

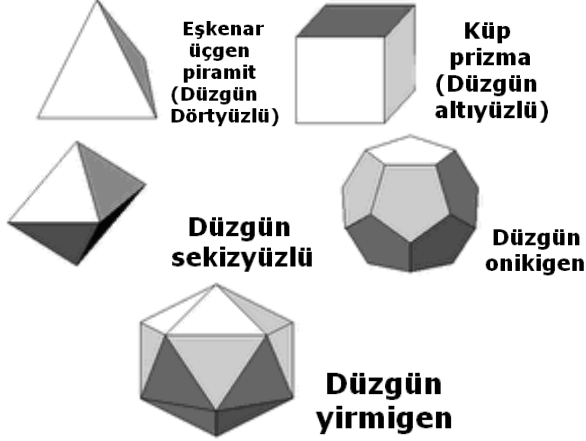
ADI:  
SOYADI:  
SINIFI:

NO:

DERS: MATEMATİK 8  
KONU ÇOKYÜZLÜ GEOMETRİK CİSİMLERİN ALAN VE HACİMLERİ  
HAZIRLAYAN: ÖMER ASKERDEN

### ÇOKYÜZLÜLER

Çok yüzlüler, tüm yüzleri ve tüm ayrıtları eş olan düzgün cisimlerdir. Bu cisimlere **PLATONİK CİSİMLER** denir (Eski yunan Filozofu Platon). Eşkenar üçgen piramit (Düzgün dörtyüzlü), Düzgün sekizyüzlü, Küp prizma (Düzgün altıyüzlü), Düzgün onikigen, düzgün yirmigen platonik cisimlerdir.

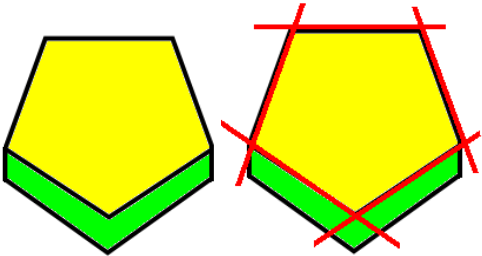


Tüm ayrıtları ve ve tüm yüzleri eşit olan çok yüzlülere **DÜZGÜN ÇOK YÜZLÜLER** denir

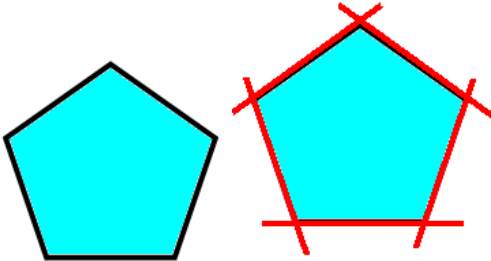
Birçok yüzlünün yüzleri birer çokgensel bölgedir. Ayrıt ve köşeleri ise bu çokgensel bölgelerin kenar ve köşeleridir. Çok yüzlüler yüz sayılarına göre, dört yüzlü, beş yüzlü, altı yüzlü şeklinde isimlendirilir.

Eğer çok yüzlünün herhangi iki noktasını birleştiren doğru parçasının tamamı yine bu çok yüzlünün içinde kalıyorsa bu çok yüzlüye dış bükey çok yüzlü denir. Dış bükey çok yüzlünün kenar uzunluklarını uzattığımızda, kenar uzunlukları Çok yüzlüyü kesmez.

