

Öğrenci Yerleştirme Sınavı (Öys) / 25 Haziran 1995

Matematik Soruları Ve Çözümleri

1. $a \neq b \neq c \neq d$ ve a, b, c, d tek sayılar olmak üzere, abcd dört basamaklı en büyük sayıdır.

Bu sayı aşağıdakilerden hangisine kalansız bölünebilir?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 11 E) 13

Çözüm 1

a, b, c, d rakamları birbirinden farklı, tek sayı ve abcd sayısı en büyük olacağından

$a = 9, b = 7, c = 5$ ve $d = 3$ alınırsa 9753 sayısı,

$$9 + 7 + 5 + 3 = 24 = 3.8$$

\Rightarrow rakamlar toplamı 3'ün katı olduğundan 9753 sayısı 3 ile kalansız bölünür.

2. Maliyeti a lira olan bir gömlek % 30 karla $(3a - 510\,000)$ liraya satılmıştır.

Bu gömleğin maliyeti kaç liradır?

- A) 210 000 B) 240 000 C) 250 000 D) 300 000 E) 340 000

Çözüm 2

$$a + \frac{30a}{100} = 3a - 510000 \Rightarrow a = 300000$$

3. Belirli bir iş için kullanılan makine her gün belli bir süre çalıştırılarak bu iş 30 günde bitiyor.

Makinenin günlük çalışma süresi $\frac{1}{3}$ ü kadar kısaltılırsa, aynı iş kaç günde bitirilir?

- A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

Çözüm 3

Makinenin her gün çalışma süresi = $3t$ olsun.

Makinenin çalışma hızı $\frac{1}{3}$ oranında azaltılırsa çalışma süresi $2t$ olur.

Ters orantı yoluyla

3t süreyle	30 gün
2t süreyle	x gün
<hr/>	
$3t.30 = 2t.x \Rightarrow x = 45 \text{ gün}$	

4. Ardışık 15 pozitif tamsayının toplamı 2085 olduğuna göre, bu sayıların en küçüğü kaçtır?

A) 127 B) 129 C) 130 D) 132 E) 138

Çözüm 4

Toplam 15 sayı olduğundan : $\frac{2085}{15} = 139 \Rightarrow$ ortanca sayı elde edilir.

Ortanca sayı da 8. sayıdır.

Sayılar ardışık olduğundan birer birer geri gelinirse en küçük sayı $139 - 7 = 132$ olur.

5. $a, b \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

a sayısı 7 ile bölündüğünde bölüm $2b - 3$, kalan 2 dir.

a sayısı 5 ile bölündüğünde bölüm 15, kalan $b - 3$ olduğuna göre, a sayısı kaçtır?

A) 67 B) 72 C) 73 D) 76 E) 79

Çözüm 5

$$\begin{array}{r} a \overline{) 7} \\ \underline{ 2b - 3} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a \overline{) 5} \\ \underline{ 15} \\ b - 3 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 7.(2b - 3) + 2 \\ a = 5.15 + (b - 3) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 7.(2b - 3) + 2 = 5.15 + (b - 3) \Rightarrow b = 7 \Rightarrow a = 79 \text{ olur.} \end{array}$$

6. $a < b$ olmak üzere üç basamaklı $2ab$ sayısı 6 ile tam bölünebildiğine göre, a yerine yazılabilecek sayıların toplamı kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

Çözüm 6

$2ab$ sayısı 6 ile tam bölündüğüne göre hem 3 ile hem de 2 ile tam bölünür.

2 ile bölünebilme kuralına göre $b = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ değerlerini alır.

3 ile bölünebilme kuralına göre rakamlar toplamı 3'ün katı olmalıdır.

$b = 0 \Rightarrow 2a0 \Rightarrow a = 1, 4, 7$ olabilir ama $a < b$ olmalı

$b = 2 \Rightarrow 2a2 \Rightarrow a = 2, 5, 8$ olabilir ama $a < b$ olmalı

$b = 4 \Rightarrow 2a4 \Rightarrow a = 0, 3, 6, 9$ olabilir ama $a < b \Rightarrow 0$ ve 3 olur.

$b = 6 \Rightarrow 2a6 \Rightarrow a = 1, 4, 7$ olabilir ama $a < b \Rightarrow 1$ ve 4 olur.

$b = 8 \Rightarrow 2a8 \Rightarrow a = 2, 5, 8$ olabilir ama $a < b \Rightarrow 2$ ve 5 olur.

$a = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ değerlerini alır, toplam $= 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ olur.

7. $(1995)^{1995}$ in 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm 7

$1995 \equiv 6 \pmod{9}$ (1995 in 9 ile bölümünden kalan : 6)

$6^1 \equiv 6 \pmod{9}$

$6^2 \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow 1995^{1995} \equiv 6^{1995} \pmod{9} \equiv 0 \pmod{9}$

8. $\frac{a}{b} = \frac{d}{c} = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, $\frac{b+c}{a+d}$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm 8

Verilen orandan $a = 1.x$ ve $b = 2.x$

$$d = 1.y \text{ ve } c = 2.y \text{ alınırsa } \frac{b+c}{a+d} = \frac{2x+2y}{x+y} = 2 \text{ elde edilir.}$$

9. a, b, c birbirinden farklı pozitif tamsayılar ve

$$\frac{a}{b} + 1 = c, a + b = 8 \text{ olduğuna göre, } b \text{ nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?}$$

A) 2 B) 3 C) 7 D) 11 E) 15

Çözüm 9

$$\frac{a}{b} + 1 = c \Rightarrow \frac{a+b}{b} = b.c \Rightarrow \frac{8}{b} = b.c$$

$b, 8$ in tam bölenleri olacağına göre, $b = \{1, 2, 4, 8\}$ olabilir.

$$b = 1 \text{ için } a + 1 = 8 \Rightarrow a = 7 \Rightarrow c = 8$$

$$b = 2 \text{ için } a + 2 = 8 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow c = 4$$

$$b = 4 \text{ için } a + 4 = 8 \Rightarrow a = 4 \quad (a = b = 4, a \text{ ve } b \text{ birbirinden farklı olmadığından})$$

$$b = 8 \text{ için } a + 8 = 8 \Rightarrow a = 0 \quad (a, \text{ pozitif tamsayı değil})$$

$$\frac{a}{b} \text{ pozitif tamsayı olduğuna göre, } (a > b) \Rightarrow b = \{1, 2\} \text{ olur.}$$

Buna göre, b nin alabileceği değerler toplamı $= 2 + 1 = 3$ bulunur.

10. Bir kitaplıktaki İngilizce kitapların sayısının Türkçe kitapların sayısına oranı $\frac{5}{11}$ dir.

İngilizce kitapların sayısı 400 den fazla olduğuna göre bu kitaplıkta en az kaç kitap vardır?

A) 1094 B) 1195 C) 1204 D) 1296 E) 1397

Çözüm 10

$$\frac{I}{T} = \frac{5}{11} = \frac{5 \cdot x}{11 \cdot x} \text{ ise,}$$

İngilizce kitaplarının sayısı 400 den fazla olduğuna göre, $x = 81$ için

$$I + T = 5x + 11x = 16x = 16 \cdot 81 = 1296$$

11.



Saatteki hızları $3v$ ve $2v$ olan iki araç K noktasından aynı anda L noktasına doğru harekete başlamıştır.

Hızı fazla olan araç öbüründen üç saat önce L noktasına vardığına göre, hızı az olan araç L noktasına kaç saatte gitmiştir?

- A) 15 B) 14 C) 11 D) 10 E) 9

Çözüm 11

Hızı $2v$ olan araç yolu t sürede tamamlasın.

Hızı $3v$ olan araç yolu $t - 3$ sürede tamamlar.

Alınan yollar eşit olduğuna göre,

$$|KL| = 3v \cdot (t - 3) = 2v \cdot t \Rightarrow 3t - 9 = 2t \Rightarrow t = 9$$


12. $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$ ve $\sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$ sayısının aritmetik ortalaması kaçtır?

- A) 6 B) 12 C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) $6 + \sqrt{6}$

Çözüm 12

$$\frac{\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} + \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}}{2} = \frac{\sqrt{5} - 1 + \sqrt{5} + 1}{2} = \sqrt{5}$$

Not :

$$a \pm 2\sqrt{b} \text{ ifadesinde}$$

$$\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ x & y \end{matrix}$$

$$a = x + y$$

$$b = x.y$$

olacak biçimde $x, y \in \mathbb{R}^+$ varsa ; $x > y$ olmak üzere $a \pm 2\sqrt{b} = (\sqrt{x} \pm \sqrt{y})^2$ dir.

Buna göre,

$$\sqrt{a+2\sqrt{b}} = \sqrt{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

$$\sqrt{a-2\sqrt{b}} = \sqrt{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2} = \sqrt{x} - \sqrt{y} \text{ olur.}$$

13. Gerçel sayılar kümesi üzerinde her a ve b için değişme özelliği olan

$a \Delta b = a.b - 3(b \Delta a)$ işlemi tanımlanmıştır.

