

2013 LYS MATEMATİK SORU VE ÇÖZÜMLERİ

Fatih AKYEL & Hamit ARSLAN

1.

$$\left(1 - 3^{-1} + a^{-1}\right)^{-3} = 8$$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) -6

B) -4

C) $\frac{-2}{3}$

D) $\frac{3}{4}$

E) $\frac{1}{6}$

ÇÖZÜM

$$\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{a}\right)^{-3} = \left(2^3\right)^{-1}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{-1}{6}$$

$$\Rightarrow a = -6$$

2.

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = \sqrt{x+y-1}$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{2}{5}$

E) $\frac{4}{5}$

ÇÖZÜM

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = (\sqrt{x+y-1})^2$$

$$\Rightarrow x - 2\sqrt{x}\sqrt{y} + y = x + y - 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{xy} = \frac{1}{2} \text{ tekrar her iki tarafın karesi alınırsa}$$

$$(\sqrt{xy})^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow xy = \frac{1}{4}$$

3. x, y pozitif gerçel sayılar ve

$$\frac{2y}{x + \frac{1}{y}} - \frac{3x}{y + \frac{1}{x}} = \frac{5x^2}{x \cdot y + 1}$$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$

B) $\frac{1}{5}$

C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{1}{3}$

E) $\frac{1}{2}$

ÇÖZÜM

$$\frac{2y}{x \cdot y + 1} - \frac{3x}{x \cdot y + 1} = \frac{5x^2}{x \cdot y + 1}$$

$$\frac{2y^2}{x \cdot y + 1} - \frac{3x^2}{x \cdot y + 1} = \frac{5x^2}{x \cdot y + 1} \Rightarrow \frac{2y^2 - 3x^2}{x \cdot y + 1} = \frac{5x^2}{x \cdot y + 1}$$

$$2y^2 - 3x^2 = 5x^2 \Rightarrow 2y^2 = 8x^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{x^2}{y^2}} = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$$

4.

$$4^x \cdot 6^x \cdot 9^x = 36$$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$

B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{3}{8}$

E) $\frac{4}{9}$

ÇÖZÜM

$$4^x \cdot 6^x \cdot 9^x = 36 \Rightarrow 6^x \cdot 36^x = 6^2 \Rightarrow 6^{3x} = 6^2$$

$$\Rightarrow 3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

Fatih AKYEL&Hamit ARSLAN /Bingöl MEM

5. $x < 0 < y$ olmak üzere,

I. $y - x^{-1}$

II. $x^2 + y^{-1}$

III. $(x \cdot y)^{-1}$

ifadelerinden hangilerinin değeri negatiftir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve III

E) II ve III

ÇÖZÜM

I. $y - x^{-1}$ için $(+) - (-) = +$

II. $x^2 + y^{-1}$ için $(-)^2 + (+) = +$

III. $x \cdot y^{-1}$ için $(-).(+)= -$

6. a, b pozitif tam sayılar, p bir asal sayı ve

$$a^3 - b^3 = p$$

olduğuna göre, $a^2 + b^2$ toplamının p türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{p+1}{2}$

B) $\frac{p+3}{2}$

C) $\frac{p+2}{3}$

D) $\frac{2p-1}{2}$

E) $\frac{2p+1}{3}$

ÇÖZÜM

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) = p$$

$a, b \in \mathbb{Z}^+$ olduğundan $a^2 + ab + b^2 = 1$ olacağı şekilde

$a, b \in \mathbb{Z}^+$ yoktur buradan;

$$a^2 + ab + b^2 = p \text{ ve } a-b=1 \text{ olmalıdır}$$

$$(a-b)^2 = 1^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 1$$

$$2a^2 + 2ab + 2b^2 = 2p$$

$$3(a^2 + b^2) = 2p + 1 \Rightarrow a^2 + b^2 = \frac{2p+1}{3}$$

7. a, b, c sıfırdan farklı gerçel sayılar ve $a + b + c = ab$ olduğuna göre,

$$\frac{ab + ac + bc + c^2}{abc}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{a+1}{a}$

B) $\frac{b+1}{b}$

C) $\frac{c+1}{c}$

D) $\frac{b}{a}$

E) $\frac{b}{c}$

ÇÖZÜM

$$a + b + c = a.b \text{ ise}$$

$$\frac{a.b + a.c + b.c + c^2}{a.b.c} = \frac{a.b + c(a + b + c)}{a.b.c} = \frac{a.b + a.b.c}{a.b.c} = \frac{a.b(1 + c)}{a.b.c} = \frac{1 + c}{c}$$

8. a, b gerçel sayılar ve

$$0 < a < 3a^2$$

$$b - 1 = 6a$$

olduğuna göre, b 'nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

E) 7

ÇÖZÜM

$a < 3a^2$ eşitsizliğin her iki tarafını a 'ya bölersek

$$1 < 3a \Rightarrow 2 < 6a \text{ olup } b-1=6a \text{ olduğundan}$$

$$2 < b-1 \Rightarrow 3 < b \text{ buradan } b=4 \text{ olur.}$$

9.

$$(n+2)! - (n+1)! - n! = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 5

B) 6

C) 7

D) 8

E) 9

ÇÖZÜM

$$(n+2)(n+1)n! - (n+1)n! - n! = 2.3.2^2.5.5.7$$

$$(n^2 + 3n + 2)n! - (n+1)n! - n! = 5!.5.7$$

$$\Rightarrow n!(n^2 + 3n + 2 - n - 1 - 1) =$$

$$n!(n^2 + 2n) = n!.n(n+2) = 5!.5.7 \text{ buradan } n \text{ 'in}$$

5 olduğu görülür

10. n bir pozitif tam sayı olmak üzere, n 'yi bölen her bir p asal sayısı için p^2 de n 'yi bölüyorsa n 'ye bir kuvvetli sayı denir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi bir kuvvetli sayı değildir?