### DIŞ BÜKEY ÇOK YÜZLÜ

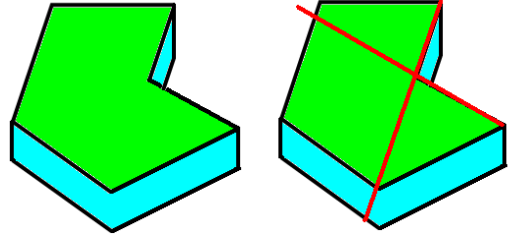


### DIŞ BÜKEY ÇOKGEN

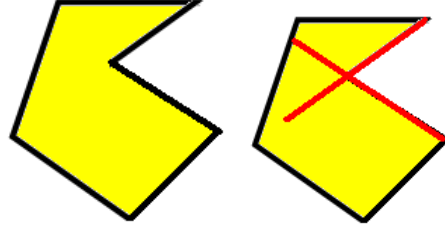


Eğer çok yüzlünün herhangi iki noktasını birleştiren doğru parçasının tamamı yine bu çok yüzlünün içinde kalmıyorsa bu çok yüzlüye iç bükey çok yüzlü denir. İç bükey çok yüzlünün kenar uzunluklarını uzattığımızda, kenar uzunlukları Çok yüzlüyü keser.

### İÇ BÜKEY ÇOK YÜZLÜ

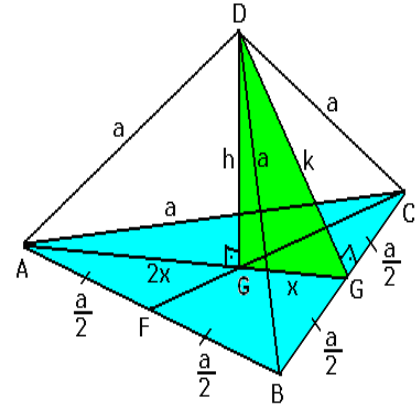


### İÇ BÜKEY ÇOKGEN

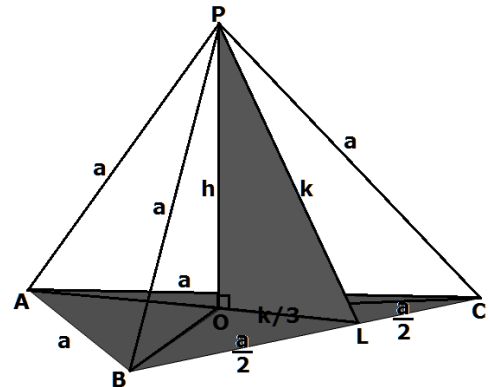
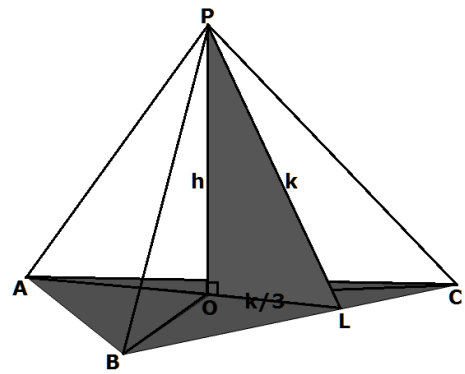


### 1) DÜZGÜN DÖRTYÜZLÜ:

Bütün yüzeyleri eşkenar üçgen olan piramide düzgün dörtyüzlü denir. "G" noktası Taban üçgeninin (ABC üçgeninin) ağırlık merkezidir.

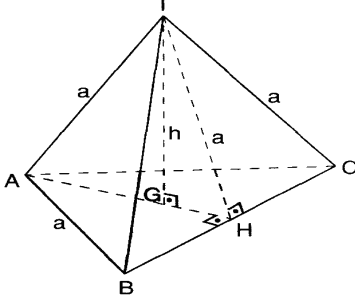


### DÜZGÜN DÖRTYÜZLÜ



## A-) DÜZGÜN DÖRTYÜZLÜNÜN ÖZELLİKLERİ:

### 1) Düzgün Dörtüzlünün Yüksekliği



Şekilde, bir ayrıtının uzunluğu a olan düzgün dörtüzlünün, |TG| yüksekliğini hesaplayalım.

ABC eşkenar üçgeninde,  $|AH| = \frac{a}{2}\sqrt{3}$  olur.

G noktası ağırlık merkezi olduğundan,

$$|AG| = \frac{2}{3} |AH| \Rightarrow |AG| = \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2}\sqrt{3} = \frac{a}{3}\sqrt{3}$$

olur.