Buna göre, $5 \Delta (-1)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{6}{5}$ B) $-\frac{5}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) 5 E) 7

Çözüm 13

İşlemin değişme özelliği olduğundan, $a \Delta b = b \Delta a$ olur. Dolayısıyla

$$a \Delta b = a.b - 3(a \Delta b) \Rightarrow 4(a \Delta b) = a.b \Rightarrow a \Delta b = \frac{a.b}{4} \text{ olur.}$$

$$a \Delta b = \frac{a.b}{4} \Rightarrow 5 \Delta (-1) = \frac{5.(-1)}{4} = -\frac{5}{4}$$

14. $A \subset \mathbb{R}$ ve $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-5}}{1 - \operatorname{sgn}(x^2 - 9x + 14)} \text{ fonksiyonun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?}$$

A) [1 , 5] B) [1 , 6] C) [2 , 7] D) [3 , 8] E) (3 , 8)

Çözüm 14

Fonksiyonu tanımsız yapan ifade paydayı sıfır yapan ifadedir.

$$\text{sgn}(x^2 - 9x + 14) - 1 = 0 \Rightarrow \text{sgn}(x^2 - 9x + 14) = 1 \text{ olması için ,}$$

$$x^2 - 9x + 14 > 0 \text{ olması gerekir.}$$

$$x^2 - 9x + 14 > 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 7) > 0$$

x	$-\infty$	2	7	$+\infty$
$x - 2$	-----	++++++	++++++	++++++
$x - 7$	-----	-----	++++++	++++++
$(x - 2)(x - 7)$	++++++	-----	++++++	++++++

$(-\infty, 2) \cup (7, +\infty)$ aralığında, $\text{sgn}(x^2 - 9x + 14)$ değeri 1 olduğuna göre,

$f(x)$ fonksiyonun çözüm kümesi de $[2, 7]$ kümesidir.

15. $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = \frac{2x-1}{x+5}$ ve $(g^{-1} \circ f)(x) = -16$ olduğuna göre x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

Çözüm 15

I. Yol

$$g(x) = \frac{2x-1}{x+5} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{-5x-1}{x-2}$$

$$(g^{-1} \circ f)(x) = \left(\frac{-5x-1}{x-2} \right) \circ (2x+1) = -16$$

$$\frac{-5(2x+1)-1}{(2x+1)-2} = \frac{-10x-6}{2x-1} = -16$$

$$x = 1$$

II. Yol

$$(g^{-1}of)(x) = -16 \Rightarrow go(g^{-1}of)(x) = g(-16) \Rightarrow f(x) = g(-16)$$

$$g(x) = \frac{2x-1}{x+5} \Rightarrow g(-16) = \frac{2(-16)-1}{(-16)+5} = \frac{33}{11} = 3$$

$$f(x) = g(-16) \Rightarrow 2x+1 = 3 \Rightarrow x = 1 \text{ bulunur.}$$

Not : Ters Fonksiyon

$$f : \mathbb{R} - \left\{-\frac{d}{c}\right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{-\frac{a}{c}\right\}$$

$$y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ fonksiyonunun ter fonksiyonu,}$$

$$f^{-1} : \mathbb{R} - \left\{-\frac{a}{c}\right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{-\frac{d}{c}\right\} \Rightarrow y = f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-d}$$

16. $x^2 - 5x + p = 0$ denkleminin kökleri, aynı zamanda $x^3 + qx + 30 = 0$ denkleminin de kökleridir.

Buna göre, $p + q$ nun değeri kaçtır?

- A) - 18 B) - 16 C) - 15 D) - 14 E) - 13

Çözüm 16

I. Yol

$x^2 - 5x + p = 0$ denkleminin kökleri, x_1 ve x_2 olsun.

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$x_1 \cdot x_2 = p$$

$x^3 + qx + 30 = 0$ denkleminin kökleri; x_1 , x_2 ve x_3 olsun.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -30$$

ortak ifadeler kullanılırsa,

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0 \Rightarrow 5 + x_3 = 0 \Rightarrow x_3 = -5$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -30 \Rightarrow p \cdot (-5) = -30 \Rightarrow p = 6$$

$$x_3 = -5 \Rightarrow x^3 + qx + 30 = 0 \text{ denklemini sağlar.}$$

$$(-5)^3 + q(-5) + 30 = 0 \Rightarrow q = -19$$

Buna göre, $p + q = 6 + (-19) = -13$ bulunur.

II. Yol

$x^2 - 5x + p = 0$ denkleminin kökleri $x^3 + qx + 30 = 0$ denkleminin de kökleri olduğundan,
 $x^3 + qx + 30 = 0$ denkleminin çarpanlarından biri $x^2 - 5x + p = 0$, diğeri de polinom derecesinden $x + a$ dır.

$$x^3 + qx + 30 = (x^2 - 5x + p).(x + a) \Rightarrow \text{Polinomların eşitliğinden}$$

$$x^3 + qx + 30 = x^3 + ax^2 - 5x^2 - 5ax + px + pa$$

$$x^3 + qx + 30 = x^3 + (a - 5)x^2 + (p - 5a)x + pa$$

$$\Rightarrow a - 5 = 0 \Rightarrow a = 5$$

$$\Rightarrow pa = 30 \Rightarrow p.5 = 30 \Rightarrow p = 6$$

$$\Rightarrow p - 5a = q \Rightarrow 6 - 5.5 = q = -19$$

$a = 5$, $p = 6$ ve $q = -19$ olur.

Buna göre, $p + q = -13$ bulunur.

Not : İkinci Derece Denkleminin Kökleri ile Katsayıları Arasındaki Bağlılıklar

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise

$$\text{kökler toplamı : } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{kökler çarpımı : } x_1.x_2 = \frac{c}{a}$$

Not : Üçüncü Dereceden Bir Denklemin Kökleri ile Katsayıları Arasındaki Bağlılıklar

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ denkleminin kökleri x_1 , x_2 ve x_3 ise

$$\text{kökler toplamı : } x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{kökler çarpımı : } x_1.x_2.x_3 = -\frac{d}{a}$$

$$\text{ve } x_1.x_2 + x_1.x_3 + x_2.x_3 = \frac{c}{a}$$

17. $(p + 6)x^2 + 17(p + 1)x + 5(p - 2) = 2$ denkleminin gerçel kökleri x_1, x_2 dir.

$$x_1 < 0 < x_2$$

$$|x_1| > x_2$$

olması için p nin alabileceği değerler gerçel kökleri hangisidir?

A) $(-6, -1)$ B) $(-1, 3)$ C) $(0, 3)$ D) $(-1, 2)$ E) $(-\infty, -6)$

Çözüm 17

$$x_1 < 0 < x_2 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 < 0 \Rightarrow \frac{5p-12}{p+6} < 0$$

Eşitsizliğin çözüm kümesi : $(-6, \frac{12}{5})$

$$|x_1| > x_2 \Rightarrow x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow -\frac{17(p+1)}{p+6} < 0$$

Eşitsizliğin çözüm kümesi : $(-\infty, -6) \cup (-1, +\infty)$

ifadelerinden p'nin alabileceği değerler $(-1, 2)$ aralığındadır.

18. $\frac{4\log_3 x}{\log_3 9} = \log_3 \frac{27}{x}$ denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 9

Çözüm 18

$$\frac{4\log_3 x}{\log_3 3^2} = \log_3 \frac{3^3}{x}$$

$$\frac{4\log_3 x}{2\log_3 3} = \log_3 3^3 - \log_3 x$$

$$\frac{4\log_3 x}{2} = 3\log_3 3 - \log_3 x$$

$$\log_3 x = 1 \Rightarrow x = 3^1 \Rightarrow x = 3$$

19. $\log a = \bar{2},1931$ olduğuna göre, $\log \sqrt[3]{a}$ nın değeri kaçtır?

- A) $\bar{1},3977$ B) $\bar{1},7313$ C) $\bar{2},6440$ D) $\bar{2},7313$ E) $\bar{3},6440$

Çözüm 19

$$\log a = \bar{2},1931 \Rightarrow \log a = -2 + 0,1931$$

$$\log \sqrt[3]{a} = \log a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log a$$

$$\frac{1}{3}(-2 + 0,1931) = \frac{1}{3}(-1,8069) = -0,6023$$

$$-1 + 1 - 0,6023 = -1 + 0,3977 = \bar{1},3977$$

Not : Bir sayının logaritmasının tam kısmı (karakteristiği) ve ondalık kısmı (mantisi) k tamsayı, $0 \leq m < 1$ olmak üzere, her a pozitif gerçel sayısı için $\log_{10} a = k + m$ olacak biçimde k ve m sayıları vardır.

k tamsayısına a 'nın logaritmasının tam kısmı (karakteristiği),
 m sayısına da a 'nın logaritmasının ondalık kısmı (mantisi) denir.