- A) 27 B) 64 C) 72 D) 99 E) 108

ÇÖZÜM

A) $27 = 3^3$ olup 3 ve 3^2 27'nin bölenidir.

B) $64 = 2^6$ olup 2 ve 2^2 64'ün bölenleridir.

C) $72 = 2^3 \cdot 3^2$ asal bölenler 2 ve 3 olup 2^2 ve 3^2 72'nin bölenidir.

D) $99 = 3^2 \cdot 11$ asal bölenler 3 ve 11 olup 3^2 99'un bölenidir fakat 11^2 99'un böleni değildir

E) $108 = 2^2 \cdot 3^3$ asal bölenler 2 ve 3 olup 2^2 ve 3^2 108'in bölenidir.

İptal edilmiştir

12. Tam sayılar kümesi üzerinde bir \ominus işlemi, her a ve b tam sayısı için

$$a \ominus b = a - b + 1$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, \ominus işlemiyle ilgili olarak

- I. Birim elemanı 1'dir.
- II. Değişme özelliği vardır.
- III. Birleşme özelliği vardır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

ÇÖZÜM

$$a \ominus b = a - b + 1$$

I. $a \ominus e = e \ominus a = a$ olmalı

$$\left. \begin{aligned} a \ominus e &= a - e + 1 = a \Rightarrow e = 1 \\ e \ominus a &= e - a + 1 = a \Rightarrow e = 2a - 1 \end{aligned} \right\} e = 1 \text{ olamaz}$$

II. $a \neq b$ olmak üzere $a \ominus b = b \ominus a$ ise işlem değişmelidir
 $a - b + 1 = b - a + 1 \Rightarrow 2a = 2b \Rightarrow a = b$ olduğu görülür ki başlangıçtaki şartımıza uymaz

yada $1 \ominus 2 = 2 \ominus 1$ olmadığını kolayca görebilirsiniz

III. Birleşme özelliğininin olmadığı kolayca görülür

$$(1 \ominus 2) \ominus 3 \neq 1 \ominus (2 \ominus 3)$$

NOT : Çıkarma işleminin değişme ve birleşme özelliği yoktur

Fatih AKYEL&Hamit ARSLAN/Bingöl MEM

11. A, B ve C birer küme olmak üzere,

- I. $A \cup B = A \cup C$ ise $B = C$ 'dir.
- II. $A \cap B = \emptyset$ ise $A \setminus B = A$ 'dir.
- III. $A \cup B = A$ ise $B \setminus A = \emptyset$ 'dir.

önergelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

ÇÖZÜM

$$I. A = \{1, 2, 3\} \text{ ve } B = \{3, 4, 5\} \text{ ve } C = \{4, 5\}$$

$$A \cup B = A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ olmasına rağmen}$$

$B \neq C$ dir

II. $A \cap B = \emptyset$ ise $\forall x \in A$ için $x \notin A \cap B$ olduğundan

$A \setminus B = A$ dir.

III. $A \cup B = A$ ise ya $B = \emptyset$ ($\emptyset / A = \emptyset$) ya da $B \subset A$ ($B / A = \emptyset$) dir.

13. n , 1'den büyük bir tam sayı ve

$$73 \equiv 3 \pmod{n}$$

$$107 \equiv 2 \pmod{n}$$

olduğuna göre, n 'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 39 B) 41 C) 47 D) 51 E) 54

ÇÖZÜM

$$73 - 3 \equiv 3 - 3 \pmod{n} \Rightarrow 70 \equiv 0 \pmod{n}$$

$$107 - 2 \equiv 2 - 2 \pmod{n} \Rightarrow 105 \equiv 0 \pmod{n}$$

$n > 1$ ise 70 ve 105 i ortak bölen n sayıları 5, 7, 35 olup

$$5 + 7 + 35 = 47$$

14.

$$f(x) = -3x^3 + 5x^2 - 2x + 1$$

olmak üzere, $x^3 \cdot f\left(\frac{1}{x}\right)$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$
 B) $x^3 + 5x^2 - 2x + 1$
 C) $3x^3 - 5x^2 + 2x - 1$
 D) $3x^3 - 2x^2 + 5x + 1$
 E) $5x^3 - x^2 + 2x - 3$

ÇÖZÜM

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = -3\frac{1}{x^3} + 5\frac{1}{x^2} - 2\frac{1}{x} + 1$$

$$x^3 \cdot f\left(\frac{1}{x}\right) = -3 + 5x - 2x^2 + x^3$$

16. R gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$$\beta_1 = \{(x, y): x^2 + y^2 = 1\}$$

$$\beta_2 = \{(x, y): x^2 + y = 2\}$$

$$\beta_3 = \{(x, y): x - y^2 = 3\}$$

bağıntılarından hangileri R üzerinde $y = f(x)$ şeklinde bir fonksiyon belirtir?

- A) Yalnız β_1 B) Yalnız β_2 C) β_1 ve β_3
 D) β_2 ve β_3 E) β_1, β_2 ve β_3

ÇÖZÜM

β_1 için $x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = 1 - x^2 \Rightarrow y = \pm\sqrt{1-x^2}$ olup herhangi x değeri için iki farklı görüntü olduğundan β_1 fonksiyon değildir.

β_2 için $x^2 + y = 1 \Rightarrow y = 1 - x^2$ her x için bir tek görüntü olduğundan β_2 fonksiyondur.

β_3 için $x - y^2 = 3 \Rightarrow y^2 = x - 3 \Rightarrow y = \pm\sqrt{x-3}$ olup herhangi x değeri için iki farklı görüntü olduğundan β_3 fonksiyon değildir.