TGA dik üçgeninde Pisagor teoremden,

$$|TA|^2 = |AG|^2 + |TG|^2 \Rightarrow a^2 = \left(\frac{a}{3}\sqrt{3}\right)^2 + h^2$$

$$a^2 = \frac{a^2}{3} + h^2 \Rightarrow h^2 = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{6}}{3} \text{ bulunur.}$$

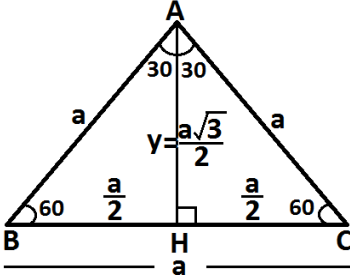
Pisagor Bağıntısı uygulanırsa.

$$h^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = \frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4} \Rightarrow h^2 = \frac{2a^2}{3}$$

$$h = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \quad h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$|TG| = h = \frac{a\sqrt{6}}{3} \text{ formülü ile bulunur,}$$

### 2) Düzgün Dörtüzlünün Yanal Yüksekliği



$$y = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ formülü ile bulunur, } y=k$$

### 3) Düzgün Dörtüzlünün Taban Alanı

$$A = \frac{a \cdot y}{2} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$$

$$A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \quad TA = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \text{ formülü ile bulunur,}$$

### 4) Düzgün Dörtüzlünün Yanal Alanı

$$YA = 3 \cdot TA = 3 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$YA = 3 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \text{ formülü ile bulunur,}$$

### 5) Düzgün Dörtüzlünün Alanı

$$A = 4 \cdot TA = 4 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$$

$$A = a^2\sqrt{3} \text{ formülü ile bulunur,}$$

### 6) Düzgün Dörtüzlünün Hacmi

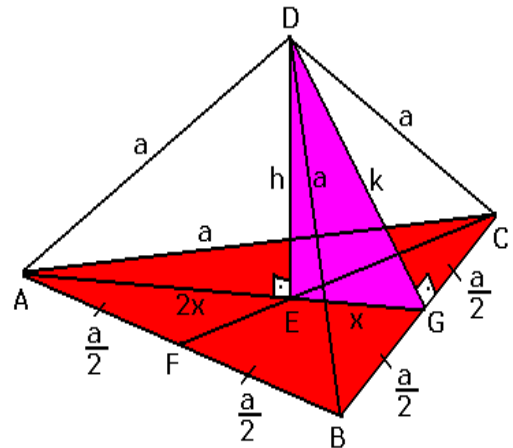
$$V = \frac{TA \cdot h}{3} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right) \cdot h$$

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} \text{ formülü ile bulunur,}$$

**ÖRNEK-1):** Sayıca hacmi, alanının  $\frac{2}{3}$  katı olan düzgün dörtüzlünün yüksekliği kaç birimdir?

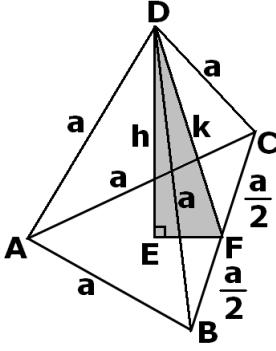
$$\text{Hacim} = \frac{2}{3} (\text{alan})$$

$$\frac{TA \cdot h}{3} = \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot TA \quad TA \cdot h \cdot 3 = TA \cdot 24 \quad h = 8 \text{ birim olur.}$$



DÜZGÜN DÖRTYÜZLÜ

**ÖRNEK-2)** Tabanının bir kenarı 6 cm olan düzgün bir dörtüzlü veriliyor. Buna göre,



a) Düzgün dört yüzlünün yüksekliği kaç cm dir?

$$h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

b) Düzgün dört yüzlünün yanal yüz yüksekliği kaç cm dir?

$$y = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

c) Düzgün dört yüzlünün taban alanı kaç cm karedir?

$$TA = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

d) Düzgün dört yüzlünün yanal alanı kaç cm karedir?

$$YA = 3.TA = 3 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

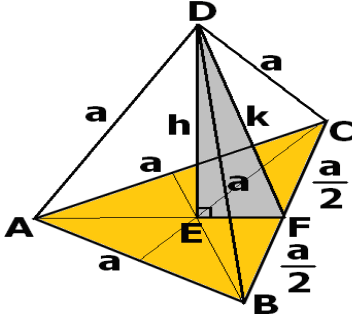
e) Düzgün dört yüzlünün yüzey alanı kaç cm karedir?

$$A = 4.TA = 4 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$$

f) Düzgün dört yüzlünün hacmi kaç cm küptür?