Not : Bir sayının logaritmasının karakteristiği negatif ise karakteristiğin üzerine (-) işareti konularak gösterilir.

20. $\cos\left(2\arccot \frac{1}{2}\right)$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

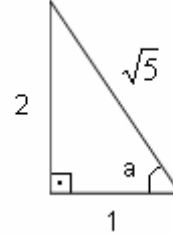
Çözüm 20

$$\cos\left(2\arccot\cot\frac{1}{2}\right)$$

$$\arccot\cot\frac{1}{2} = a \text{ olsun. } \Rightarrow \cos 2a = ?$$

$$\cot a = \frac{1}{2} \text{ olduğuna göre,}$$

$$\cos a = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cos 2a = 2\cos^2 a - 1 = -\frac{3}{5}$$



21. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$$\cot x + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = 2 \text{ olduğuna göre } x \text{ açısı aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{8}$

Çözüm 21

$$\frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = 2 \text{ payda eşitlenirse,}$$

$$\frac{\cos^2 x + \sin^2 x + \cos x}{\sin x(1 + \cos x)} = 2 \Rightarrow \frac{1 + \cos x}{\sin x(1 + \cos x)} = 2 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

22. $i = \sqrt{-1}$ ve n pozitif tamsayı olmak üzere

$$\frac{i^{8n-1} + i^{4n}}{i^{4n-1}} \text{ ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) i B) $i + 1$ C) $i - 1$ D) 1 E) 2

Çözüm 22

$$i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\frac{i^{8n-1} + i^{4n}}{i^{4n-1}} \Rightarrow \frac{(i^8)^n \cdot i^{-1} + (i^4)^n}{(i^4)^n \cdot i^{-1}} = \frac{\frac{1}{i} + 1}{\frac{1}{i}} = 1 + i$$

23. $z = x + iy$ ve $|z| = |z - 2|$ olduğuna göre,
z nin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Gerçel eksene dik bir doğru
- B) Sanal eksene dik bir doğru
- C) 2 birim çaplı bir çember
- D) Bir elips
- C) Bir parabol

Çözüm 23

$$z = x + iy \text{ ve } |z| = |z - 2|$$

$$|x + iy| = |x + iy - 2|$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$$

$$x^2 + y^2 = (x-2)^2 + y^2 \Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1 \text{ doğrusu elde edilir.}$$

Bu doğru da x eksenine (gerçel eksen) dik bir doğrudur.

24. 8 kişilik bir gruptan 5 kişilik kaç değişik takım kurulabilir?

- A) 336 B) 224 C) 168 D) 112 E) 56

Çözüm 24

$$C(8,5) = C(8,3) \Rightarrow \binom{8}{5} = \binom{8}{3}$$

$$\binom{8}{5} = \frac{8!}{(8-5)! \cdot 5!} = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 8 \cdot 7 = 56$$

25. Bir torbada 6 beyaz, 4 siyah bilye vardır.

Bu torbada rasgele çekilen 3 bilyeden birinin beyaz, diğer ikisinin siyah olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{3}{19}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{5}{14}$ E) $\frac{5}{13}$

Çözüm 25

$$\frac{C(6,1) \cdot C(4,2)}{C(10,3)} = \frac{\binom{6}{1} \binom{4}{2}}{\binom{10}{3}} = \frac{6 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2}}{\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2}} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

26. Bir dikdörtgenin bir kenarı % 25 uzatıldığında,

alanın değişmemesi için diğer kenarı yüzde kaç kısaltılmalıdır?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

Çözüm 26

Alan = a.b olsun.

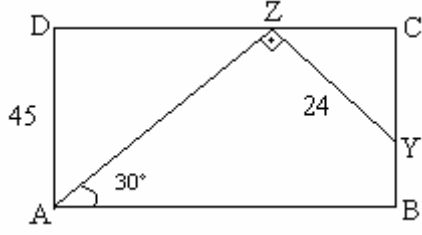
a kenarı % 25 uzatıldığına göre : $a + \frac{a}{4} = \frac{5a}{4}$ olur.

Alanın değişmemesi için : $a.b = \frac{5a}{4} \cdot x \Rightarrow x = \frac{4b}{5}$ olması gerekir.

Başlangıçta b iken sonra $\frac{4b}{5}$ olduğuna göre,

$$b - \frac{4b}{5} = \frac{b}{5} = \frac{20.b}{100} \Rightarrow \% 20 \text{ kısaltılmalıdır.}$$

27.



ABCD bir dikdörtgen

$[AZ] \perp [ZY]$

$m(\angle ZAB) = 30^\circ$

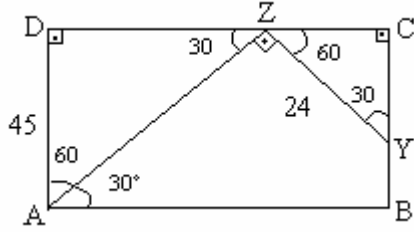
$|AD| = 45$ birim

$|ZY| = 24$ birim

Yukarıdaki verilere göre $|AB|$ kaç birimdir?

- A) $12\sqrt{3} + 45$ B) $12 + 45\sqrt{3}$ C) $15\sqrt{3} + 45$ D) $15 + 45\sqrt{3}$ E) 75

Çözüm 27



$m(\angle ZAB) = 30^\circ$ olduğuna göre,

ADZ dik üçgeninde, $m(\angle DAZ) = 60$ ve $m(\angle DZA) = 30$

YZC dik üçgeninde, $m(\angle YZC) = 60$ ve $m(\angle ZYC) = 30$

Buna göre,

ADZ dik üçgeninde, $|DZ| = 45\sqrt{3}$

YZC dik üçgeninde, $|CZ| = 12$

$|AB| = |DC| = |DZ| + |CZ| = 45\sqrt{3} + 12$ bulunur.

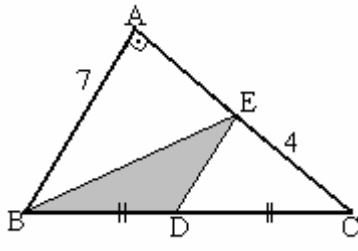
Not : Dik üçgen özellikleri

Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşittir.

28.



$$m(\angle BAC) = 90^\circ$$

$$|AB| = 7 \text{ cm}$$

$$|EC| = 4 \text{ cm}$$

$$|BD| = |DC|$$

Şekilde verilenlere göre, EBD üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

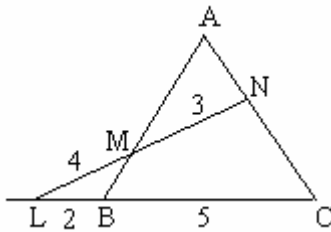
- A) 3 B) 4 C) 7 D) 9 E) 11

Çözüm 28

$$\text{Alan}(\triangle BCE) = \frac{4 \cdot 7}{2} = \frac{28}{2} = 14 \Rightarrow \text{Alan}(\triangle EBD) = \frac{1}{2} \cdot \text{Alan}(\triangle BCE) = \frac{1}{2} \cdot 14 = 7$$

Not : Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanları oranı , tabanları oranına eşittir.

29.



L , M , N doğrusal

L , B , C doğrusal

$$|LB| = 2 \text{ birim}$$

$$|BC| = 5 \text{ birim}$$

$$|LM| = 4 \text{ birim}$$

$$|MN| = 3 \text{ birim}$$

Şekildeki verilere göre $\frac{|NA|}{|NC|}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{15}{7}$ C) $\frac{17}{6}$ D) $\frac{15}{4}$ E) $\frac{21}{4}$

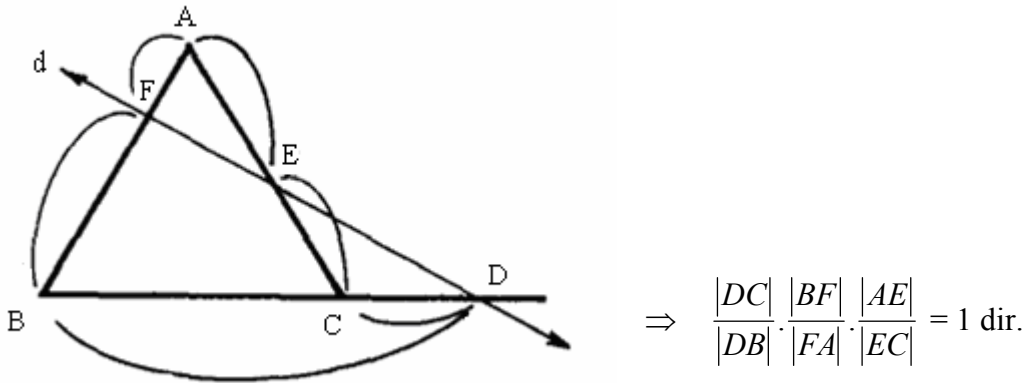
Çözüm 29

(ABC) üçgeninde, Menalaüs Teoremine göre,

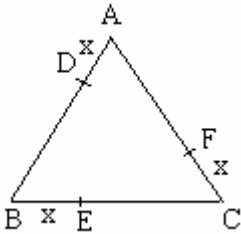
$$\frac{|AN|}{|AC|} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{3} = 1 \Rightarrow \frac{|AN|}{|AC|} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{|NA|}{|NC|} = \frac{3}{7}$$

Not : Menalaüs Teoremi

Bir d doğrusu, ABC üçgeninin iki kenarını ve üçüncü kenarın uzantısını şekildeki gibi D , E , F noktalarında kesiyorsa



30.