Fatih AKYEL&Hamit ARSLAN /Bingöl MEM

15. $f: [1, \infty) \rightarrow [1, \infty)$ bir fonksiyon ve

$$f(e^x) = \sqrt{x} + 1$$

olduğuna göre, $f^{-1}(2)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) $e - 1$ C) e
 D) e^2 E) $\ln 2$

ÇÖZÜM

$$f^{-1}(\underbrace{\sqrt{x} + 1}_2) = e^x$$

$$\sqrt{x} + 1 = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1 \text{ olup}$$

$$f^{-1}(2) = e \text{ bulunur.}$$

17.

$$P(x) = (x-1)^4 + (x-1)^5$$

polinomunda x^3 lü terimin katsayısı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 9 D) 10 E) 11

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} P(x) &= (x-1)^4 + (x-1)^5 \\ &= (x-1)^4 \cdot x \\ &= (x^4 - 4x^3 + 6x^2 + \dots) \cdot x \\ &= \dots + 6x^3 + \dots \end{aligned}$$

İptal edilmiştir

18.

$$P(x) = x^{11} - 2x^{10} + x - 2$$

polinomunun $x^2 - 5x + 6$ polinomuna bölümünden kalan kaçtır?

A) $3^{10} + 1$

B) $3^{10} - 1$

C) -11

D) -11

E) -12

ÇÖZÜM

$Bölen \rightarrow Q(x)$
 $Bölüm \rightarrow B(x)$
 $Kalan \rightarrow K(x)$

$d[K(x)] < d[Q(x)]$ olduğundan $K(x) = ax + b$ almalıyız.

$$x^{11} - 2x^{10} + x - 2 = (x^2 - 5x + 6) \cdot B(x) + ax + b$$

$$(x^{10} + 1)(x - 2) = (x - 2)(x - 3)B(x) + ax + b$$

$$x = 2 \text{ için } 0 = 2a + b \Rightarrow b = -2a$$

$$x = 3 \text{ için } 3^{10} + 1 = 3a + b \Rightarrow 3^{10} + 1 = 3a - 2a \Rightarrow a = 3^{10} + 1$$

$$b = -2(3^{10} + 1) \text{ olup } K(x) = (3^{10} + 1)x - 2(3^{10} + 1)$$

Fatih AKYEL & Hamit ARSLAN / Bingöl MEM

19. Baş katsayısı 3 olan ikinci dereceden bir $P(x)$ polinomu için

$$P(1) - P(0) = 2$$

olduğuna göre, $P(2) - P(1)$ değeri kaçtır?

A) 4

B) 5

C) 6

D) 7

E) 8

ÇÖZÜM

$$P(x) = 3x^2 + fx + h \text{ olsun.}$$

$$P(1) - P(0) = 3 \cdot 1^2 + f \cdot 1 + h - (3 \cdot 0^2 + 0 + h) = 2$$
$$= 3 + f = 2 \Rightarrow f = -1$$

$$P(x) = 3x^2 - x + h$$

$$P(2) - P(1) = 3 \cdot 2^2 - 2 + h - (3 \cdot 1^2 - 1 + h) = 8$$

20. k bir pozitif gerçel sayı olmak üzere,

$$2x^2 + kx - 1 = 0$$

denkleminin kökleri farkı 2 olduğuna göre, k kaçtır?

A) 1

B) 2

C) $\sqrt{2}$

D) $-\sqrt{2}$

E) $\sqrt{3}$

ÇÖZÜM

1.YOL

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde kökler x_1, x_2 olsun

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \text{ den } 2 = \frac{\sqrt{k^2 + 8}}{2}$$

$$4 = \sqrt{k^2 + 8} \text{ her iki tarafın karesi alınırsa } k = 2\sqrt{2}$$

2.YOL

$$(x_1 - x_2)^2 = 2^2$$

$$x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 4 \text{ sol tarafa } 2x_1x_2 \text{ ekleyip çıkaralım}$$

Bu durumda

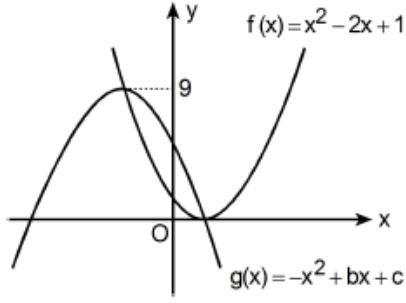
$$x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 4x_1x_2 = 4$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 + 8}}{2}$$

$$k = 2\sqrt{2}$$

21.



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ ve $g(x)$ parabolleri birbirlerini tepe noktalarında kesmektedir.

Buna göre, $g(0)$ değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

ÇÖZÜM

Parabolün tepe noktası $T(\frac{-b}{2a}, f(\frac{-b}{2a}))$

f fonksiyonunun Tepe Noktası $T(1,0)$ ve

$f(x)=x^2-2x+1=9 \Rightarrow x=-2$ veya $x=4$ Buradan $(-2,9)$ ve $(1,0)$ g üzerindeki noktalardır, g de yerine yazalım

$$\left. \begin{aligned} g(-2) &= (-2)^2 - 2b + c = 9 \Rightarrow -2b + c = 13 \\ g(1) &= (1)^2 + b + c = 0 \Rightarrow b + c = -1 \end{aligned} \right\} b = -4, c = 5$$

$$g(x) = -x^2 - 4x + 5 \Rightarrow g(0) = 5$$

22. Bir torbada 1'den 9'a kadar numaralanmış dokuz top bulunmaktadır. Ayşe, 1'den 9'a kadar bir sayı belirleyecek ve daha sonra torbadan rastgele bir top çekecektir. Topun üzerinde yazılı olan sayı ile belirlediği sayının toplamı en fazla 9 ve çarpımı en az 9 olursa Ayşe oyunu kazanacaktır.