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

**ÖRNEK-3)** Tabanının bir kenarı 6 cm olan düzgün bir dört yüzlü veriliyor. Buna göre,



a) Düzgün dört yüzlünün yüksekliği kaç cm dir?

$$h = \frac{a\sqrt{6}}{3} \quad h = \frac{6\sqrt{6}}{3} \quad h = 2\sqrt{6}$$

b) Düzgün dört yüzlünün yanal yüz yüksekliği kaç cm dir?

$$y = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad y = \frac{6\sqrt{3}}{2} \quad y = 3\sqrt{3}$$

c) Düzgün dört yüzlünün taban alanı kaç cm karedir?

$$TA = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \quad TA = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} \quad TA = 9\sqrt{3}$$

d) Düzgün dört yüzlünün yanal alanı kaç cm karedir?

$$YA = 3.TA = 3 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \quad YA = 3 \cdot 9\sqrt{3} \quad YA = 27\sqrt{3}$$

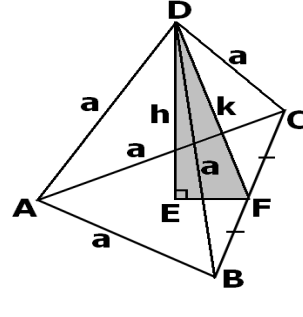
e) Düzgün dört yüzlünün yüzey alanı kaç cm karedir?

$$A = 4.TA = 4 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3} \quad A = 6^2\sqrt{3} \quad A = 36\sqrt{3}$$

f) Düzgün dört yüzlünün hacmi kaç cm küptür?

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} \quad V = \frac{6^3\sqrt{2}}{12} \quad V = 108\sqrt{2}$$

**ÖRNEK-3)** Bir ayrıtının uzunluğu 2 cm olan düzgün dört yüzlünün hacmi kaç santimetre küptür?

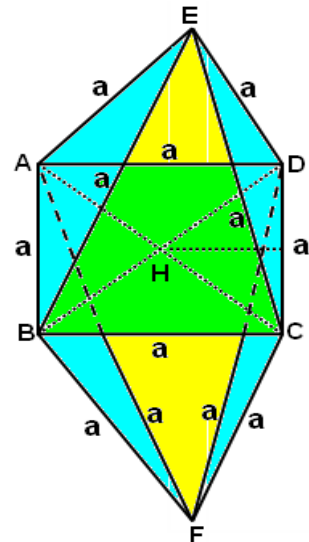


$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

## 2) DÜZGÜN SEKİZYÜZLÜ:

Bütün ayrıtları eşit ( a ) olan iki kare piramit taban tabana çakıştırılırsa oluşan cisme düzgün sekiz yüzlü denir.

Bütün ayrıtları birbirine eş ve yüzeyleri sekiz eşkenar üçgenden oluşan cisme düzgün sekiz yüzlü denir.



ADI:  
SOYADI:  
SINIFI:

NO:

DERS: MATEMATİK 8  
KONU ÇOKYÜZLÜ GEOMETRİK CİŞİMLERİN ALAN VE HACİMLERİ  
HAZIRLAYAN: ÖMER ASKERDEN

**A-) Alan=A**

$$A=8.\left(\frac{a^2.\sqrt{3}}{4}\right)=2.a^2.\sqrt{3} \quad A=2.a^2.\sqrt{3}$$

**B-) Hacim=V**

$$V=2.TA.h.\frac{1}{3}=2.a^2.\frac{a.\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{3}$$