Şekildeki ABC eşkenar üçgeninin kenarları üzerinde,

$|AD| = |BE| = |CF| = x$ olacak şekilde D , E , F noktaları alınıyor.

$Alan(DEF) = \frac{1}{2} Alan(ABC)$ ve $|BC| = 6$ cm olduğuna göre, x kaç cm olabilir?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $3 + \sqrt{3}$ E) 5

Çözüm 30

$$Alan(DEF) = \frac{1}{2} Alan(ABC) \text{ olduğuna göre,}$$

$$Alan(DEF) = 3s \text{ olsun.}$$

$$Alan(ABC) = 6s$$

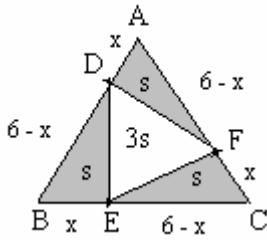
$$|AD| = |BE| = |CF| = x \text{ ve } |BC| = 6 \text{ olduğuna göre,}$$

$$|BD| = |AF| = |CE| = 6 - x$$

$$s(A) = s(B) = s(C) = 60$$

İki kenar uzunluğu ve bu kenarlar arasındaki açı : ADF , CEF , BDE üçgenlerinde eşit olduğundan, Alan (ADF) = Alan (BDE) = Alan (CEF) olur.

$$Alan (ADF) = Alan (BDE) = Alan (CEF) = s \text{ olur.}$$



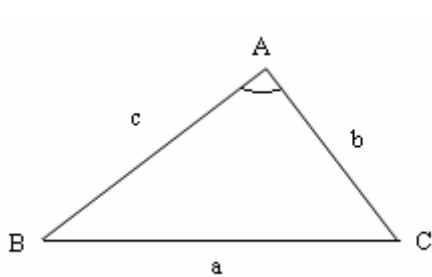
$$Alan(ABC) = \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} = 6s \Rightarrow s = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$Alan (ADF) = Alan (BDE) = Alan (CEF) = s = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

İki kenar uzunluğu ve bu kenarlar arasındaki açısı bilinen üçgenin alanına göre,

$$s = \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot (6 - x) \cdot \sin 60 \Rightarrow x^2 - 6x + 6 = 0 \Rightarrow x = 3 \pm \sqrt{3} \Rightarrow x = 3 + \sqrt{3}$$

Not : İki kenarı ve aradaki açısı verilen üçgenin alanı

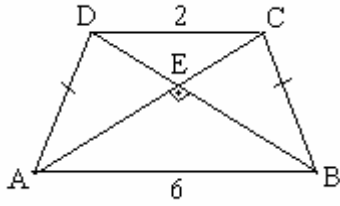


$$Alan (ABC) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(A)$$

$$Alan (ABC) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin(B)$$

$$Alan (ABC) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(C)$$

31.



ABCD bir ikizkenar yamuk

$$m(\angle AEB) = 90^\circ$$

$$|AB| = 6 \text{ cm}$$

$$|CD| = 2 \text{ cm}$$

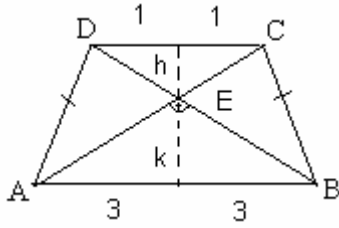
$$|AD| = |BC|$$

Şekildeki verilere göre, ABCD ikizkenar yamuğunun alanı kaç cm^2 dir.

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

Çözüm 31

ABCD bir ikizkenar yamuk ve köşegenleri dik kesiştiğine göre,



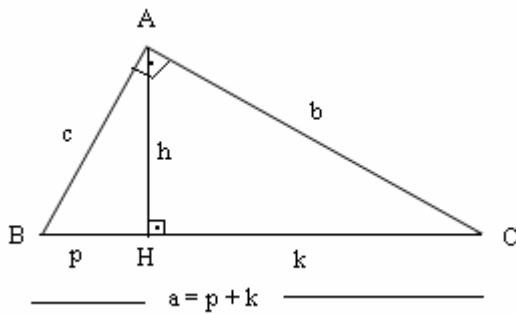
$$(\triangle DEC) \text{ üçgeninde öklid uygulanırsa, } h^2 = 1 \cdot 1 = 1 \Rightarrow h = 1$$

$$(\triangle AEB) \text{ üçgeninde öklid uygulanırsa, } k^2 = 3 \cdot 3 = 9 \Rightarrow k = 3$$

$$(\text{ABCD}) \text{ yamuğunun yüksekliği} = h + k = 1 + 3 = 4$$

$$\text{alan}(\text{ABCD}) = \frac{(6 + 2) \cdot 4}{2} = 16$$

Not : Öklid bağıntıları



$$\text{I) } h^2 = p \cdot k$$

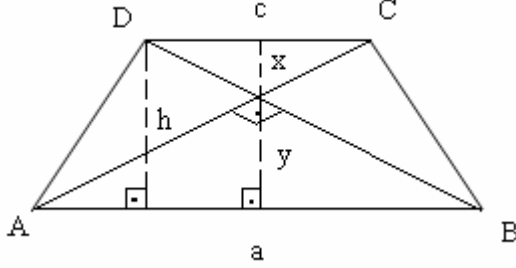
$$\text{II) } c^2 = p \cdot a$$

$$b^2 = k \cdot a$$

$$\text{III) } \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

Not : İkizkenar Yamuk

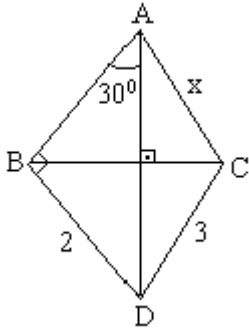
Köşegenleri dik kesişirse,



$$x = \frac{c}{2} \text{ ve } y = \frac{a}{2} \text{ olup } h = x + y = \frac{c}{2} + \frac{a}{2} = \frac{a+c}{2} \text{ olur.}$$

Not : İkizkenar dik üçgende hipotenüse ait yükseklik, aynı zamanda açıortay ve kenarortaydır.

32.



$$m(\angle ABC) = 90^\circ$$

$$m(\angle AED) = 90^\circ$$

$$m(\angle BAE) = 30^\circ$$

$$|BD| = 2 \text{ cm}$$

$$|CD| = 3 \text{ cm}$$

$$|AD| = x$$

Şekildeki verilere göre, $|AD| = x$ kaç cm dir?

- A) $\sqrt{10}$ B) $\sqrt{11}$ C) $\sqrt{13}$ D) $\sqrt{15}$ E) $\sqrt{17}$

Çözüm 32

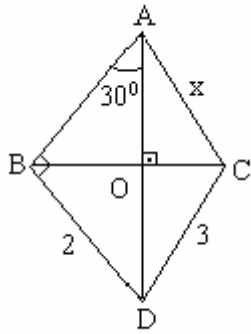
I. Yol

(ABD) üçgeni, $30 - 60 - 90$ dik üçgen olduğuna göre,

$$|BD| = 2 \Rightarrow |AB| = 2\sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

Dörtgenlerin özelliğinden,

Köşegenler dik olan dörtgenin, karşılıklı kenarların kareleri toplamı birbirine eşit olacağından,



$$|BO|^2 + |DO|^2 = 2^2 = 4$$

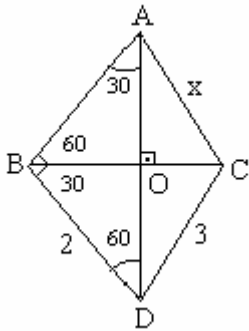
$$|CO|^2 + |AO|^2 = x^2$$

$$|DO|^2 + |CO|^2 = 3^2 = 9$$

$$|AO|^2 + |BO|^2 = |AB|^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$$

$$4 + x^2 = 9 + 12 \Rightarrow x^2 = 17 \Rightarrow x = \sqrt{17}$$

II. Yol



(ABD) dik üçgeninde,

$$|BD| = 2 \Rightarrow |AD| = 4 \text{ ve } |AB| = 2\sqrt{3}$$

(BOD) dik üçgeninde,

$$|BD| = 2 \Rightarrow |OD| = 1$$

$$|DC| = 3 \text{ ve } |OD| = 1 \Rightarrow |OC| = 2\sqrt{2}$$

$$|OC| = 2\sqrt{2} \text{ ve } |AO| = 3 \Rightarrow |AC| = \sqrt{17}$$

Not : Dik üçgen özellikleri

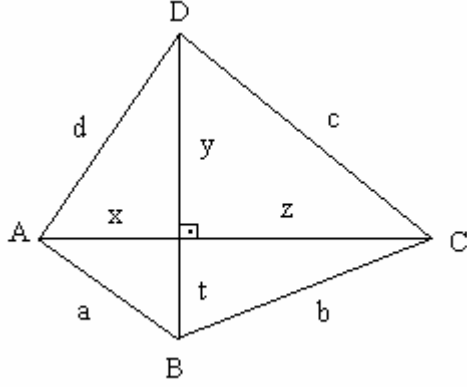
Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşittir.