Ayşe hangi sayıyı belirlerse oyunu kazanma olasılığı en yüksek olur?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ÇÖZÜM

Ayşenin rakamı Torbadan gelebilecek rakam

2	5,6,7
3	3,4,5,6
4	3,4,5
5	2,3,4
6	2,3

Ayşe 3'ü seçerse kazanma olasılığı daha yüksektir.

23. $0 < x < \pi$ olmak üzere,

$$\sin^4 x = \cos^4 x$$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) $\frac{3\pi}{2}$ B) $\frac{4\pi}{3}$ C) $\frac{5\pi}{4}$
D) π E) 2π

ÇÖZÜM

$$\sin^4 x = \cos^4 x \Rightarrow \sqrt[4]{\sin^4 x} = \sqrt[4]{\cos^4 x}$$

$$\Rightarrow |\sin x| = |\cos x| \Rightarrow \sin x = \pm \cos x$$

$$x = \frac{\pi}{4} \quad \text{veya} \quad x = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi \text{ olur}$$

24.

$$\frac{\cot x}{\tan x + \cot x} = 4 \sin x - 3$$

olduğuna göre, $\sin x$ değeri kaçtır?

- A) $3 - 2\sqrt{2}$ B) $1 - \sqrt{3}$
C) $-1 + \sqrt{2}$ D) $-1 + \sqrt{3}$
E) $-2 + 2\sqrt{2}$

ÇÖZÜM

$$\frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}} = 4 \sin x - 3 \Rightarrow \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{1 \left\{ \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} \right\}} = 4 \sin x - 3$$

$$\Rightarrow \frac{\cos x \sin x \cos x}{\sin x} = 4 \sin x - 3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 + 16 = 32 \quad \sin x = \frac{-6 \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\sin x = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

25. $\alpha, \beta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ olmak üzere,

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $\alpha = 0$ veya $\beta = \frac{\pi}{2}$
 B) $\alpha = 0$ veya $\beta = \frac{\pi}{4}$
 C) $\alpha = \frac{\pi}{2}$ veya $\beta = 0$
 D) $\alpha = \frac{\pi}{2}$ veya $\beta = \frac{\pi}{2}$
 E) $\alpha = \frac{\pi}{4}$ veya $\beta = 0$

ÇÖZÜM

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha = \sin \alpha \cos \beta$$

$$\Rightarrow \sin \beta \cos \alpha = 0 \text{ Bu durumda}$$

$$\cos \alpha = 0, \alpha = \frac{\pi}{2} \text{ veya } \sin \beta = 0, \beta = 0 \text{ olur}$$

27.

$$\frac{|z|^2 + z}{\bar{z}} = z + i$$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
(\mathbb{R} gerçel sayılar kümesidir.)

- A) $\{a + ai \mid a \in \mathbb{R}, a \neq 0\}$
 B) $\{a - ai \mid a \in \mathbb{R}, a \neq 0\}$
 C) $\{a + 2ai \mid a \in \mathbb{R}, a \neq 0\}$
 D) $\{a - 2ai \mid a \in \mathbb{R}, a \neq 0\}$
 E) $\{2a - ai \mid a \in \mathbb{R}, a \neq 0\}$

ÇÖZÜM

İçler dışlar çarpımı yaparsak

$$|z|^2 + z = z\bar{z} + \bar{z}i \quad * \quad z \cdot \bar{z} = |z|^2 \text{ dir}$$

$$z = \bar{z}i \text{ olur } z = a + bi \text{ olsun}$$

$$a + bi = (a - bi)i \Rightarrow a + bi = ai + b \text{ ve } a = b \text{ olur}$$

$$z = a + ai \text{ şeklindedir}$$

Fatih AKYEL&Hamit ARSLAN /Bingöl MEM

26. z bir karmaşık sayı, $\text{Im}(z) \neq 0$ ve $z^3 = -1$ olduğuna göre,

$$(z - 1)^{10}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $z + 1$ B) $z - 1$
 C) z D) $-z$
 E) $-z - 1$

ÇÖZÜM

$$z^3 = -1 \Rightarrow z^3 + 1 = 0$$

$$z^3 + 1 = \underbrace{(z + 1)}_{\substack{\text{Sıfır} \\ \text{olamaz} \\ \text{Im}(z) \neq 0}}} \underbrace{(z^2 - z + 1)}_0 = 0$$

$$z^2 - z + 1 = 0 \Rightarrow z^2 = z - 1$$

$$(z - 1)^{10} = (z^2)^{10} = z^{20} = (z^3)^6 z^2 = (-1)^6 (z - 1)$$

$$(z - 1)^{10} = z - 1$$

28.

$$\frac{1}{z} = \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

denklemini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{2}(1+i)$ B) $\sqrt{2}(1-i)$
 C) $\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)$
 E) $\frac{1+i}{2}$

ÇÖZÜM

Her iki tarafın -1 . kuvvetini alalım

$$\left(\frac{1}{z} \right)^{-1} = \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)^{-1}$$

$$\Rightarrow z = \cos \frac{-\pi}{4} + i \sin \frac{-\pi}{4}$$

$$\Rightarrow z = \frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i) \text{ olur}$$

29.

$$\log_8 (\log_9 (\sqrt{x+1})) = \frac{-2}{3}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM

$$\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$$

$$\log_9 (\sqrt{x+1}) = 8^{\frac{-2}{3}} \Rightarrow \log_9 (\sqrt{x+1}) = \left(2^3\right)^{\frac{-2}{3}}$$

$$\log_9 (\sqrt{x+1}) = \frac{1}{4} \Rightarrow 9^{\frac{1}{4}} = \sqrt{x+1}$$

$$\left(3^2\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt{x+1} \Rightarrow 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} = \sqrt{x+1} \Rightarrow x = 2$$

31.

$$9^{x+1} + 3^{x+1} - 6 = 0$$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\ln 3}{\ln 2}$

