta \text{ olur.}$$

$$\text{ABC üçgeninde, } 4\beta + \beta + \alpha + 4\alpha = 180 \Rightarrow 5\beta + 5\alpha = 180 \quad (\alpha = \beta)$$

$$10\alpha = 180 \Rightarrow \alpha = \beta = 18$$

$$s(D) = 5 \cdot 18 = 90$$

$$\text{CDA dik üçgeninde, } x^2 = 9^2 + 12^2 \text{ (Pisagor)} \Rightarrow x^2 = 81 + 144 = 225 \Rightarrow x = 15$$

Not :

$$\alpha = \beta = 18 \text{ bulunmaktadır.}$$

$$\text{ADC üçgeninde, } \tan 18 = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$

Ancak ;  $\tan 18 = 0,3249$  'dur. Bu nedenle soru hatalıdır.

23. ABC bir üçgen

$$m(\angle ABC) = 45^\circ$$

$$m(\angle BCA) = 30^\circ$$

$$|AC| = 6 \text{ cm}$$

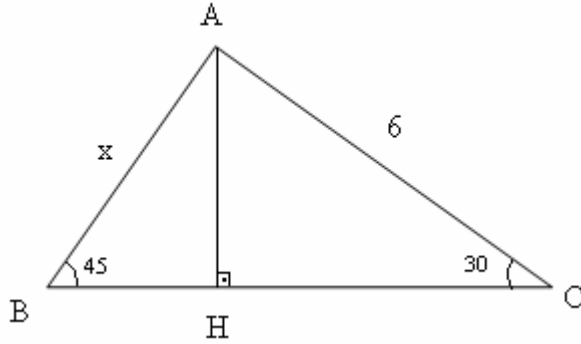
$$|AB| = x \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre,  $|AB| = x$  kaç cm dir?

- A)  $3\sqrt{3}$    B)  $2\sqrt{3}$    C)  $\sqrt{3}$    D)  $3\sqrt{2}$    E)  $2\sqrt{2}$

Çözüm 23

I. Yol



$BC \perp AH$  dikmesini çizelim.

AHC, 30 – 60 – 90 dik üçgeninde,  $|AH| = 3$  olur.

[30 derecenin karşısındaki kenar hipotenüsün yarısına eşittir.]

AHB ikizkenar dik üçgeninde,  $|AH| = 3$  ise  $|BH| = 3$  olur.

O halde Pisagordan;

$$x^2 = 3^2 + 3^2 \Rightarrow x^2 = 18 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$$

II. Yol

ABC üçgeninde Sinüs Teoremi uygulanırsa,

$$\frac{x}{\sin 30} = \frac{6}{\sin 45} \Rightarrow \frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

Not : Dik üçgen özellikleri

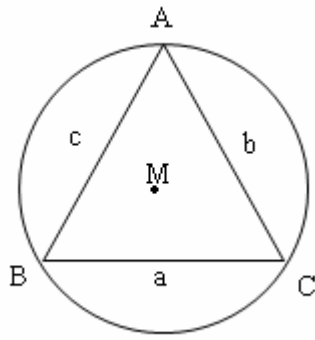
Bir dar açının ölçüsü  $30^\circ$  olan dik üçgende,

$30^\circ$  karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

$60^\circ$  karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  katına eşittir.

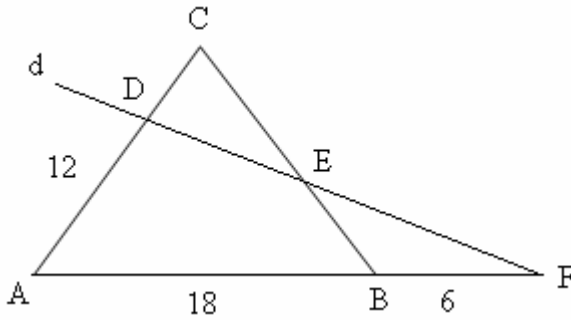
Not : Sinüs Teoremi

Kenar uzunlukları  $a$  ,  $b$  ,  $c$  birim olan ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı  $R$  ise



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \text{ dir.}$$

24.



ABC bir üçgen

$$(ABC) \cap D = \{D, E\}$$

$$[AB \cap d = \{F\}]$$

$$|AB| = 18 \text{ cm}$$

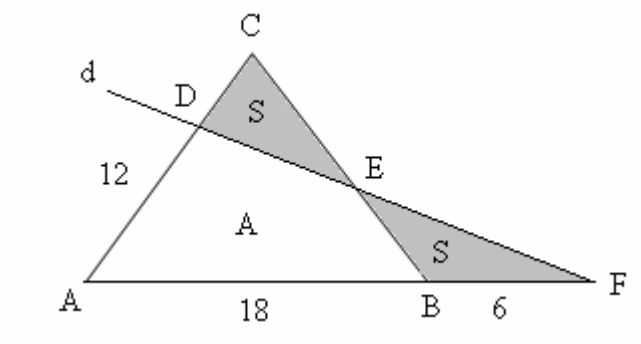
$$|BF| = 6 \text{ cm}$$

$$|AD| = 12 \text{ cm}$$

Yukarıdaki şekilde  $\text{Alan}(CDE) = \text{Alan}(EBF)$  olduğuna göre,  $|AC|$  kaç cm dir?

- A) 14    B) 15    C) 16    D) 17    E) 18

Çözüm 24



Alan(CDE) = Alan(EBF) = S olsun.

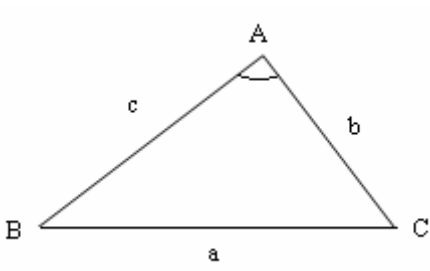
Alan(ABED) = A olsun.

$$\text{Alan(ABED)} + \text{Alan(CDE)} = A + S = \text{Alan(ABC)} = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot |AC| \cdot \sin A$$

$$\text{Alan(ABED)} + \text{Alan(BEF)} = A + S = \text{Alan(AFD)} = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 12 \cdot \sin A$$

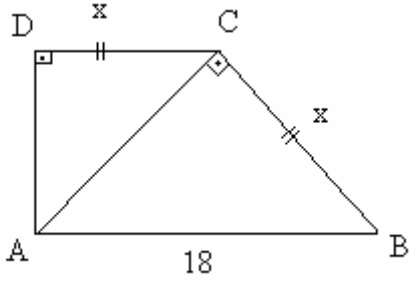
$$A + S = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot |AC| \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 12 \cdot \sin A \Rightarrow 18 \cdot |AC| = 24 \cdot 12 \Rightarrow |AC| = 16$$

Not : İki kenarı ve aradaki açısı verilen üçgenin alanı



$$\left. \begin{aligned} \text{Alan (ABC)} &= \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(A) \\ \text{Alan (ABC)} &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin(B) \\ \text{Alan (ABC)} &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(C) \end{aligned} \right\}$$

25.



ABCD dik yamuk

$$m(\angle ADC) = 90^\circ$$

$$m(\angle ACB) = 90^\circ$$

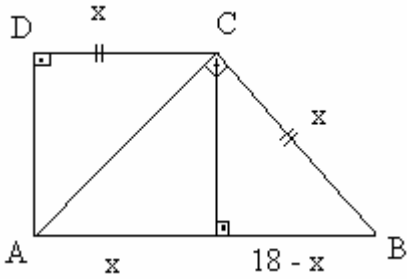
$$|AB| = 18 \text{ cm}$$

$$|DC| = |CB| = x \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre,  $|DC| = |CB| = x$  kaç cm dir?