Not : Dörtgenler

Köşegenler birbirine dik ise karşılıklı kenarların kareleri toplamı birbirine eşittir.



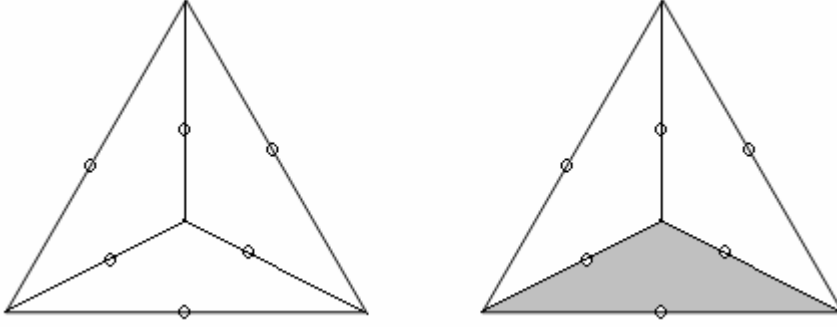
$$\left. \begin{array}{l} a^2 + c^2 = x^2 + t^2 + y^2 + z^2 \\ b^2 + d^2 = z^2 + t^2 + x^2 + y^2 \end{array} \right\} a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$

33. Bir düzgün dörtyüzlünün tüm alanı $256\sqrt{3}$ birim karedir.

Bu dörtyüzlünün yanal yüksekliği kaç birimdir?

- A) $6\sqrt{3}$ B) $7\sqrt{3}$ C) $8\sqrt{3}$ D) $9\sqrt{3}$ E) $10\sqrt{3}$

Çözüm 33

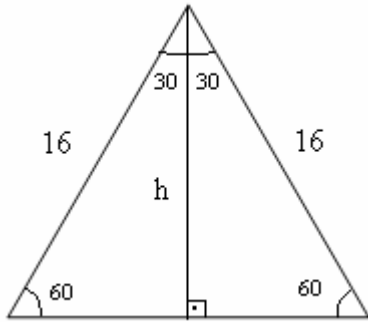


Düzgün dörtyüzlü 4 tane eşkenar üçgenden meydana geldiğine göre,

Eşkenar üçgenin bir kenarı = a olsun.

Eşkenar üçgenin alanı = $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ olduğuna göre,

$$4a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = 256\sqrt{3} \Rightarrow a = 16 \text{ bulunur.}$$



$$\Rightarrow h = \frac{16\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = 8\sqrt{3}$$

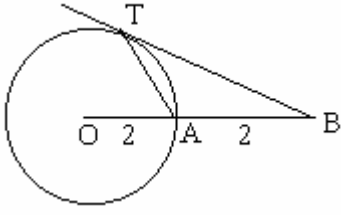
Not : Dik üçgen özellikleri

Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşittir.

34.



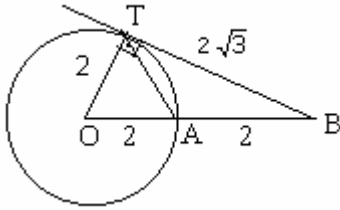
Şekildeki [BT] ışını O merkezli [OA] yarıçaplı çembere T noktasında teğettir.

$|OA| = |AB| = 2$ cm olduğuna göre, TAB üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{6}$ D) $\sqrt{7}$ E) $\sqrt{10}$

Çözüm 34

T noktası teğet olduğuna göre, $OT \perp BT$



$$|OA| = |AB| = 2 = |OT|$$

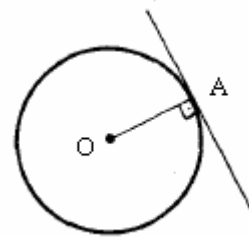
(OBT) dik üçgeninde $|BT| = 2\sqrt{3}$ olur.

İki kenar uzunluğu ve bu kenarlar arasındaki açının sinüsü bilindiğine göre,

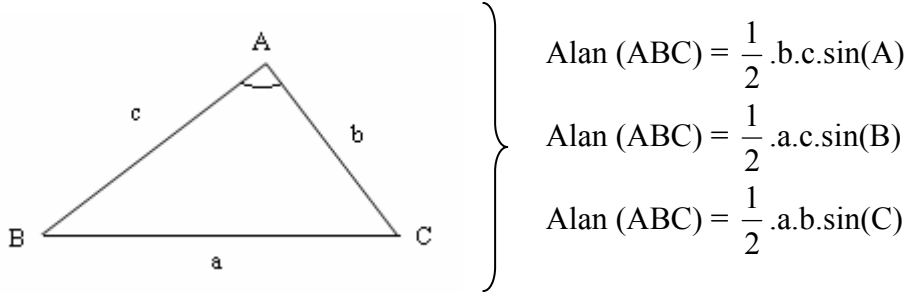
$$\text{Alan}(\text{TAB}) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sin(B) = 2\sqrt{3} \cdot \frac{2}{4} = \sqrt{3} \text{ elde edilir.}$$

Not :

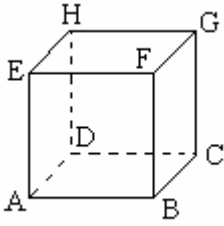
Yarıçap teğete değme noktasında diktir.



Not : İki kenarı ve aradaki açısı verilen üçgenin alanı



35.

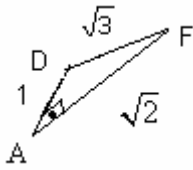


ABCDEFGH bir birim küp olduğuna göre,
 [DF] ve [DA] arasındaki açının cosünüsü kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Çözüm 35

I. Yol

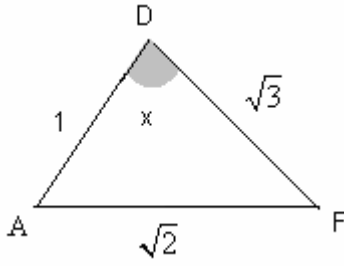


$$\angle(A) = 90^\circ ,$$

$$|AF| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \Rightarrow |DF| = \sqrt{1^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}$$

$$\cos(D) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

II. Yol



$$|AF| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \Rightarrow |DF| = \sqrt{1^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}$$

Kosinüs teoremine göre,

$$(\sqrt{2})^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos x \Rightarrow 2 = 4 - 2\sqrt{3} \cdot \cos x \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

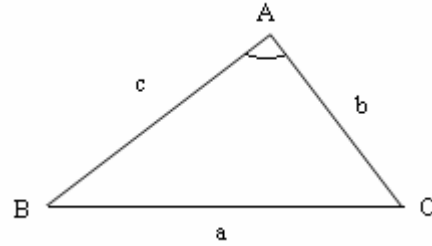
Not : Kosinüs teoremi

Bir ABC üçgeninde,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(A)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(B)$$

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(C)$$



36. $1 < x < 3$ olmak üzere, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+y^n}{3^n}$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3-x}$ B) $\frac{3}{3-y}$ C) $\frac{3}{y}$ D) $3y$ E) $\frac{3+y}{6-2y}$

Çözüm 36

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+y^n}{3^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{y}{3}\right)^n$$

$$\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots \right) + \frac{y}{3} \left(1 + \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots \right)$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1-0}{1-\frac{1}{3}} + \frac{y}{3} \cdot \frac{1-0}{1-\frac{y}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} + \frac{y}{3} \cdot \frac{3}{3-y} = \frac{1}{2} + \frac{y}{3-y} = \frac{y+3}{6-2y}$$

Not : $1 + r + r^2 + \dots + r^n = \sum_{k=0}^n r^k = \frac{1-r^{n+1}}{1-r} : (r \neq 1)$

37. $\lim_{c \rightarrow x} \frac{16x^2 - 16c^2}{4 \sin(x - c)}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 4 B) 18 C) 8x D) 16x E) 32x

Çözüm 37

$$\lim_{c \rightarrow x} \frac{16x^2 - 16c^2}{4 \sin(x - c)} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır.}$$

L' hospital uygulayalım.

$$\lim_{c \rightarrow x} \frac{-32c}{-4 \cos(x - c)} = \frac{32x}{4 \cos 0} = 8x \text{ elde edilir.}$$

Not : L'Hospital Kuralı

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} \text{ limitinde } \frac{0}{0} \text{ veya } \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği varsa, } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ olur.}$$

38. m, n gerçel sayılar, $m - 6n = 0$ ve

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2n - 10)x^3 + (m - 3)x^2 + 2x - 3}{mx^3 - nx^2 + 7x + 5} = 2 \text{ olduğuna göre, } m + n \text{ toplamı kaçtır?}$$

- A) 8 B) 1 C) -1 D) -7 E) -9

Çözüm 38

Pay ve paydanın dereceleri eşit olduğuna göre,

$$\frac{2n - 10}{m} = 2 \Rightarrow 2n - 10 = 2m \Rightarrow n - m = 5$$

$m - 6n = 0$ olduğuna göre, $\Rightarrow m = 6n$ eşitliklerinden, $n = -1$ ve $m = -6$

$m + n = -6 - 1 = -7$ olur.