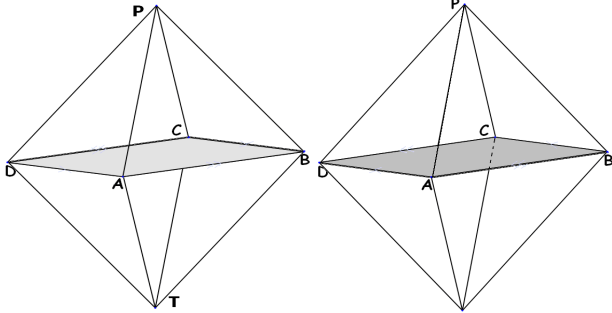
$$V=\frac{a^3.\sqrt{2}}{3}$$

$$|AC|=|BD|=a\sqrt{2}$$

$$|HE|=h=\frac{a.\sqrt{2}}{2}$$

$$|EF|=2h=a.\sqrt{2} \text{ cisim yüksekliği}$$

**ÖRNEK-1)** Tabanının bir kenarı 12 cm olan düzgün bir sekizyüzlü veriliyor. Buna göre,



a) Düzgün sekizyüzlünün yüksekliği kaç cm dir?

$$|HE|=h=\frac{a.\sqrt{2}}{2}$$

$$|EF|=2h=a.\sqrt{2}$$

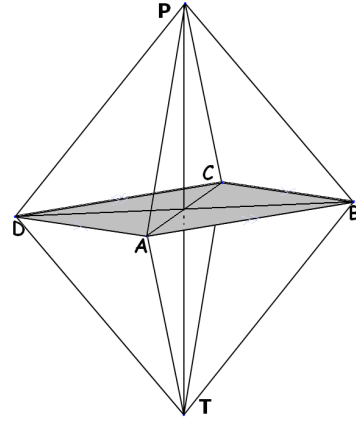
b) Düzgün sekizyüzlünün yüzey alanı kaç cm karedir?

$$A=8.\left(\frac{a^2.\sqrt{3}}{4}\right)=2.a^2.\sqrt{3} \quad A=2.a^2.\sqrt{3}$$

c) Düzgün sekizyüzlünün hacmi kaç cm küptür?

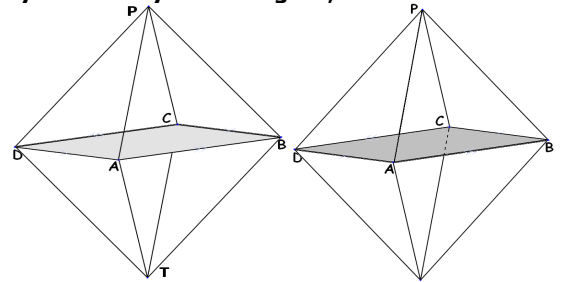
$$V=\frac{a^3.\sqrt{2}}{3}$$

**ÖRNEK-2)** Bir ayrıtının uzunluğu 3 cm olan düzgün sekizyüzlünün hacmi kaç santimetre küptür?



$$V=\frac{a^3.\sqrt{2}}{3}$$

**ÖRNEK-3)** Tabanının bir kenarı 12 cm olan düzgün bir sekizyüzlü veriliyor. Buna göre,



a) Düzgün sekizyüzlünün yüksekliği kaç cm dir?

$$|HE|=h=\frac{a.\sqrt{2}}{2} \quad h=\frac{12.\sqrt{2}}{2} \quad h=6\sqrt{2}$$

$$|EF|=2h=a.\sqrt{2}$$

e) Düzgün sekizyüzlünün yüzey alanı kaç cm karedir?

$$A=8.\left(\frac{a^2.\sqrt{3}}{4}\right)=2.a^2.\sqrt{3} \quad A=2.a^2.\sqrt{3} \quad A=2.12^2.\sqrt{3}$$

$$A=288\sqrt{3}$$

f) Düzgün sekizyüzlünün hacmi kaç cm küptür?

$$V=\frac{a^3.\sqrt{2}}{3} \quad V=\frac{12.12.12.\sqrt{2}}{3}=576.\sqrt{2}$$