- A)  $9\sqrt{5} - 9$     B)  $6\sqrt{5}$     C)  $5\sqrt{5}$     D)  $3\sqrt{3} - 3$     E)  $2\sqrt{3} - 2$

Çözüm 25



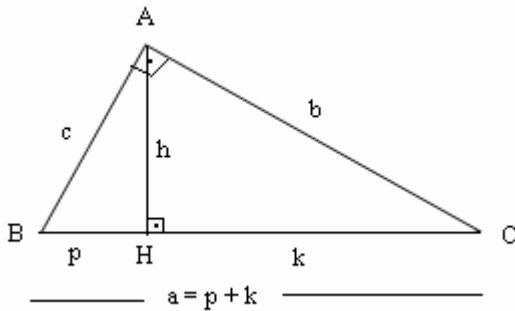
ABC üçgeninde öklid teoremini uygularsak,

$$x^2 = (18 - x).18$$

$$x^2 + 18x - 324 = 0 \Rightarrow \Delta = 18^2 - 4.1.(-324) \Rightarrow \Delta = 5.324 = 5.18^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-18 \pm 18\sqrt{5}}{2} = -9 \pm 9\sqrt{5} \Rightarrow x = 9\sqrt{5} - 9$$

Not : Öklid Bağlıları



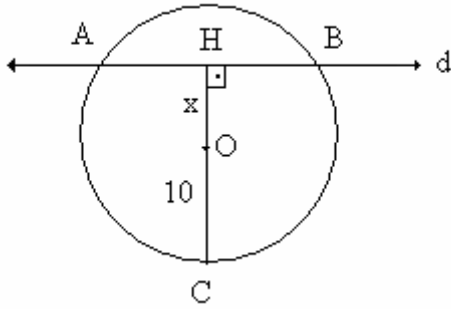
$$\text{I) } h^2 = p.k$$

$$\text{II) } c^2 = p.a$$

$$b^2 = k.a$$

$$\text{III) } \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

26.



$$O \in [CH]$$

$$[CH] \perp d$$

$$|OC| = r = 10 \text{ cm}$$

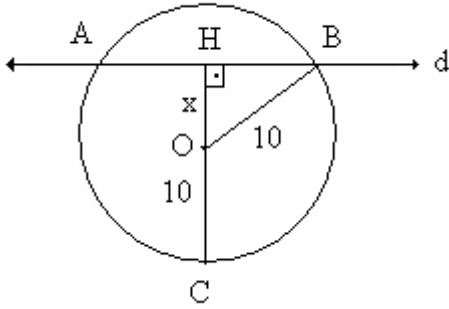
$$|OH| = x \text{ cm}$$

Yukarıdaki şekilde, d doğrusu O merkezli çemberi A ve B de kesmektedir.

$2|HB| = |CH|$  olduğuna göre,  $|OH| = x$  kaç cm dir?

A) 4   B) 5   C) 6   D) 7   E) 8

Çözüm 26

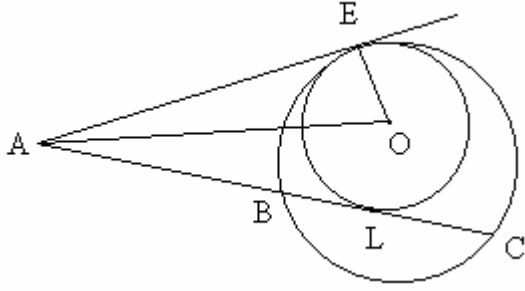


$$2|HB| = |CH| \text{ olduğuna göre, } |CH| = 10 + x \Rightarrow |HB| = \frac{10+x}{2}$$

$|OB|$  = yarıçap olduğuna göre, pisagordan

$$10^2 = x^2 + \left(\frac{10+x}{2}\right)^2 \Rightarrow 5x^2 + 20x - 300 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 60 = 0 \Rightarrow x = 6 \text{ olur.}$$

27.



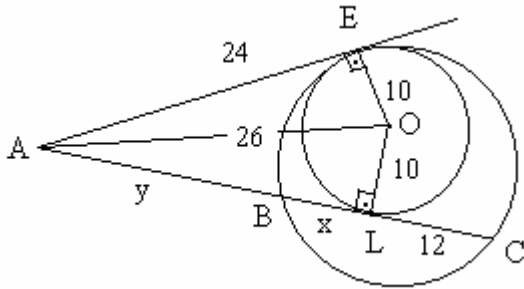
Şekildeki iki çember E noktasında içten teğet ve içteki çemberin merkezi O dur.

[AE ışını çemberlere E de teğet, dıştaki çemberin A , B , C noktalarından geçen keseni içteki çembere L de teğettir.

$|OE| = 10 \text{ cm}$  ,  $|AO| = 26 \text{ cm}$  ,  $|LC| = 12 \text{ cm}$  olduğuna göre,  $|BL|$  kaç cm dir?

- A) 13    B) 11    C) 10    D) 9    E) 8

Çözüm 27



$$|OE| = 10 \text{ cm}$$

$$|AO| = 26 \text{ cm}$$

$$|LC| = 12 \text{ cm}$$

AE , O merkezli çembere teğet olduğuna göre,  $AE \perp OE$

AEO dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,  $|AE| = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$

Bir çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğet parçalarının uzunlukları eşit olduğuna göre,

$$|AE| = |AL| = 24$$

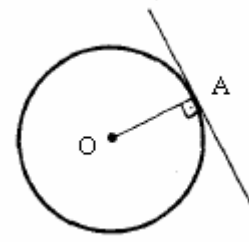
Çemberde kuvvet bağıntısına göre,  $|AE|^2 = |AB| \cdot |AC| \Rightarrow 24^2 = y \cdot (y + x + 12)$

$$|AE| = |AL| = 24 \Rightarrow y + x = 24$$

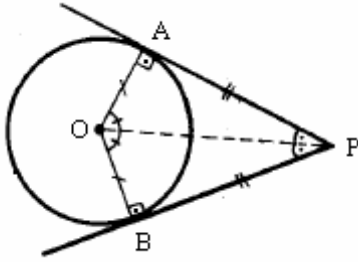
$$576 = y \cdot 36 \Rightarrow y = 16 \text{ olduğuna göre, } \Rightarrow x = 8 = |BL|$$

Not :

Yarıçap teğete değme noktasında diktir.



Not :

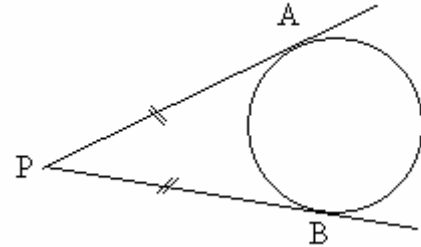


[OP] açıortaydır.

Not :

Bir çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğet parçalarının uzunlukları eşittir.

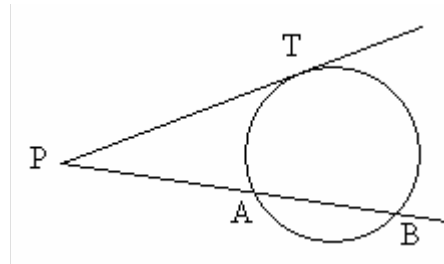
$$|PA| = |PB|$$



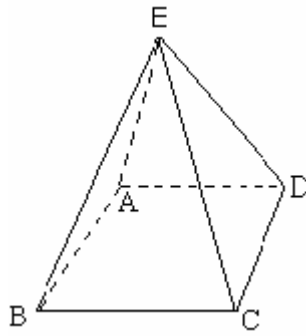
Not : Çemberde kuvvet bağıntıları

Çembere dışındaki bir P noktasından, PT teğeti ve çemberi A ve B noktalarında kesen bir kesen çizilirse,

$$|PT|^2 = |PA| \cdot |PB| \text{ olur.}$$



28.