Not :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_0} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n x^n}{b_m x^m}$$

$$= \begin{cases} \frac{a_n}{b_m} & , \quad n = m \quad \text{ise} \\ 0 & , \quad n < m \quad \text{ise} \\ +\infty \quad \text{veya} \quad -\infty & , \quad n > m \end{cases}$$

I – Pay ve paydanın dereceleri eşitse en büyük dereceli terimlerin katsayılarının oranı limittir.

II – Paydanın derecesi büyükse limit sıfırdır.

III – Payın derecesi büyükse limit $+\infty$ veya $-\infty$ dur.

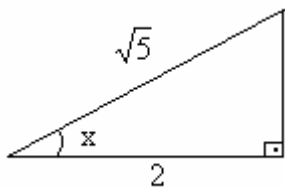
39. $y = \sin x + 2\cos x$ in $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ aralığında aldığı en büyük değer kaçtır?

A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$

Çözüm 39

I. Yol

$$y = \sin x + 2\cos x \Rightarrow y' = \cos x - 2\sin x = 0 \Rightarrow \cos x = 2\sin x \Rightarrow \cot x = 2$$



$$\Rightarrow \cot x = 2 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad , \quad \cos x = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$y = \sin x + 2\cos x \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} + 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

II. Yol

$y = \sin x + 2\cos x$ ise $2 = \tan y$ olsun.

$$y = \sin x + \tan y \cdot \cos x$$

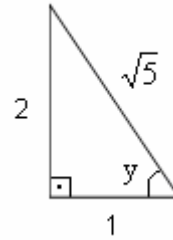
$$y = \sin x + \frac{\sin y}{\cos y} \cdot \cos x$$

$$y = \frac{\sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x}{\cos y}$$

$$y = \frac{\sin(x + y)}{\cos y}$$

$\tan y = 2$ olduğundan,

$$\cos y = \frac{1}{\sqrt{5}}$$



$-1 \leq \sin(x + y) \leq 1$ olduğundan, y nin en büyük değeri için : $y = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = \sqrt{5}$ elde esilir.

Not : İki Açının Toplamının / Farkının Trigonometrik Değerleri

$$\sin(A + B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$$

$$\sin(A - B) = \sin A \cdot \cos B - \cos A \cdot \sin B$$

$$\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$$

$$\cos(A - B) = \cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B$$

40. $f(x) = \ln(3^{\cos 5x})$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{3\pi}{10}\right)$ kaçtır?

- A) $2\ln 3$ B) $5\ln 3$ C) $\ln 5$ D) $2\ln 5$ E) $\ln 15$

Çözüm 40

$$f(x) = \ln(3^{\cos 5x}) = \ln 3^{\cos 5x} = \cos 5x \cdot \ln 3$$

$$f'(x) = (\cos 5x \cdot \ln 3)' = -5 \cdot \sin 5x \cdot \ln 3$$

$$f'\left(\frac{3\pi}{10}\right) = -5 \cdot \sin\left(5 \cdot \frac{3\pi}{10}\right) \cdot \ln 3 \Rightarrow -5 \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) \cdot \ln 3 = -5 \cdot (-1) \cdot \ln 3 = 5 \cdot \ln 3$$

41. $x = 6\sin 3t$

$y = 6\cos^2 3t$ denklemi ile verilen

$y = f(x)$ fonksiyonun $x = 3$ apsisli noktadaki türevinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

Çözüm 41

$$y = f(x) \Rightarrow y' = f'(3) = ?$$

$$y = 6\cos^2 3t \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 6 \cos 3t (-\sin 3t)}{3 \cdot 6 \cos 3t} = -2 \sin 3t$$

$$x = 6\sin 3t \Rightarrow x = 3 \text{ için, } 3 = 6\sin 3t \Rightarrow \sin 3t = \frac{1}{2}$$

$$\frac{dy}{dx} = -2 \sin 3t = -2 \cdot \frac{1}{2} = -1$$

42. $\int \frac{x+3}{x^2-9x+14} dx$ integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln |x-2| + \ln |x+5| + c$
 B) $2\ln |x-2| + 2\ln |x+5| + c$
 C) $2\ln |x-7| - \ln |x-2| + c$
 D) $\ln |x-1| - 2\ln |x+3| + c$
 E) $5\ln |x-7| + 3\ln |x-2| + c$

Çözüm 42

$$\int \frac{x+3}{x^2-9x+14} dx = \int \frac{x+3}{(x-7).(x-2)} dx$$

Kesrin paydası çarpanlarına ayrıldığı için basit kesirlere ayrılarak integral alınır.

$$\frac{x+3}{(x-7).(x-2)} = \frac{a}{x-7} + \frac{b}{x-2}$$

$$ax - 2a + bx - 7b = x + 3$$

$$a + b = 1$$

$$-2a - 7b = 3 \Rightarrow a = 2 \text{ ve } b = -1 \text{ olur.}$$

$$\int \frac{x+3}{(x-7).(x-2)} dx = \int \frac{2}{x-7} dx + \int \frac{(-1)}{x-2} dx = 2 \int \frac{dx}{x-7} - \int \frac{dx}{x-2} = 2\ln |x-7| - \ln |x-2| + c$$

43. $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sin(\arccos x) dx$ integralinde $t = \arccos x$ dönüşümü yapılırsa

aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \cdot \sin 2t dt$ B) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \cdot \cos^2 2t dt$ C) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \cos t dt$ D) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} -2 \cos^2 t dt$ E) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} -\sin^2 t dt$

Çözüm 43

$$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sin(\arccos x) dx \Rightarrow t = \arccos x \text{ dönüşümü yapılırsa,}$$

$$x = \cos t \Rightarrow dx = -\sin t dt$$

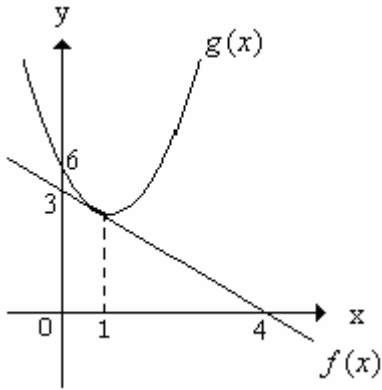
$x = \cos t$ olduğuna göre,

$$x = 0 \text{ için, } t = \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ için, } t = \frac{\pi}{4} \text{ olur.}$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \sin t (-\sin t) dt = -\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 t dt \text{ elde edilir.}$$

44.



Şekildeki $f(x)$ doğrusu $x = 1$ noktasında $y = g(x)$ eğrisine teğettir.

$$\int_0^1 \frac{g'(x)}{g(x)} dx = \ln \frac{a}{8} \text{ olduğuna göre, } a \text{ kaçtır?}$$

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Çözüm 44

$$\int_0^1 \frac{g'(x)}{g(x)} dx = \ln |g(x)| \Big|_0^1 = \ln |g(1)| - \ln |g(0)| = \ln \frac{a}{8}$$

$f(x)$ doğrusu $x = 1$ noktasında $y = g(x)$ eğrisine teğet olduğuna göre,

$f(1) = g(1)$ ise $f(x)$ doğru denklemini bulalım.

İki noktası verilen doğru denklemine göre,

$$(4, 0) \text{ ve } (0, 3) \Rightarrow \frac{y-0}{3-0} = \frac{x-4}{0-4} \Rightarrow \frac{y}{3} = \frac{x-4}{-4} \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1 \text{ elde edilir.}$$

$$x = 1 \text{ için, } \frac{1}{4} + \frac{y}{3} = 1 \Rightarrow y = \frac{9}{4} \text{ ise, } g(1) = \frac{9}{4}$$

$$x = 0 \text{ için, } g(0) = 6$$

$$\ln |g(1)| - \ln |g(0)| = \ln \frac{a}{8}$$

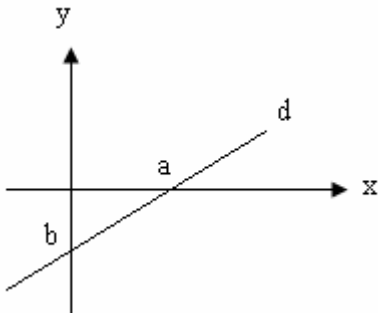
$$\ln\left(\frac{9}{4}\right) - \ln(6) = \ln\left(\frac{\frac{9}{4}}{6}\right) = \ln\left(\frac{3}{8}\right) \Rightarrow a = 3 \text{ bulunur.}$$

Not : İki noktası bilinen doğru denklemi

$$A(x_1, y_1) \text{ ve } B(x_2, y_2) \Rightarrow \frac{y-y_1}{y_1-y_2} = \frac{x-x_1}{x_1-x_2}$$

Not : Doğrunun eksen parçaları türünden denklemi

$$(a, 0) \text{ ve } (0, b) \text{ noktalarından geçen doğrunun denklemi} = \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

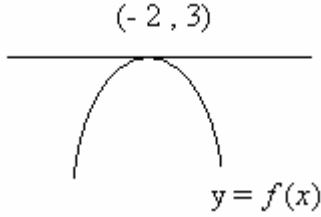


45. $y = f(x)$ eğrisinin $(-2, 3)$ noktasındaki teğeti x eksenini ile 135° lik açı yapmaktadır.