B) $\frac{1 + \ln 3}{\ln 2}$

C) $\frac{2 + \ln 3}{\ln 2}$

D) $\frac{3 + \ln 2}{\ln 3}$

E) $\frac{\ln 2 - \ln 3}{\ln 3}$

ÇÖZÜM

$$3^x = t, 9^x = \left(3^2\right)^x = \left(3^x\right)^2 = t^2 \text{ diye lim}$$

$$\Rightarrow 9^x 9 + 3^x 3 - 6 = 0$$

$$\Rightarrow 9t^2 + 3t - 6 = 0$$

$$\Rightarrow 3t^2 + t - 2 = 0 \text{ buradan } (3t - 2)(t + 1) = 0$$

$$t = \frac{2}{3}, 3^x = \frac{2}{3} \text{ ve } t = -1, 3^x = -1 \text{ olamaz}$$

$$3^x = \frac{2}{3} \text{ her iki tarafın } \ln' \text{ i alınırsa } x = \frac{\ln 2 - \ln 3}{\ln 3} \text{ olur}$$

Fatih AKYEL&Hamit ARSLAN /Bingöl MEM

30.

$$f(x) = -\log_2 x$$

$$g(x) = \log_{10} x$$

olduğuna göre, $(g \circ f^{-1})(a) = \ln 2$ eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?

A) $\ln 2$ B) $\frac{\ln 2}{\ln 10}$ C) $\frac{\ln 10}{\ln 2}$

D) $\ln\left(\frac{1}{10}\right)$ E) $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$

ÇÖZÜM

$$f^{-1}(a) = m \text{ olsun } g(m) = \ln 2 \Rightarrow \log_{10} m = \ln 2$$

$$\Rightarrow m = 10^{\ln 2} \text{ ve } f^{-1}(a) = m \Rightarrow f(m) = a$$

$$f\left(10^{\ln 2}\right) = -\log_2 10^{\ln 2} = a$$

$$\Rightarrow -\ln 2 \underbrace{\log_2 10}_{\frac{\log_e 10}{\log_e 2}} = \frac{-\ln 2 \ln 10}{\ln 2} = -\ln 10 = \ln\left(10^{-1}\right)$$

$$a = \ln\left(\frac{1}{10}\right)$$

32.

a_1, a_2 gerçel sayılar olmak üzere, (a_n) dizisinin terimleri arasında

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \quad (n = 1, 2, \dots)$$

bağıntısı vardır.

$a_8 = 6$ olduğuna göre, $a_6 + a_9$ toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 16

ÇÖZÜM

$$n = 6 \text{ için } a_8 = a_7 + a_6 \Rightarrow a_7 = a_8 - a_6$$

$$n = 7 \text{ için } a_9 = a_8 + a_7 \Rightarrow a_9 = a_8 + a_8 - a_6$$

$$\Rightarrow a_9 + a_6 = 2a_8 = 12$$

33. n pozitif tam sayısı için n 'nin en büyük tek tam sayı böleni $\lfloor n \rfloor$ ile gösteriliyor.

(a_n) dizisinin terimleri $n = 1, 2, \dots$ için

$$a_n = \begin{cases} \lfloor n \rfloor + 1, & \lfloor n \rfloor \equiv 1 \pmod{4} \text{ ise} \\ \lfloor n \rfloor - 1, & \lfloor n \rfloor \equiv 3 \pmod{4} \text{ ise} \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $a_{18} - a_{12}$ farkı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

ÇÖZÜM

18'in en büyük tek tamsayı böleni 9

12'nin en büyük tek tamsayı böleni 3

Buna göre $a_{18} = 9 + 1 = 10$

$$a_{12} = 3 - 1 = 2$$

$$a_{18} - a_{12} = 10 - 2 = 8$$

35. m bir pozitif gerçel sayı ve $u = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}$ olmak üzere,

$$u \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = u \cdot \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

matris denkleminin sonsuz sayıda u çözümü olduğuna göre, m kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$
D) 3 E) 4

ÇÖZÜM

$$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x+2y & 2x+y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xm & ym \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+2y = xm \\ 2x+y = ym \end{cases} \left. \vphantom{\begin{matrix} x+2y = xm \\ 2x+y = ym \end{matrix}} \right\} \text{Taraf tarafa toplayalım}$$

$$3(x+y) = (x+y)m \Rightarrow m = 3$$

Fatih AKYEL&Hamit ARSLAN /Bingöl MEM

34.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $|A - A^T|$ determinantının değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 9

ÇÖZÜM

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A - A^T = \begin{bmatrix} 3-3 & 2-0 \\ 0-2 & 1-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|A - A^T| = 0 \cdot 0 - (-2 \cdot 2) = 4$$

36. A 3×3 türünde bir matris olmak üzere,

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdot A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\begin{bmatrix} 5 & 6 & 6 \end{bmatrix} \cdot A$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 7 \end{bmatrix}$
C) $\begin{bmatrix} 3 & 5 & 9 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 6 & 2 & 10 \end{bmatrix}$
E) $\begin{bmatrix} 6 & 4 & 12 \end{bmatrix}$

ÇÖZÜM

Üstteki matrisi 2 ile çarpıp alttaki matrisle toplamak yeterli olacaktır

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 4 \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \\ \hline & \begin{bmatrix} 5 & 6 & 6 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 9 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

37. m, n sıfırdan farklı gerçel sayılar olmak üzere,

$$f(x) = \frac{x}{n} \sin\left(\frac{m}{x}\right)$$

fonksiyonu $y = 2$ yatay asimptotuna sahiptir.