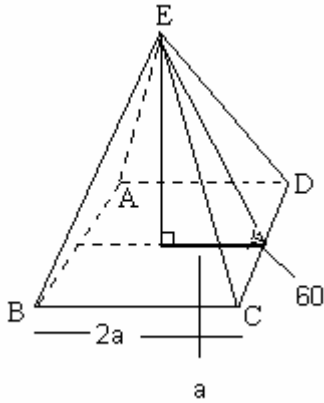


Şekildeki kare dik piramidin bir yan yüzü, taban düzlemi ile  $60^\circ$  lik açı yapmaktadır.

Piramidin hacmi  $288\sqrt{3} \text{ cm}^3$  olduğuna göre, tabanın bir kenarı kaç cm dir?

A) 10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 16

Çözüm 28



Tabanın bir kenarı =  $2a$  olsun.

Dik üçgende,  $60$  derecenin karşısındaki kenar  $30$  derecenin karşısındaki kenarın  $\sqrt{3}$  katı olduğuna göre,

Piramidin yüksekliği =  $a\sqrt{3}$  olur.

$$\text{Hacim} = 288\sqrt{3} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \sqrt{3} \cdot (2a)^2 \Rightarrow 288\sqrt{3} = \frac{1}{3} \cdot 4\sqrt{3}a^3 \Rightarrow a^3 = 216 = 6^3 \Rightarrow a = 6$$

Tabanın bir kenarı =  $2a = 2 \cdot 6 = 12$  elde edilir.

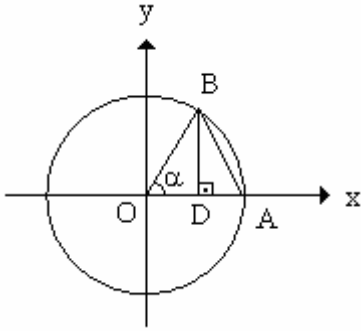
Not : Dik üçgen özellikleri

Bir dar açının ölçüsü  $30^\circ$  olan dik üçgende,

$30^\circ$  karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

$60^\circ$  karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  katına eşittir.

29.



O merkezli birim çember

A , B çember üzerinde

$A \in Ox$  eksen

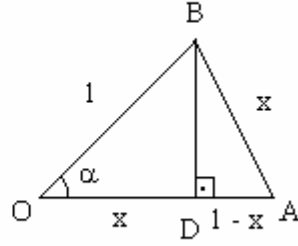
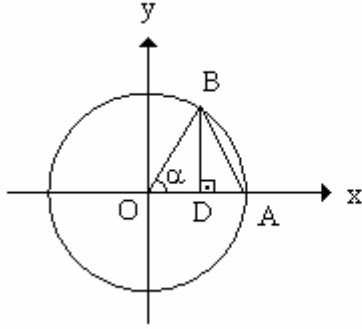
$[BD] \perp [OA]$

$m(\angle BOD) = \alpha$

Şekildeki O merkezli birim çemberde  $\cos \alpha = |AB|$  olduğuna göre,  $|AB|$  kaç birimdir?

- A)  $\sqrt{3} + 2$     B)  $\sqrt{3} + 1$     C)  $\sqrt{3}$     D)  $\sqrt{3} - 1$     E)  $\sqrt{3} - 2$

Çözüm 29



O merkezli birim çember  $\Rightarrow |OB| = 1$

$|OD| = x$  olsun.

$\cos \alpha = \frac{|AB|}{|OB|}$  olduğuna göre,  $|AB| = x$

ODB dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,  $1^2 = x^2 + |BD|^2 \Rightarrow |BD| = \sqrt{1 - x^2}$

$|OB| = 1 = |OA| \Rightarrow |AD| = 1 - x$

ADB dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,  $x^2 = (\sqrt{1 - x^2})^2 + (1 - x)^2$

$$x^2 = (1 - x^2) + (1 - x)^2 \Rightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 12 \Rightarrow x = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \sqrt{3} - 1$$

30.  $\frac{\sin 2A + \sin 4A}{\cos 2A + \cos 4A}$  ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\sin 2A$     B)  $\tan 2A$     C)  $\tan 3A$     D)  $\cot 3A$     E)  $\cos 2A$

Çözüm 30

$$\frac{\sin 2A + \sin 4A}{\cos 2A + \cos 4A} = \frac{2 \sin\left(\frac{2A + 4A}{2}\right) \cos\left(\frac{4A - 2A}{2}\right)}{2 \cos\left(\frac{2A + 4A}{2}\right) \cos\left(\frac{4A - 2A}{2}\right)} = \frac{\sin 3A \cdot \cos A}{\cos 3A \cdot \cos A} = \tan 3A$$

Not : Dönüşüm Formülleri

$$\sin A + \sin B = 2 \cdot \sin \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\sin A - \sin B = 2 \cdot \cos \frac{A+B}{2} \cdot \sin \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cdot \cos \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \cdot \sin \frac{A+B}{2} \cdot \sin \frac{A-B}{2}$$

**31.**  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  ve  $\frac{\sqrt{3} \cdot \sin 5 \cdot \cos 7 + \sqrt{3} \cdot \cos 5 \cdot \sin 7}{4 \cdot \cos 84 \cdot \cos 6} = \sin x$  olduğuna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

A) 12    B) 15    C) 18    D) 30    E) 60

Çözüm 31

$$\frac{\sqrt{3} \cdot \sin 5 \cdot \cos 7 + \sqrt{3} \cdot \cos 5 \cdot \sin 7}{4 \cdot \cos 84 \cdot \cos 6} = \sin x$$

$$\frac{\sqrt{3}(\sin 5 \cdot \cos 7 + \cos 5 \cdot \sin 7)}{4 \cdot \sin 6 \cdot \cos 6} = \sin x$$

$$\frac{\sqrt{3} \cdot \sin(5+7)}{2 \cdot 2 \sin 6 \cdot \cos 6} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sin 12}{2 \cdot \sin 12} = \sin x \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin x \text{ olduğundan } x = 60 \text{ bulunur.}$$

Not : İki Açının Toplamının / Farkının Trigonometrik Değerleri

$$\sin(A+B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$$

$$\sin(A-B) = \sin A \cdot \cos B - \cos A \cdot \sin B$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$$

$$\cos(A-B) = \cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B$$

Not :  $\sin A = \cos(90 - A)$

Not : Yarım Açı Formülleri

$$\sin 2A = 2 \cdot \sin A \cdot \cos A$$

32.  $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^6$  ifadesinin açılımındaki sabit terim kaçtır?

A) 15    B) 16    C) 18    D) 20    E) 22

Çözüm 32

$$\binom{6}{r} x^{6-r} \cdot (x^{-2})^r = \binom{6}{r} x^{6-r} x^{-2r} = \binom{6}{r} x^{6-3r}$$

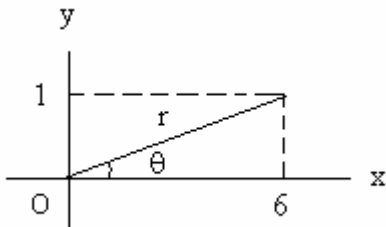
Sabit terim için;  $6 - 3r = 0 \Rightarrow r = 2$

$$\binom{6}{2} x^{6-3 \cdot 2} = \binom{6}{2} x^{6-6} = \binom{6}{2} x^0 = \binom{6}{2} \cdot 1 = \binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{6 \cdot 5}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

33.  $z - 5 - i = 1$  koşulunu sağlayan  $z$  karmaşık sayısının argümenti  $\theta$  olduğuna göre,  $\tan \theta$  kaçtır?