$f''(x) = 16x$ olduğuna göre, eğrinin y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) $-\frac{69}{5}$ E) $-\frac{125}{3}$

Çözüm 45



$$f(-2) = 3$$

$y = f(x)$ eğrisinin $(-2, 3)$ noktasındaki teğeti ile x eksenini arasındaki açı : 135° olduğundan,

$$m_T = \tan 135 = -1 \Rightarrow f'(-2) = -1$$

$$f''(x) = 16x \text{ olduğuna göre, } \int f''(x) = \int 16x \Rightarrow f'(x) = 8x^2 + c$$

$$f'(-2) = -1 \text{ olduğundan, } 8(-2)^2 + c = -1 \Rightarrow c = -33$$

$$f'(x) = 8x^2 + c \Rightarrow f'(x) = 8x^2 - 33$$

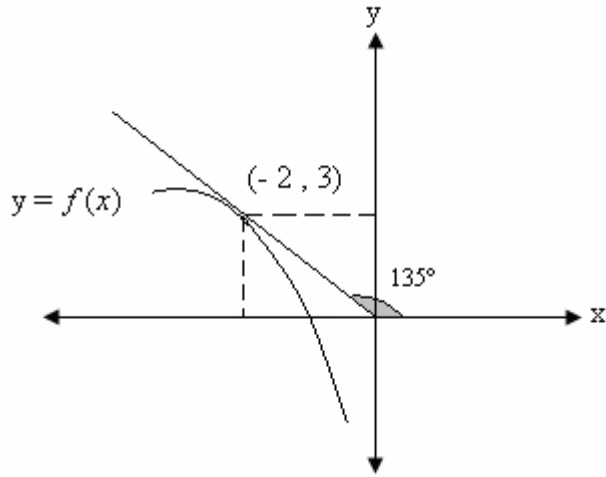
$$\int f'(x) = \int 8x^2 - 33 \Rightarrow f(x) = \frac{8x^3}{3} - 33x + c_1$$

$f(-2) = 3$ olduğundan,

$$\frac{8(-2)^3}{3} - 33(-2) + c_1 = 3 \Rightarrow \frac{-64}{3} + 66 + c_1 = \frac{134}{3} + c_1 = 3 \Rightarrow c_1 = -\frac{125}{3}$$

$$f(x) = \frac{8x^3}{3} - 33x + c_1 \Rightarrow f(x) = \frac{8x^3}{3} - 33x - \frac{125}{3}$$

Fonksiyonun y eksenini kestiği nokta : $x = 0$ için , $f(0) = -\frac{125}{3}$



46. $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ olmak üzere

$A.B = A - B$ olduğuna göre, B matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

Çözüm 46

$$A.B = A - B \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (-1).x + 1.z & (-1).y + 1.t \\ 1.x + 0.z & 1.y + 0.t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1-x & 1-y \\ 1-z & 0-t \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -x+z & -y+t \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1-x & 1-y \\ 1-z & -t \end{bmatrix}$$

$$-x+z = -1-x \Rightarrow z = -1$$

$$-y+t = 1-y \Rightarrow t = 1$$

$$x = 1-z \Rightarrow x = 1 - (-1) = 2$$

$$y = -t \Rightarrow y = -1$$

Buna göre, $B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ olur.

47. $x^2 - 2xy + y^2 - x + y = 0$

şekildeki verilen ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisinin denklemidir?

- A) Kesişen iki doğru B) Paralel iki doğru C) Bir elips
D) Bir çember E) Bir hiperbol

Çözüm 47

$$x^2 - 2xy + y^2 - x + y = 0 \Rightarrow (x - y)^2 - (x - y) = 0 \Rightarrow (x - y)(x - y - 1) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 0 \Rightarrow y = x \\ x - y - 1 = 0 \Rightarrow y = x - 1 \end{array} \right\} \text{ Paralel iki doğru}$$

48. $y = -x^2$ eğrisi üzerinde, $P(-3, 0)$ noktasına en yakın olan noktanın apsisi kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) -1 E) -2

Çözüm 48

I. Yol

$y = -x^2$ eğrisi üzerinde, $P(-3, 0)$ noktasına en yakın nokta $A(a, -a^2)$ olsun.

$P(-3, 0)$

AP uzunluğu, iki nokta arası uzaklık formülüne göre,

$$|AP| = \sqrt{(a - (-3))^2 + ((-a^2) - 0)^2} \text{ fonksiyonunun en küçük değerini bulmamız gerekir.}$$

$$|AP| = \sqrt{(a + 3)^2 + ((-a^2))^2}$$

$$|AP| = \sqrt{a^2 + 6a + 9 + a^4} = f(a)$$

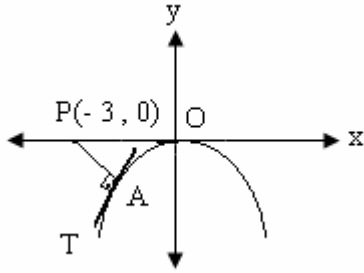
$$f'(a) = 0 \Rightarrow f'(a) = \frac{4a^3 + 2a + 6}{2\sqrt{a^4 + a^2 + 6a + 9}} = 0 \Rightarrow 2a^3 + a + 3 = 0 \Rightarrow a = -1$$

II. Yol

A(x , y) noktası, $y = -x^2$ eğrisi üzerinde olsun.

$$A(x , y) \Rightarrow A(x , -x^2)$$

$|AP|$ en küçük olması için, $PA \perp T$ olmalıdır.



$$\text{Teğetin eğimi : } y = -x^2 \Rightarrow y' = -2x \Rightarrow m_T = -2x$$

PA doğrusunun eğimi : iki noktası bilinen doğrunun eğiminden,

$$m_{PA} = \frac{(-x^2) - 0}{x - (-3)} = \frac{-x^2}{x+3} \Rightarrow m_{PA} = \frac{-x^2}{x+3}$$

$PA \perp T$ olduğuna göre, $m_{PA} \cdot m_T = -1$

$$\left(\frac{-x^2}{x+3}\right) \cdot (-2x) = -1 \Rightarrow \frac{2x^3}{x+3} = -1 \Rightarrow 2x^3 = -x - 3 \Rightarrow 2x^3 + x + 3 = 0 \Rightarrow x = -1$$

49. A(5 , 1) noktasının $y - ax - 2 = 0$ doğrularına göre simetrileri olan noktaların geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + y^2 = 16$

B) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$

C) $x^2 + (y - 2)^2 = 26$

D) $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 16$

E) $(x - 1)^2 + y^2 = 25$

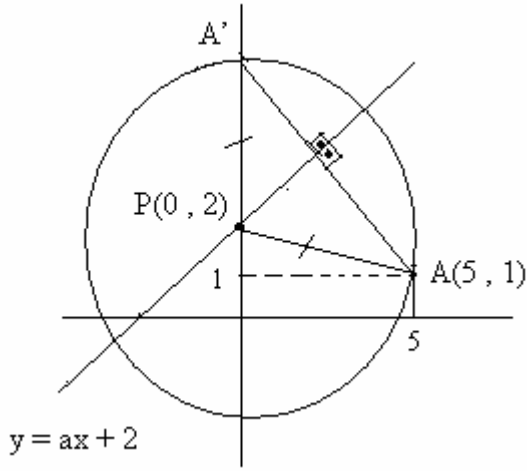
Çözüm 49

I. Yol

Deneme – yanılma yöntemiyle ,

(5 , 1) noktasını sağlayan denklem : $x^2 + (y - 2)^2 = 26$ seçeneklerden buluruz.

II. Yol



$$y - ax - 2 = 0 \Rightarrow y = ax + 2 \text{ doğrusu}$$

$$x = 0 \text{ için } y = 2 \Rightarrow (0, 2)$$

$$y = 0 \text{ için } x = -\frac{2}{a} \Rightarrow \left(-\frac{2}{a}, 0\right)$$

noktalarından geçecektir.

A' , A noktasının simetriği olsun.