Buna göre, m ile n arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $m = n$ B) $m = n + 2$ C) $m = 2n$
D) $m = 3n$ E) $2m = 3n$

ÇÖZÜM

$y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = c \Rightarrow y = c$ Yatay asimptottur.

$$f(x) = \frac{x}{n} \sin\left(\frac{m}{x}\right) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sin\left(\frac{m}{x}\right)}{\frac{n}{x}} = \frac{m}{n}$$

$y = 2$ yatay asimptot

$$\frac{m}{n} = 2 \Rightarrow m = 2n$$

ÇÖZÜM 38

Süreklilik şartı

$$\lim_{x \rightarrow I^-} (f+g)(x) = \lim_{x \rightarrow I^+} (f+g)(x) = (f+g)(1)$$

$$* \lim_{x \rightarrow x_0} (f+g)(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$

Buradan grafikten hareketle

$$\lim_{x \rightarrow I^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow I^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow I^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow I^+} g(x)$$

$$\Rightarrow 2 + \lim_{x \rightarrow I^-} g(x) = 4 + \lim_{x \rightarrow I^+} g(x)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow I^-} g(x) - \lim_{x \rightarrow I^+} g(x) = 2$$

Yani g fonk. 1'e soldan ve sağdan yaklaşırken limitler farkı 2 olmalıdır. Bu da sadece A şıkkında mevcuttur.

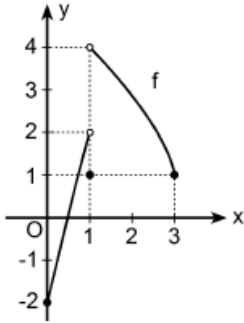
$$\lim_{x \rightarrow I^-} (f+g)(x) = \lim_{x \rightarrow I^+} (f+g)(x) = (f+g)(1)$$

$$\Rightarrow 2 + 1 = 4 + (-1) = 1 + 2$$

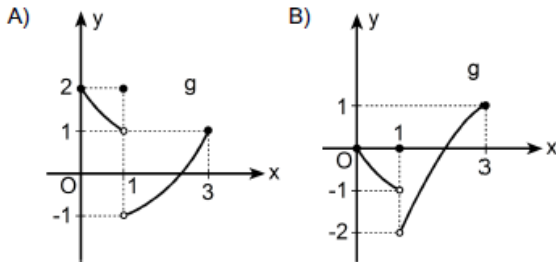
Oluş A şıkkının sağladığı görülür.

Fatih AKYEL & Hamit ARSLAN Bingöl MEM

38. Aşağıda, f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$(f+g)$ fonksiyonu $x = 1$ noktasında sürekli olduğuna göre, g fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



39.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{-3x} + e^{2x}}{\ln x + 3e^{2x}}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{3}$
D) 0 E) 1

ÇÖZÜM

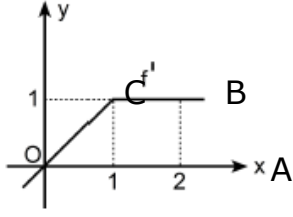
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{-3x} + e^{2x}}{\ln x + 3e^{2x}} = \frac{\infty}{\infty} \text{ olduğundan L'Hospital kuralını}$$

$$\text{uygulanır.} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{-3x} + e^{2x}}{\ln x + 3e^{2x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\overbrace{-3e^{-3x} + 2e^{2x}}^{\rightarrow 0}}{\underbrace{\frac{1}{x} + 6e^{2x}}_{\rightarrow 0}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

2.YOL : Payda e^{-3x} in sıfıra yaklaştığı açıktır. paydada ise e^{2x} , $\ln x$ e göre sonsuza daha hızlı yaklaştığından $\ln x$ i gözardı edebiliriz.

$$\text{buradan } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{-3x} + e^{2x}}{\ln x + 3e^{2x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{3e^{2x}} = \frac{1}{3}$$

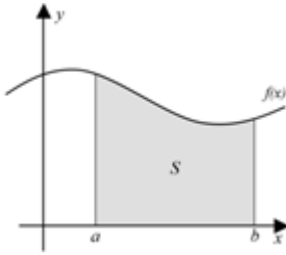
40. Aşağıda, bir f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



$f(0) = 1$ olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{4}{3}$
D) $\frac{-1}{2}$ E) $\frac{-1}{3}$

ÇÖZÜM



$$S = \int_a^b f(x) dx \text{ dir. Buradan}$$

$$\int_0^2 f'(x) dx = A(OABC) = \frac{(2+1) \cdot 1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\int_0^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^2 = f(2) - \underbrace{f(0)}_1 = \frac{3}{2}$$

$$f(2) = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2} \text{ Made by Fatih Akyel \& Hamit Arslan}$$

41.

$$f(x) = e^{2x} - e^{-2x}$$

fonksiyonunun 15. mertebeden türevinin $x = \ln 2$ noktasındaki değeri olan $f^{(15)}(\ln 2)$ kaçtır?

- A) $17 \cdot 2^{13}$ B) $15 \cdot 2^{13}$ C) $9 \cdot 2^{13}$
D) $15 \cdot 2^{12}$ E) $7 \cdot 2^{12}$

ÇÖZÜM

$$f(x) = e^{2x} - e^{-2x}$$

$$f'(x) = 2e^{2x} + 2e^{-2x}$$

$$f''(x) = 4e^{2x} - 4e^{-2x}$$

$$f'''(x) = 8e^{2x} + 8e^{-2x}$$

⋮

$$f^{(15)}(x) = 2^{15} e^{2x} + 2^{15} e^{-2x}$$

$$f^{(15)}(\ln 2) = 2^{15} e^{2 \ln 2} + 2^{15} e^{-2 \ln 2} = 2^{15} \left(4 + \frac{1}{4} \right)$$

$$= 2^{15} \frac{17}{4} = 17 \cdot 2^{13}$$

4

42. Analitik düzlemde

$$xy^2 - x^3y - 6 = 0$$

denklemlle verilen eğri üzerindeki $P(x_0, y_0)$

noktasından geçen teğet doğrusu x eksenine paralel olduğuna göre, x_0 kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) $-\frac{3}{2}$
D) $-\frac{1}{6}$ E) 1