A)  $-\frac{1}{5}$     B)  $-\frac{1}{2}$     C) 0    D)  $\frac{1}{6}$     E) 1

Çözüm 33



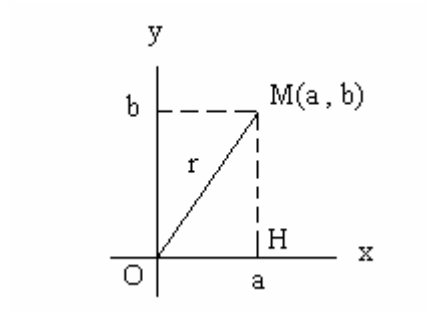
$$z = a + i \cdot b$$

$\text{Arg} z = \theta$  ise  $\tan \theta = \frac{b}{a}$  olduğuna göre,

$$z - 5 - i = 1 \Rightarrow z = 6 + i$$

$$\text{Arg} z = \theta \Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{6} \text{ bulunur.}$$

Not : Bir karmaşık sayının kutupsal (trigonometrik) biçimde yazılması



$z = a + b.i$  karmaşık sayısının düzlemdeki görüntüsü  $M(a, b)$  ve  $|OM| = r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

OMH dik üçgeninde,

$$\cos\theta = \frac{a}{r} \Rightarrow a = r.\cos\theta$$

$$\sin\theta = \frac{b}{r} \Rightarrow b = r.\sin\theta$$

Bu değerler  $z = a + b.i$  ' de yerine yazılırsa

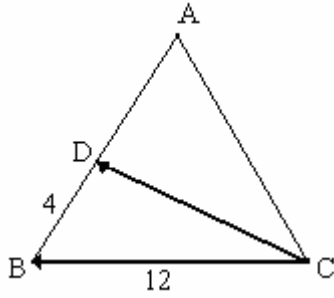
$$z = r.\cos\theta + r.\sin\theta.i$$

$z = r.(\cos\theta + i.\sin\theta)$  elde edilir.

$0 \leq \theta \leq 2\pi$  koşuluna uyan  $\theta$  açısına  $z$  nin esas argümenti denir.

$\text{Arg}z = \theta$  biçiminde yazılır.

34.



$$D \in [AB]$$

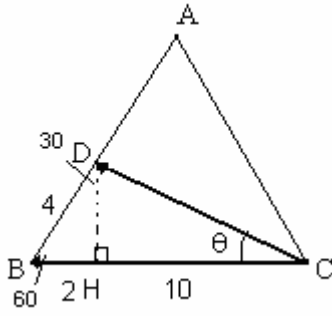
$$|BC| = 12 \text{ birim}$$

$$|BD| = 4 \text{ birim}$$

Şekildeki ABC eşkenar üçgeninde  $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD}$  çarpımı kaçtır?

A) 40 B) 60 C) 80 D) 100 E) 120

Çözüm 34



$$\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = |\overrightarrow{CB}| \cdot |\overrightarrow{CD}| \cdot \cos\theta = 12 \cdot |CD| \cdot \cos\theta$$

BHD dik üçgeninde,

$$|BD|^2 = |BH|^2 + |DH|^2 \text{ (Pisagor)} \Rightarrow |BH| = 2 \text{ ve } |DH| = 2\sqrt{3}$$

DHC dik üçgeninde,

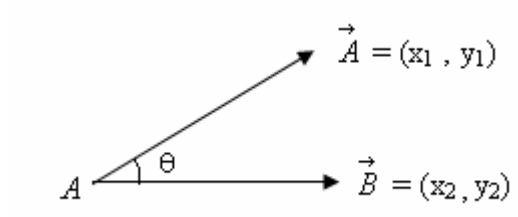
$$|DC|^2 = |DH|^2 + |CH|^2 \text{ (Pisagor)} \Rightarrow |CD|^2 = (2\sqrt{3})^2 + 10^2$$

$$\Rightarrow |CD| = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$$

$$\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = 12 \cdot |CD| \cdot \cos\theta \text{ olduğuna göre,}$$

$$\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = 12 \cdot |CD| \cdot \cos\theta = 12 \cdot 4\sqrt{7} \cdot \frac{10}{4\sqrt{7}} = 120 \text{ elde edilir.}$$

Not : İç (skaler) Çarpım



Sıfırdan farklı  $\vec{A} = (x_1, y_1)$  ,  $\vec{B} = (x_2, y_2)$  vektörleri arasındaki açı  $\theta$  ise

$|\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta$  gerçel sayısına  $\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörlerinin iç (skaler) çarpımı denir ve

$\vec{A} \cdot \vec{B}$  ya da  $\langle \vec{A}, \vec{B} \rangle$  biçiminde gösterilir.

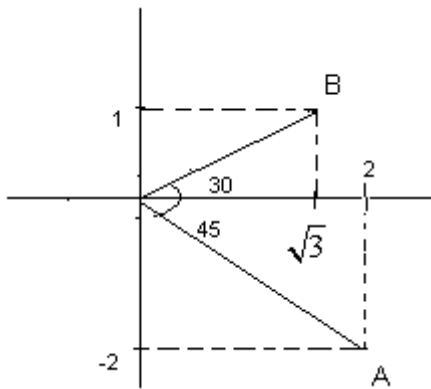
$$\Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta$$

**35.**  $\vec{A} = (2, -2)$  ve  $\vec{B} = (\sqrt{3}, 1)$  vektörleri arasındaki açı kaç derecedir?

A) 90    B) 75    C) 60    D) 45    E) 30

Çözüm 35

I. Yol



$\vec{A} = (2, -2)$  ile x eksenini arasındaki açı = 45

$\vec{B} = (\sqrt{3}, 1)$  ile x eksenini arasındaki açı = 30

$$\text{Toplam} = 45 + 30 = 75$$

## II. Yol

$$\vec{A} = (2, -2)$$

$$\vec{B} = (\sqrt{3}, 1)$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta \text{ olduğuna göre,}$$

$$2 \cdot \sqrt{3} + (-2) \cdot 1 = \sqrt{2^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} \cdot \cos\theta$$

$$2\sqrt{3} - 2 = 2\sqrt{2} \cdot 2 \cdot \cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)} \Rightarrow \theta = 75$$

Not : Vektörlerin skaler (iç) çarpımı

Öklid iç çarpımı denilen bu iç çarpım  $\vec{A} = (x_1, y_1)$ ,  $\vec{B} = (x_2, y_2)$  vektörleri için

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 \text{ biçiminde tanımlanır.}$$

Sonuç bir skaler (sayı) çıktığından bu çarpıma skaler çarpım da denir.

**36.**  $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ y & -2 \end{bmatrix}$  matrisi için  $A^{-1} \cdot A = A^2$  olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

A) -5    B) -4    C) -3    D) -2    E) -1

Çözüm 36

$$A^{-1} \cdot A = I$$

$$A^{-1} \cdot A = A^2 \text{ olduğuna göre,}$$

$$A^2 = I \Rightarrow \begin{bmatrix} x & 2 \\ y & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2 \\ y & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x^2 + 2y & 2x - 4 \\ xy - 2y & 2y + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$2y + 4 = 1 \Rightarrow y = \frac{-3}{2}$$

$$x \cdot y = 2 \cdot \left( \frac{-3}{2} \right) = -3$$

37.  $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 0 & 7 \\ 1 & 3 & a-9 \end{bmatrix}$  matrisinin, ters matrisinin olmaması için a kaç olmalıdır?

- A) 15    B) 14    C) 11    D) 6    E) 5

Çözüm 37

I. Yol

Matrisin, ters matrisinin olmaması için determinantı sıfır olmalıdır.