$(0, 2)$ noktasına P diyelim.

$$A(5, 1) \text{ noktasının, } P(0, 2) \text{ noktasına uzaklığı : } \|AP\| = \sqrt{(5-0)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

$P(0, 2)$ noktasına $\sqrt{26}$ birim uzaklıktaki noktaları bulmak için P merkezli yarıçapı $\sqrt{26}$ olan çember çizilir.

$$P(0, 2) \text{ ve } r = \sqrt{26} \Rightarrow (x-0)^2 + (y-2)^2 = (\sqrt{26})^2 \Rightarrow x^2 + (y-2)^2 = 26 \text{ olur.}$$

Not :

I – Düzlemde sabit bir d doğrusu ve d doğrusu üzerinde sabit bir P noktası alınıyor.

II – d doğrusuna a cm ve P noktasına b cm uzaklıktaki noktaların geometrik yeri için,

III – P noktasına b cm uzaklıktaki noktaları bulmak için P merkezli b cm yarıçaplı çember çizilir.

50. $y = x^2 - 4x$ ve $y = 3x^2 + x$ parabolünün kesim noktalarından ve $(1, 0)$ noktasından geçen türdeş (aynı türden) parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $13x^2 - 13x - 7y = 0$ B) $13x^2 - 7x - 3y = 0$ C) $7x^2 - 6x - y = 0$
D) $7x^2 - 7x - 13 = 0$ E) $6x^2 - 7x - y = 0$

Çözüm 50

$$y = x^2 - 4x$$

$$y = 3x^2 + x$$

$$\text{Kesim noktaları : } x^2 - 4x = 3x^2 + x \Rightarrow x = -\frac{5}{2}, y = \frac{65}{4} \Rightarrow \left(-\frac{5}{2}, \frac{65}{4}\right)$$

Aynı türden parabolün denklemi : $y = ax^2 + bx$ olsun.

$$(1, 0) \text{ noktasından geçtiğine göre, } 0 = a + b \Rightarrow a = -b$$

$\left(-\frac{5}{2}, \frac{65}{4}\right)$ noktası da denklemi sağladığına göre,

$$\frac{65}{4} = a\left(-\frac{5}{2}\right)^2 + b\left(-\frac{5}{2}\right) \Rightarrow 65 = 25a - 10b$$

$$a = -b \text{ olduğuna göre, } 65 = 25a + 10a \Rightarrow a = \frac{65}{35} = \frac{13}{7}, b = -\frac{13}{7} \text{ bulunur.}$$

$$y = ax^2 + bx \Rightarrow y = \frac{13}{7}x^2 - \frac{13}{7}x \Rightarrow 13x^2 - 13x - 7y = 0$$

51. $y = mx + 5$ doğrusu $9x^2 + 25y^2 - 225 = 0$ elipsine teğet olduğuna göre, m aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) 1 E) 2

Çözüm 51

I. Yol

$9x^2 + 25y^2 - 225 = 0$ elipsi ile $y = mx + 5$ doğrusu teğet olduğuna göre,

$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ elipsi ile $y = mx + n$ doğrusunun teğetlik şartı :

$a^2m^2 + b^2 - n^2 = 0$ olduğundan,

$$25m^2 + 9 - 25 = 0 \Rightarrow m^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow m = \pm \frac{4}{5} \text{ elde edilir.}$$

II. Yol

Elipsin denklemi : $9x^2 + 25y^2 - 225 = 0 \Rightarrow 9x^2 + 25y^2 = 225$

Değme noktası : (x_0, y_0) ise

Teğetin denklemi : $9x x_0 + 25y y_0 = 225$ olur.

Bu doğrunun, $y - mx = 5$ doğrusunu göstermesi için

$$\frac{-m}{9x_0} = \frac{1}{25y_0} = \frac{5}{225} \text{ olmalıdır.}$$

Buna göre, $y_0 = \frac{9}{5}$ bulunur.

Değme noktası elips denklemini sağlayacağından,

$$9x_0^2 + 25\left(\frac{9}{5}\right)^2 = 225 \Rightarrow x_0 = \pm 4 \text{ elde edilir.}$$

Değme noktası doğru denklemini de sağlayacağından,

$$(x_0, y_0) = \left(4, \frac{9}{5}\right) \Rightarrow y = mx + 5 \Rightarrow \frac{9}{5} = m \cdot 4 + 5 \Rightarrow m = \frac{-4}{5}$$

$$(x_0, y_0) = \left(-4, \frac{9}{5}\right) \Rightarrow y = mx + 5 \Rightarrow \frac{9}{5} = m \cdot (-4) + 5 \Rightarrow m = \frac{4}{5}$$

III. Yol

$$\text{Elips denklemi : } 9x^2 + 25y^2 - 225 = 0 \Rightarrow 9x^2 + 25y^2 = 225 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

Değme noktası : (x_0, y_0) ise

Bu noktadaki teğetin eğimi, türevin (x_0, y_0) noktasındaki değeri olduğuna göre,

Kapalı fonksiyonun türevini alalım.

$$\frac{2x}{25} + \frac{2yy'}{9} = 0 \Rightarrow y' = \frac{-9x}{25y}$$

Teğetin denklemi : $9x_0 x + 25y_0 y = 225$ olur.

Bu doğrunun, $y - mx = 5$ doğrusunu göstermesi için

$$\frac{-m}{9x_0} = \frac{1}{25y_0} = \frac{5}{225} \text{ olmalıdır.}$$

Buna göre, $y_0 = \frac{9}{5}$ bulunur.

Değme noktası elips denklemini sağlayacağından,

$$9x_0^2 + 25\left(\frac{9}{5}\right)^2 = 225 \Rightarrow x_0 = \pm 4 \text{ elde edilir.}$$

Değme noktası : $(x_0, y_0) = (-4, \frac{9}{5})$ ise

$$m = y' = \frac{-9 \cdot (-4)}{25 \cdot \frac{9}{5}} = \frac{4}{5} \text{ elde edilir.}$$

Not : Bir doğru ile bir elipsin ortak noktaları

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ elipsi ile $y = mx + n$ doğrusunun ortak noktaları

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

$$y = mx + n$$

sisteminin çözümleridir.

Birinci denklemde y yerine $(mx + n)$ konur ve gerekli düzenlemeler yapılırsa

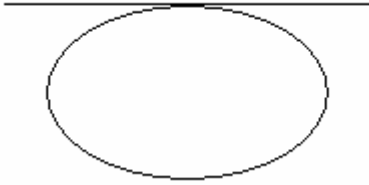
$$(b^2 + a^2m^2)x + (a^2n^2 - a^2b^2) = 0$$

İkinci dereceden denklemi elde edilir.

$$\Delta = a^2b^2(a^2m^2 + b^2 - n^2) \text{ olacağından,}$$

$\Delta = 0$ ise doğru ile elipsin bir ortak noktası vardır, yani teğettir.

Buna göre, $a^2m^2 + b^2 = n^2$ ise doğru elipse teğettir.



Not : Elipse üzerindeki bir noktadan çizilen teğetin denklemi

Denklemi $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ olan elipse, üzerindeki bir $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen

$$\text{teğetin denklemi : } \frac{x \cdot x_0}{a^2} + \frac{y \cdot y_0}{b^2} = 1$$

Eğer elips denklemi $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ biçiminde ise

$$\text{teğet denklemi : } b^2x_0x + a^2y_0y = a^2b^2$$

Not :

Elips üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasının teğetinin eğimi, türevin $P(x_0, y_0)$ daki değeridir.

52. Eksenler üzerinde \vec{e}_1 ve \vec{e}_2 birim vektörleri alınmıştır.

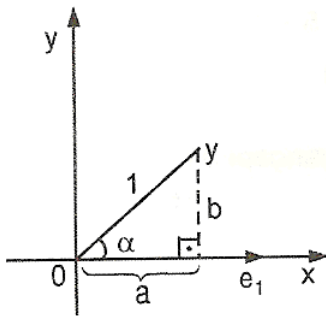
\vec{e}_1 birim vektörü başlangıç noktası etrafında, pozitif yönde α kadar döndürülürse,

elde edilen \vec{y} vektörü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\vec{e}_1 \cos \alpha + \vec{e}_2 \sin \alpha$ B) $\vec{e}_1 \sin \alpha + \vec{e}_2 \cos \alpha$ C) $\vec{e}_1 \sin \alpha - \vec{e}_2 \sin \alpha$

D) $\vec{e}_1 \cos \alpha - \vec{e}_2 \sin \alpha$ E) $-\vec{e}_1 \sin \alpha + \vec{e}_2 \cos \alpha$

Çözüm 52



$$\cos \alpha = \frac{a}{1} \Rightarrow a = \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{b}{1} \Rightarrow b = \sin \alpha$$

$$\vec{y} = \vec{e}_1 \cos \alpha + \vec{e}_2 \sin \alpha$$

Adnan ÇAPRAZ

adnancapraz@yahoo.com

AMASYA