ÇÖZÜM

Teğet x -eksenine paralel ise $m_t = y' = 0$ dir

Kapalı fonksiyonun türevinden

$$(xy^2 + x(y^2))' - ((x^3)'y + x^3(y)')$$

$$\Rightarrow y^2 + x2yy' - 3x^2y - x^3y'$$

$$\Rightarrow y'(2xy - x^3) = -y^2 + 3x^2y$$

$$\Rightarrow y' = \frac{-y^2 + 3x^2y}{2xy - x^3} \Rightarrow y'(x_0, y_0) = \frac{\overbrace{-y_0^2 + 3x_0^2y_0}^{0 \text{ olmalı}}}{\underbrace{2x_0y_0 + x_0^3}_{\neq 0}} = 0$$

$$\Rightarrow -y_0^2 + 3x_0^2y_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 3x_0^2 \text{ bulunur}$$

Bu eşitliği eğri denkleminde yazarsak, $x_0 = 1$ bulunur

43. Türevi $f'(x) = 3x^2$ olan f fonksiyonunun $x = a$ ($a > 0$) noktasındaki teğeti $y - 12x + 14 = 0$ doğrusu olduğuna göre, $f(1)$ değeri kaçtır?
- A) -2 B) 0 C) 1 D) 3 E) 5

ÇÖZÜM

$$m_t = 12 \text{ ve } m_t = f'(a) = 3a^2 = 12 \Rightarrow a = \pm 2$$

$a > 0$ olduğundan $a = 2$ dir. Fonksiyonun 2 apsisi noktasına karşılık gelen ordinat değeri $y - 12 \cdot (2) + 14 = 0$ den $y = 10$ olur

$$\text{Dolayısıyla } f(2) = 10 \text{ olur. Buradan } \int f(x) dx = \int 3x^2 dx$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + c \text{ ve } f(2) = 2^3 + c = 10 \Rightarrow c = 2$$

$$f(x) = x^3 + 2 \Rightarrow f(1) = 1^3 + 2 = 3 \text{ bulunur}$$

44. Bir tur şirketi, düzenleyeceği bir gezi için kişi başı 140 TL ücret talep etmektedir. Kayıt yaptıranların sayısının 80'den fazla olması halinde, 80'in üzerindeki her bir kişi için tüm katılımcılara 50'er kuruş geri ödeme yapılacaktır. Kontenjan 200 kişi ile sınırlıdır. Örneğin, geziye 100 kişi katılırsa herkese 10'ar TL geri ödeme yapılıyor ve kişi başı 130 TL ücret alınmış oluyor.

Buna göre, geziye kaç kişi katılırsa şirketin katılımcılardan elde edeceği gelir en fazla olur?

- A) 160 B) 165 C) 175 D) 180 E) 185

ÇÖZÜM

80 üzerinde x kişi toplamda $(80+x)$ kişi katılmış olsun.

Buradan gelir fonksiyonumuz

$$y = f(x) = (80+x)(140-0,5x) \text{ olur}$$

Türev alıp maksimum noktasını bulmalıyız

$$y' = (140-0,5x) + (-0,5)(80+x) = 0$$

$$140 - 40 - x = 0$$

$$\Rightarrow x = 100 \Rightarrow \text{Cevap } 180 \text{ olur}$$

45.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \cdot \cot x \, dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\pi+1}{2}$ B) $\frac{\pi+1}{3}$ C) $\frac{\pi+2}{4}$
D) $\frac{\pi-1}{6}$ E) $\frac{\pi-2}{6}$

ÇÖZÜM

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \cdot \cot x \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} \, dx =$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \cdot \cos^2 x \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2} \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 1 + \cos 2x \, dx =$$

$$x + \frac{\sin 2x}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} - 0 = \frac{\pi+2}{4}$$

Fatih AKYEL & Hamit ARSLAN / Bingöl MEM

46. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve sürekli bir f fonksiyonu için

$$\int_1^3 f(x) dx = 5$$

olduğu biliniyor.

Buna göre,

$$\int_0^1 (4 + f(2x+1)) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{13}{2}$

ÇÖZÜM

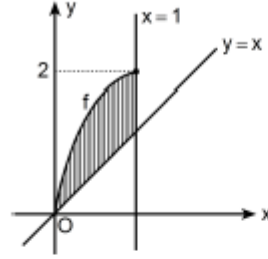
$$2x+1=u \Rightarrow 2dx=du \Rightarrow dx=\frac{du}{2}$$

Sınırlar $x=0$ için $u=1$, $x=1$ için $u=3$

$$\Rightarrow \int_1^3 (4 + f(u)) \frac{du}{2}$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot u \Big|_1^3}_{6-2=4} + \underbrace{\frac{1}{2} \int_1^3 f(u) du}_5 = 4 + \frac{5}{2} = \frac{13}{2}$$

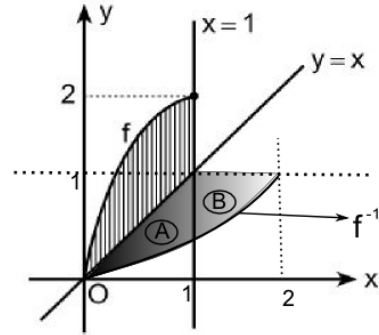
47. f fonksiyonu bire bir olmak üzere, birinci bölgede $y = x$ ve $x = 1$ doğruları ile $y = f(x)$ eğrisi arasında kalan taralı bölge aşağıda verilmiştir.