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 0 & 7 \\ 1 & 3 & a-9 \end{vmatrix} = 0 \text{ olmalıdır.}$$

Saruss yöntemine göre,

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 0 & 7 \\ 1 & 3 & a-9 \end{vmatrix} \begin{matrix} - \\ - \\ + \\ + \\ + \end{matrix} = 0$$

$$[(1.0.(a-9)) + (3.3.5) + (1.3.7) - (3.3.(a-9)) - (1.3.7) - (1.0.5)] = 0$$

$$[45 + 21 - 9a + 81 - 21] = 0$$

$$126 - 9a = 0 \Rightarrow 9a = 126 \Rightarrow a = 14$$

II. Yol

Eğer  $n \times n$  matrisinin iki satırı veya iki sütunu eşit ise, o zaman determinantı  $= 0$  dır.

$$a - 9 = 5 \Rightarrow a = 14$$

Not :

$A$  tersi alınabilen bir matris, yani  $A^{-1}$  ters matrisi varsa,

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I \quad \Rightarrow \quad |A| \cdot |A^{-1}| = |A^{-1}| \cdot |A| = 1 \text{ olduğundan,}$$

$$|A| \neq 0 \text{ ve } |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = |A|^{-1} \text{ dir.}$$

Şu halde, bir matrisin çarpmaya göre tersinin olması için gerek ve yeter koşul determinantının sıfır olmamasıdır. ( $|A| \neq 0$ )

**38.**  $n = 1, 2, 3, \dots$  olmak üzere

ilk  $n$  teriminin toplamı  $S_n = n^2 + 1$  olan bir dizinin 7. terimi kaçtır?

A) 30    B) 24    C) 22    D) 16    E) 13

Çözüm 38

$$a_n = S_n - S_{n-1} \quad \Rightarrow \quad a_n = (n^2 + 1) - ((n-1)^2 + 1) \quad \Rightarrow \quad a_n = 2n - 1$$

$$a_n = 2n - 1 \quad \Rightarrow \quad a_7 = 2 \cdot 7 - 1 = 13$$

**39.**  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \left( 1 + \frac{3}{x} \right)$  değeri kaçtır?

A) 3    B)  $\frac{3}{2}$     C) 0    D) -1    E) -2

### Çözüm 39

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \left( 1 + \frac{3}{x} \right)$$

$x \rightarrow \infty$  için,  $\infty \cdot 0$  belirsizliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \left( 1 + \frac{3}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln \left( 1 + \frac{3}{x} \right)}{\frac{1}{x}} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır.}$$

L'Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{[\ln(1 + \frac{3}{x})]'}{[\frac{1}{x}]'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{(1 + \frac{3}{x})'}{1 + \frac{3}{x}}}{\frac{-1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{-\frac{3}{x^2}}{1 + \frac{3}{x}}}{\frac{-1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{1 + \frac{3}{x}} \Rightarrow \frac{3}{1 + \frac{3}{\infty}} = \frac{3}{1 + 0} = 3$$

Not : L'Hospital Kuralı

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} \text{ limitinde } \frac{0}{0} \text{ veya } \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği varsa, } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ olur.}$$

40.  $f(x) = e^{\tan x}$  olduğuna göre,  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{f(x) - f(\frac{\pi}{4})}{x - \frac{\pi}{4}}$  değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-e^{\frac{3}{2}}$     B)  $\frac{1}{3}e^{-1}$     C)  $-e^{-1}$     D)  $2e$     E)  $3e^2$

Çözüm 40

$$\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{f(x) - f(\frac{\pi}{4})}{x - \frac{\pi}{4}} = f'(\frac{\pi}{4})$$

$$f(x) = e^{\tan x} \text{ olduğuna göre, } f'(x) = (e^{\tan x})' = (1 + \tan^2 x) \cdot e^{\tan x}$$

$$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = (e^{\tan \frac{\pi}{4}})' = (1 + \tan^2 \frac{\pi}{4}) \cdot e^{\tan \frac{\pi}{4}} \Rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = (1 + 1) \cdot e^1 = 2e$$

41. k nin hangi aralıktaki değerleri için

$y = \frac{kx+1}{x+k}$  fonksiyonu daima eksilendir (azalandır)?

A)  $-\infty < k < -2$  B)  $-2 < k < -1$  C)  $-1 < k < 1$  D)  $1 < k < 2$  E)  $0 < k < 2$

Çözüm 41

Fonksiyonun azalan olması için türevinin sıfırdan küçük olması gerekir.

$$y = \frac{kx+1}{x+k} \Rightarrow y' < 0$$

$$y' = \left(\frac{kx+1}{x+k}\right)' = \frac{(kx+1)' \cdot (x+k) - (x+k)' \cdot (kx+1)}{(x+k)^2} = \frac{k \cdot (x+k) - 1 \cdot (kx+1)}{(x+k)^2} = \frac{k^2 - 1}{(x+k)^2}$$

$$y' = \frac{k^2 - 1}{(x+k)^2} < 0 \Rightarrow k^2 - 1 < 0 \Rightarrow k^2 < 1 \Rightarrow -1 < k < 1$$

42. m, n ∈ R olmak üzere,  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + nx$  ile tanımlıdır.

$f$  fonksiyonunun  $x_1 = 2$  ve  $x_2 = 3$  noktalarında yerel ekstremumu olduğuna göre,  $n - m$  farkı kaçtır?

A) -1 B) 4 C)  $\frac{7}{2}$  D)  $\frac{9}{2}$  E)  $\frac{17}{5}$

#### Çözüm 42

Ekstremum noktaları, fonksiyonun türevini sıfır yapan noktalardır.

$$f'(2) = 0 \text{ ve } f'(3) = 0$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + nx \Rightarrow f'(x) = x^2 - 2mx + n$$

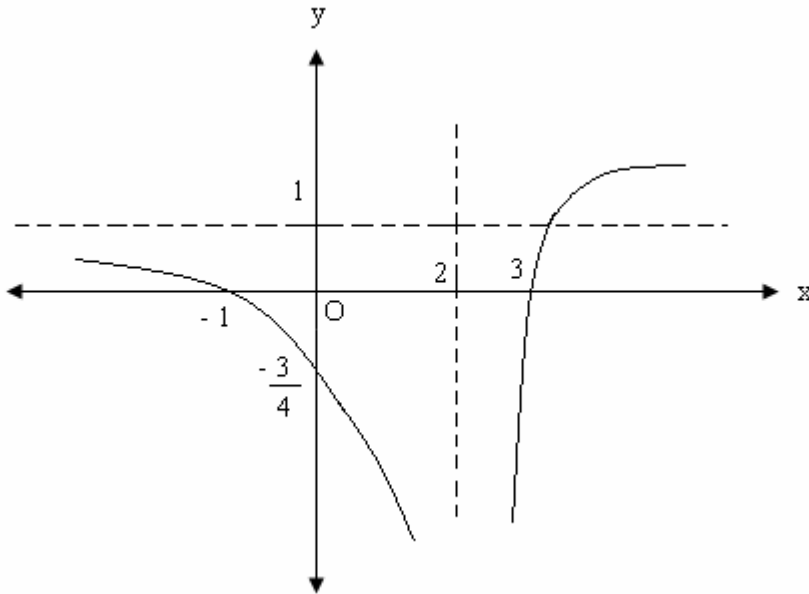
$$f'(2) = 0 \Rightarrow f'(2) = 4 - 4m + n = 0 \Rightarrow 4m - n = 4$$

$$f'(3) = 0 \Rightarrow f'(3) = 9 - 6m + n = 0 \Rightarrow 6m - n = 9$$

$$m = \frac{5}{2} \text{ ve } n = 6 \text{ bulunur.}$$

$$n - m = 6 - \frac{5}{2} = \frac{7}{2} \text{ elde edilir.}$$

43.



Şekildeki grafik aşağıdaki fonksiyonlardan hangisine ait olabilir?

A)  $y = \frac{x^2 + x - 3}{(x-2)^2}$       B)  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-2)^2}$       C)  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{2(x+2)}$

D)  $y = \frac{x^2 - x - 3}{(x+2)^2}$       E)  $y = \frac{x^2 - 3x - 2}{(x-2)^2}$

### Çözüm 43

#### I. Yol

Düşey asimptot  $x = 2$  olduğuna göre ;  $x = 2$  olduğunda paydası sıfır olan seçenekler

A , B ve E

y eksenini kesen nokta  $(0 , \frac{-3}{4})$  bunu sağlayan seçenekler ise A ve B

Denklemin kökleri  $-1$  ve  $3$  olduğuna göre, bunu sağlayan seçenek ise B

Çarpanlara ayırdığımızda  $(x + 1).(x - 3)$  olduğu görülüyor.