Taralı bölgenin alanının $f^{-1}(x)$ türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\int_1^2 f^{-1}(x) dx$
B) $\int_1^2 (2 - f^{-1}(x)) dx$
C) $\int_1^2 (x - f^{-1}(x)) dx$
D) $\int_0^1 (2 - f^{-1}(x)) dx + \int_1^2 f^{-1}(x) dx$
E) $\int_0^1 (x - f^{-1}(x)) dx + \int_1^2 (1 - f^{-1}(x)) dx$

ÇÖZÜM



f in $y=x$ e göre simetriği f^{-1} i verir. Şeklimize göre

$$A = \int_0^1 (x - f^{-1}(x)) dx$$

$$B = \int_1^2 (1 - f^{-1}(x)) dx \text{ olup}$$

$$A+B = \int_0^1 (x - f^{-1}(x)) dx + \int_1^2 (1 - f^{-1}(x)) dx \text{ olup}$$

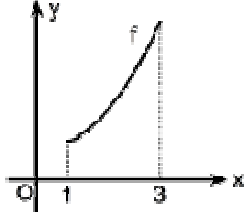
Made by F.Akyel & H.Arslan

48.

$$f: [1, 3] \rightarrow [2, 10]$$

$$f(x) = 1 + x^2$$

fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



$[1, 3]$ aralığı, eşit uzunlukta iki alt aralığa bölünüp bu alt aralıkların sağ uç noktaları x_1 ve x_2 olarak gösteriliyor. Daha sonra her bir alt aralığı taban kabul eden ve yükseklikleri sırasıyla $f(x_1)$, $f(x_2)$ birim olan iki dikdörtgen çiziliyor.

Bu dikdörtgenlerin alanları toplamı A ve f fonksiyonu ile x eksen arasında kalan bölgenin alanı

B olduğuna göre, $A - B$ farkı kaç birim karedir?

A) $\frac{11}{2}$

B) $\frac{13}{3}$

C) $\frac{15}{4}$

D) $\frac{19}{5}$

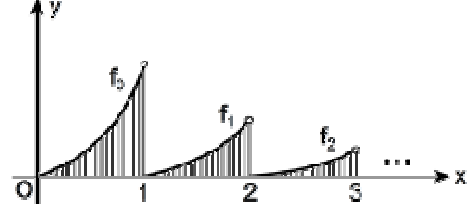
E) $\frac{23}{6}$

49. n bir doğal sayı olmak üzere,

$$f_n: [n, n+1) \rightarrow \left[0, \frac{1}{2^n}\right]$$

$$f_n(x) = \frac{(x-n)^2}{2^n}$$

biçiminde tanımlanan fonksiyonlar ile x eksen arasında kalan bölgeler aşağıdaki şekilde taralı olarak verilmiştir.



Buna göre, tüm taralı bölgelerin alanları toplamı kaç birim karedir?

A) $\frac{2}{3}$

B) $\frac{3}{4}$

C) $\frac{5}{6}$

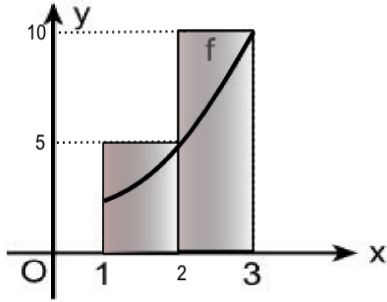
D) $\frac{8}{9}$

E) $\frac{11}{12}$

ÇÖZÜM

Fatih AKYEL&Hamit ARSLAN /Bingöl MEM

ÇÖZÜM



$$A = 1.5 + 1.10 = 15 \text{ (Dikdörtgenlerin alanları toplamı)}$$

$$B = \int_1^3 f(x) dx = \int_1^3 (1 + x^2) dx =$$

$$= \left(x + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^3 = 12 - \frac{4}{3} = \frac{32}{3}$$

$$A - B = 15 - \frac{32}{3} = \frac{13}{3}$$

$$\int_0^1 f_0(x) dx + \int_1^2 f_1(x) dx + \int_2^3 f_2(x) dx + \dots$$

$$= \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + \frac{(x-1)^3}{6} \Big|_1^2 + \frac{(x-2)^3}{12} \Big|_2^3 + \dots$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots \right)$$

Geometrik Dizi

$$0 < a < 1 \Rightarrow 1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^n = \frac{1}{1-a}$$

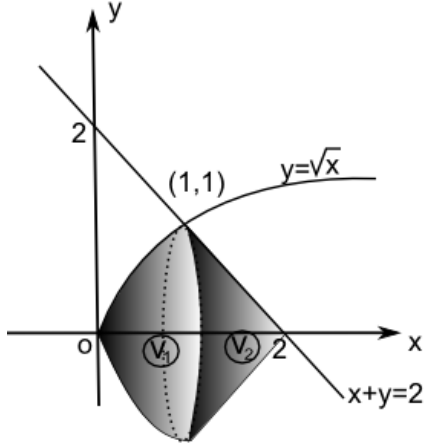
$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}} \right) = \frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3}$$

50. Analitik düzlemde; x eksenini, $x + y = 2$ doğrusu ve $y = \sqrt{x}$ eğrisi arasında kalan sınırlı bölge x eksenini etrafında 360° döndürülüyor.

Elde edilen dönel cismin hacmi kaç birim küptür?

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{3\pi}{4}$
D) $\frac{5\pi}{6}$ E) $\frac{7\pi}{6}$

ÇÖZÜM



Fatih AKYEL&Hamit ARSLAN /Bingöl MEM

$\left. \begin{array}{l} x + y = 2 \\ y = \sqrt{x} \end{array} \right\}$ ortak çözümü yapılırsa $(1,1)$ bulunur

$$V_1 = \pi \int_0^1 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2}$$

$$V_2 = \frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi \cdot 1 \cdot 1}{3} = \frac{\pi}{3} (\text{Koni})$$

$$V_1 + V_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}$$