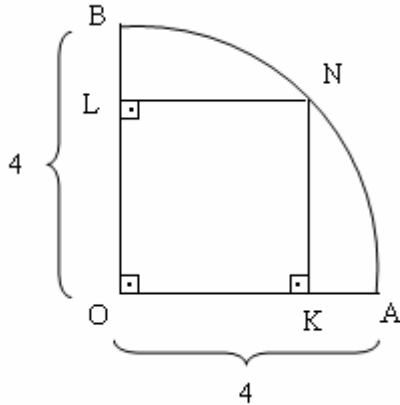
#### II. Yol

Grafikte verilen fonksiyon  $y = \frac{k.(x+1).(x-3)}{(x-2)^2}$  şeklindedir.

$(0 , \frac{-3}{4})$  noktasından geçtiğine göre,  $x = 0$  için  $y = \frac{-3}{4}$  sağlanır ve  $k = 1$  olur.

Bu durumda fonksiyon  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-2)^2}$  dir.

44.

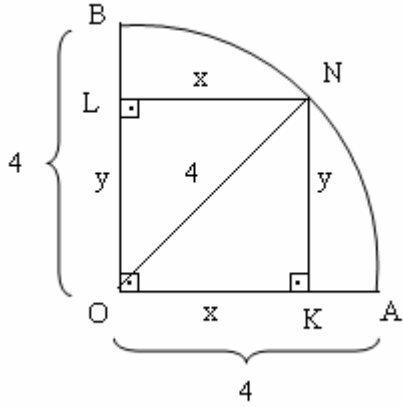


Yukarıdaki şekilde merkezi O, yarıçapı  $|OA| = |OB| = 4$  cm olan dörtte bir çember yayı üzerindeki bir N noktasından yarıçaplara inen dikme ayakları K ve L dir.

Buna göre, OKNL dikdörtgeninin en büyük alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

- A)  $\sqrt{2}$     B)  $\sqrt{3}$     C)  $2\sqrt{3}$     D) 6    E) 8

Çözüm 44



$$|OK| = x$$

$$|OL| = y \text{ olsun.}$$

$$|ON| = 4 \text{ olduğundan,}$$

OKN dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

$$x^2 + y^2 = 4^2 = 16 \Rightarrow y = \sqrt{16 - x^2}$$

$$\text{Alan} = A = x \cdot y = x \cdot \sqrt{16 - x^2}$$

Alanın en büyük olması için türevi sıfır olmalıdır.

$$A' = 1 \cdot \sqrt{16 - x^2} + (\sqrt{16 - x^2})' \cdot x$$

$$A' = \sqrt{16 - x^2} + \frac{-2x}{2\sqrt{16 - x^2}} \cdot x$$

$$A' = \frac{16 - x^2 - x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 16 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{16 - 8} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$A = x \cdot y = 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 4 \cdot 2 = 8 \text{ olur.}$$

45.

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left[ \frac{d}{dt} \left( \int_0^t \cos 3x \, dx \right) \right] dt \text{ değeri kaçtır?}$$

- A)  $\frac{7\sqrt{2}}{6}$     B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     C)  $\frac{1}{2}$     D)  $\frac{1}{3}$     E)  $\frac{1}{4}$

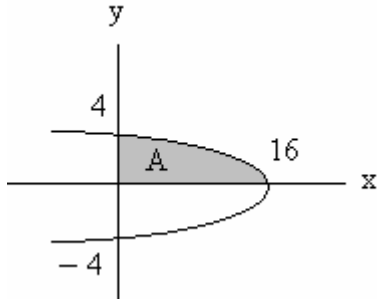
Çözüm 45

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left[ \frac{d}{dt} \left( \int_0^t \cos 3x \, dx \right) \right] dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x \, dx = \frac{1}{3} \sin 3x \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{3} (\sin 3 \cdot \frac{\pi}{6} - \sin 0) = \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{1}{3}$$

46.  $y^2 = 16 - x$  parabolünün koordinat sisteminin 1. bölgesindeki ( $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ) parçası ile  $x = 0$  ve  $y = 0$  doğruları ile sınırlı olan bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A)  $\frac{128}{3}$     B)  $\frac{32}{3}$     C)  $\frac{64}{3}$     D)  $\frac{16}{3}$     E) 16

Çözüm 46



$$y^2 = 16 - x$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ için } y = \pm 4$$

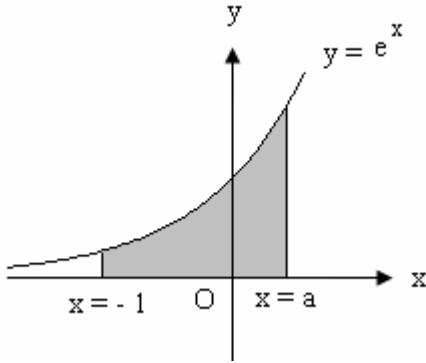
$$\Rightarrow y = 0 \text{ için } x = 16 \text{ olur.}$$

( $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ) parçası ile  $x = 0$  ve  $y = 0$  doğruları ile sınırlı olan bölgenin alanı = A olsun

$$y^2 = 16 - x \Rightarrow x = 16 - y^2$$

$$A = \int_0^4 (16 - y^2) dy = \left( 16y - \frac{y^3}{3} \right) \Big|_0^4 = 64 - \frac{64}{3} = \frac{128}{3}$$

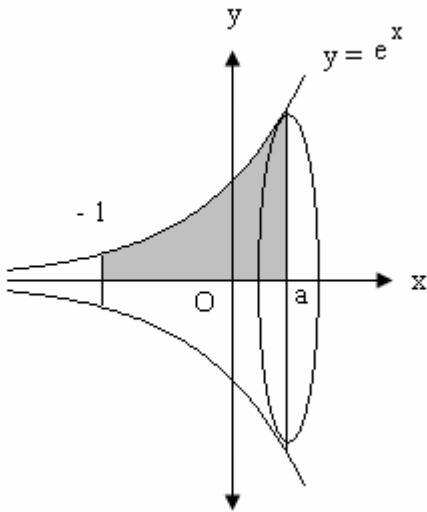
47.



Şekildeki gibi  $y = e^x$  eğrisi ile  $x = -1$ ,  $x = a$  ve  $y = 0$  doğruları ile sınırlı bölgenin  $x$ -ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel cismin hacmi  $\frac{\pi}{2}(e^{10} - e^{-2})$  br<sup>3</sup> olduğuna göre,  $a$  nin değeri kaçtır?

- A) 1    B) 2    C) 4    D) 5    E) 6

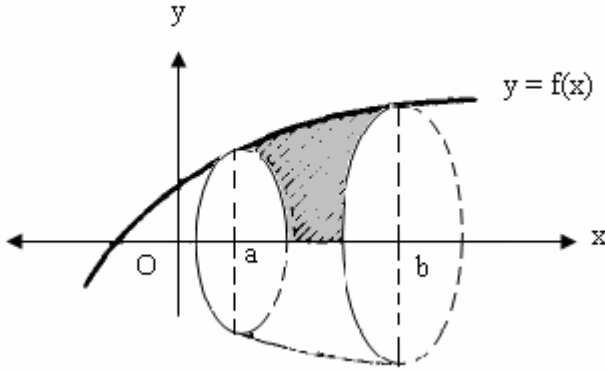
Çözüm 47



Dönel cismin hacmi  $= \frac{\pi}{2}(e^{10} - e^{-2})$  olduğuna göre,

$$\frac{\pi}{2}(e^{10} - e^{-2}) = \pi \int_{-1}^a (e^x)^2 dx = \pi \cdot \frac{1}{2} e^{2x} \Big|_{-1}^a = \frac{\pi}{2}(e^{2a} - e^{-2}) \Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$$

Not : Dönel cisimlerin hacmi (x eksenı etrafında dönme)



$y = f(x)$  eğrisi ile  $x = a$  ,  $x = b$  ,  $y = 0$  doğrularının belirttiğı şekildeki taralı bölgenin x eksenı etrafında  $360^\circ$  döndürölmesi ile oluşacak dönel cismin hacmi,

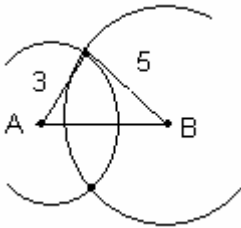
$$H = \pi \cdot \int_a^b y^2 dx \text{ ya da } H = \pi \cdot \int_a^b [f(x)]^2 dx \text{ olur.}$$

**48.**  $2 < |AB| < 8$  olmak üzere,

A noktasından 3 birim, B noktasından 5 birim uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) İki nokta      B) İki çember yayı      C) Bir doğru parçası  
D) Bir doğru      E) Bir çember

Çözüm 48



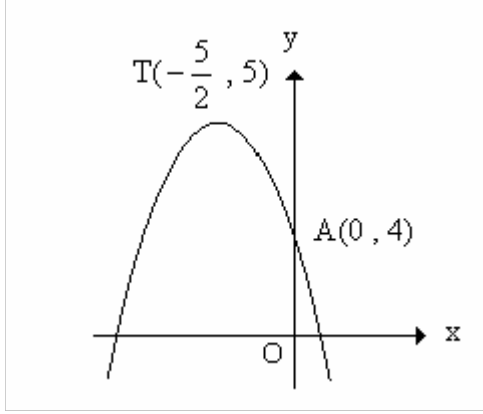
A merkezli 3 yarıçaplı

B merkezli 5 yarıçaplı

Çemberlerin kesim noktalarının geometrik yeri iki nokta belirtir.

Not : Ancak,  $[AB]$  değıştikçe geometrik yer değışeceğinden soru hatalı düzenlenmiştir.

49.



Şekilde grafiği verilen parabolün tepe noktası  $T(-\frac{5}{2}, 5)$

y eksenini kestiği nokta da  $A(0, 4)$  tür.

Bu parabolün denklemi  $y = ax^2 + bx + c$  olduğuna göre, b kaçtır?

- A)  $-\frac{5}{4}$    B)  $-\frac{4}{5}$    C)  $-\frac{3}{2}$    D)  $\frac{1}{2}$    E)  $\frac{5}{3}$

#### Çözüm 49

Parabolün denklemi :  $y = ax^2 + bx + c$  olduğuna göre,

$A(0, 4)$  noktasında  $y$  eksenini kestiğinden,

$$x = 0 \text{ ve } y = 4 \Rightarrow 4 = a.0 + b.0 + c \Rightarrow c = 4 \text{ olur.}$$

Tepe noktası :  $T(-\frac{5}{2}, 5)$  olduğuna göre,

$y = ax^2 + bx + c$  parabolü  $x = -\frac{5}{2}$  doğrusuna göre simetrik olan bir şekildir.

Bunun için, parabolün  $x$  eksenini kestiği noktaların apsisi olan  $x_1$  ile  $x_2$  nin

$$\text{aritmetik ortalaması, } \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-b}{2a} = -\frac{5}{2} \text{ ye eşittir.}$$

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2} \Rightarrow b = 5a$$

ve  $y = ax^2 + bx + 4$  denkleminde,  $T(-\frac{5}{2}, 5)$  noktası denklemi sağlar.

$$\Rightarrow 5 = a.(-\frac{5}{2})^2 + b.(-\frac{5}{2}) + 4 = \frac{25a}{4} - \frac{5b}{2} + 4$$

$\Rightarrow b = 5a$  yerine yazalım.

$$\Rightarrow 1 = \frac{25a}{4} - \frac{5b}{2} \Rightarrow \frac{25a}{4} - \frac{5.5a}{2} = \frac{25a}{4} - \frac{25a}{2} = -\frac{25a}{4} = 1 \Rightarrow a = -\frac{4}{25}$$

$$b = 5.a = 5.(-\frac{4}{25}) = -\frac{4}{5}$$

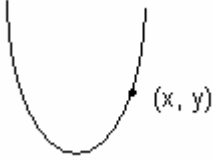
**50.**  $f(x) = x^2 - 7x + 14$  parabolü üzerindeki bir noktanın koordinatları toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) 10    B) 8    C) 6    D) 5    E) 3

### Çözüm 50

$y = f(x) = x^2 - 7x + 14$  parabolü üzerindeki bir nokta :  $(x, y)$  olsun.

$$\begin{aligned}\text{Koordinatları toplamı} &= x + y = x + (x^2 - 7x + 14) \\ &= x^2 - 6x + 14\end{aligned}$$



En küçük değeri için türevi sıfır olmalıdır.

$$(x + y)' = 0 \Rightarrow (x^2 - 6x + 14)' = 0 \Rightarrow 2x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ ve } y = 2 \text{ olur.}$$

$$x + y = 3 + 2 = 5 \text{ bulunur.}$$

**51.** Büyük eksen köşeleri  $A(5, 0)$ ,  $A'(-5, 0)$  olan ve  $D(-4, \frac{12}{5})$  noktasından geçen merkezli (standart) elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{x^2}{25} + y^2 = 1$       B)  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{18} = 1$       C)  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

D)  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{25} = 1$       E)  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{12} = 1$

### Çözüm 51

Elips denklemi :  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  olduğuna göre,  $a = 5$  ise

$$\text{Elips denklemi : } \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$D(-4, \frac{12}{5})$  noktası elipse ait denklemi sağlaması gerekir.

$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  denkleminde,  $x = -4$  ve  $y = \frac{12}{5}$  yazalım.

$$\frac{(-4)^2}{25} + \frac{(\frac{12}{5})^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{16}{25} + \frac{144}{25.b^2} = 1 \Rightarrow 16.b^2 + 144 = 25.b^2 \Rightarrow b^2 = 16$$

O zaman elipsin denklemi :  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  olur.

52. Denklemleri  $2x + 2y - z + 12 = 0$  ve  $4x + 4y - 2z - 10 = 0$  olan iki düzlem arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A)  $\frac{17}{3}$     B)  $\frac{16}{3}$     C)  $\frac{14}{3}$     D)  $\frac{12}{3}$     E)  $\frac{11}{3}$

Çözüm 52

I. Yol

$2x + 2y - z + 12 = 0$  düzlemi üzerinde herhangi bir  $A(0, 0, 12)$  noktasını seçelim.

Bu noktanın diğer düzleme olan uzaklığı :  $l = \frac{|4 \cdot 0 + 4 \cdot 0 - 2 \cdot 12 - 10|}{\sqrt{4^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{|-34|}{\sqrt{36}} = \frac{34}{6} = \frac{17}{3}$

II. Yol

$x, y, z$  li terimlerin katsayılarını inceleyelim.

$$2x + 2y - z + 12 = 0$$

$$4x + 4y - 2z - 10 = 0 \Rightarrow 2 \cdot (2x + 2y - z - 5) = 0 \Rightarrow 2x + 2y - z - 5 = 0$$

$$2x + 2y - z + 12 = 0$$

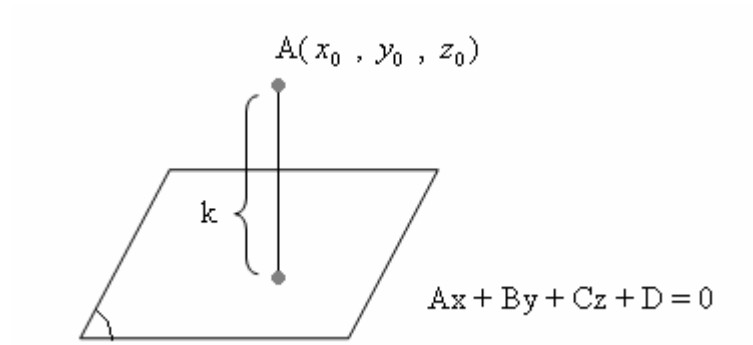
$$2x + 2y - z - 5 = 0$$

$x, y, z$  li terimlerin katsayıları eşit olduğuna göre, bu iki düzlem birbirine paraleldir.

Buna göre,

Bu iki düzlemleri arasındaki uzaklık :  $l = \frac{|12 - (-5)|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{17}{3}$  bulunur.

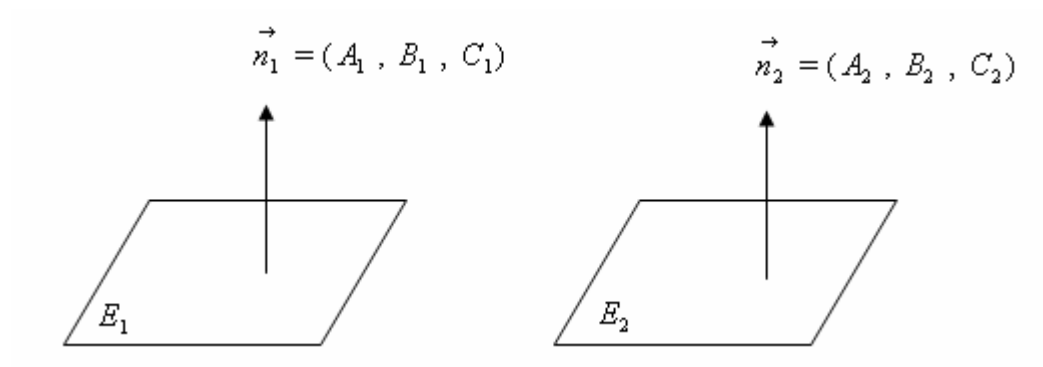
Not : Bir Noktanın Bir Düzleme Olan Uzaklığı



Bir  $A(x_0, y_0, z_0)$  noktasının  $Ax + By + Cz + D = 0$  düzlemine olan uzaklığı :

$$k = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \text{ dir.}$$

Not : İki Düzlemin Paralel Olma Şartı



$$(E_1) \dots A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

$$(E_2) \dots A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

düzleminin paralel olması için gerek ve yeter şart bunların

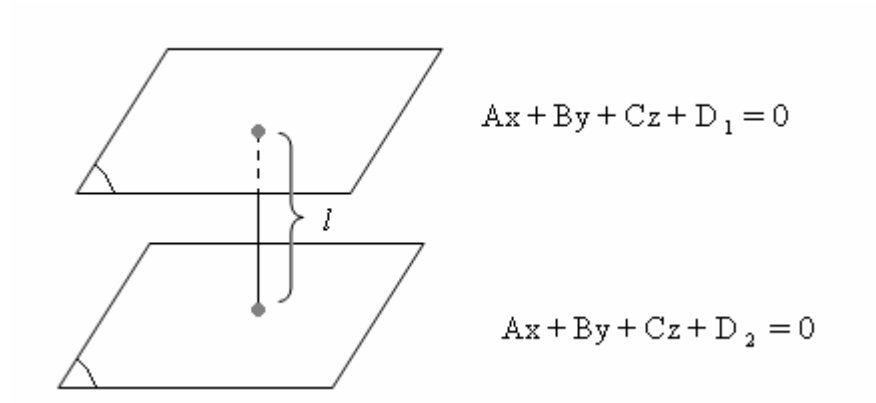
$$\vec{n}_1 = (A_1, B_1, C_1)$$

$$\vec{n}_2 = (A_2, B_2, C_2)$$

normallerinin paralel olmasıdır.

$$\text{Buna göre, } E_1 \parallel E_2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \text{ dir.}$$

Not : Paralel İki Düzlem Arasındaki Uzaklık



düzlemleri paralel iki düzlemdir.

Bu iki düzlem arasındaki uzaklığı bulmak için aşağıdaki yollardan biri izlenir.

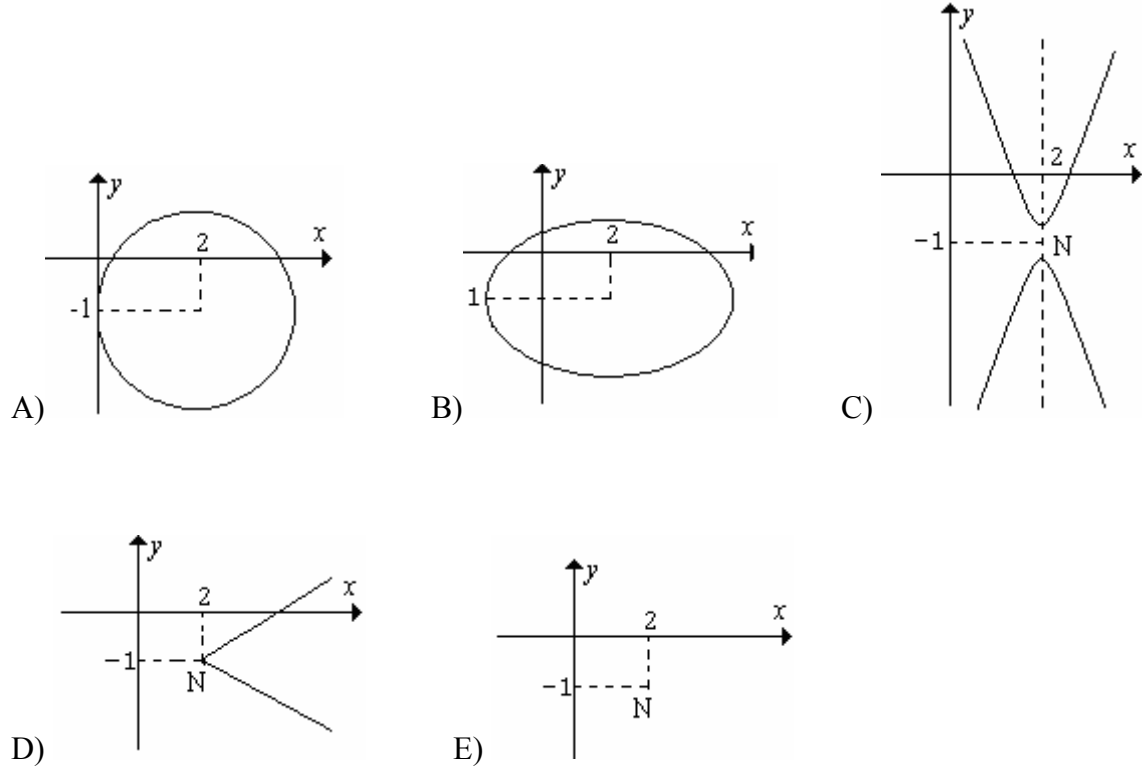
I. Yol

Düzlemlerden biri üzerinde herhangi bir nokta seçilir ve bu noktanın diğer düzleme olan uzaklığı bulunur.

II. Yol

$l = \frac{|D_1 - D_2|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$  formülü ile bulunur.

53.  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5 = 0$  denkleminin grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



Çözüm 53

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 + 1 = 0$$

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 0$$

Merkezi :  $(2, -1)$  ve yarıçapı  $= 0$  olan çember, nokta belirtir.

Adnan ÇAPRAZ

[adnancapraz@yahoo.com](mailto:adnancapraz@yahoo.com)

AMASYA