

Sınav süresi 40 dakikadır. Her soru 10 puandır.

MAT.9.1.1. Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlere dair muhakeme yapabilme

1. Aynı doğrultuda bulunduğu Merkür ve Dünya'nın merkezlerinin Güneş'e olan uzaklıkları yaklaşık sırası ile $58 \cdot 10^6$ km ve $15 \cdot 10^7$ km'dir.

Buna göre Merkür ve Dünya'nın merkezlerinin arasındaki uzaklık yaklaşık olarak kaç km'dir? Sonucu bulunuz ve yöntemi açıklayınız.

$$\begin{aligned}\text{ÇÖZÜM: Dünya'nın Güneş'e uzaklığı} - \text{Merkür'ün Güneş'e uzaklığı} &= 15 \cdot 10^7 - 58 \cdot 10^6 \\ &= 150 \cdot 10^6 - 58 \cdot 10^6 \\ &= (150 - 58) \cdot 10^6 \\ &= 92 \cdot 10^6 \text{ km bulunur.}\end{aligned}$$

Yöntemi: a ve b birer gerçek sayı, x sıfırdan farklı gerçek sayı ve n tam sayı olmak üzere;

$$a \cdot x^n - b \cdot x^n = (a - b) \cdot x^n \text{ dir.}$$

MAT.9.1.1. Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlere dair muhakeme yapabilme

2. $a = 1 + \sqrt{10}$
 $b = 2 + \sqrt{7}$
 $c = 3 + \sqrt{2}$ sayıları veriliyor.

Buna göre a, b ve c sayılarını küçükten büyüğe doğru işlem yaparak sıralayınız.

ÇÖZÜM: a, b ve c sayılarının karelerini alalım.

$$a^2 = (1 + \sqrt{10})^2 = 1 + 10 + 2\sqrt{10} = 11 + \sqrt{40}$$

$$b^2 = (2 + \sqrt{7})^2 = 4 + 7 + 4\sqrt{7} = 11 + \sqrt{112}$$

$$c^2 = (3 + \sqrt{2})^2 = 9 + 2 + 6\sqrt{2} = 11 + \sqrt{72}$$

Buna göre $a < c < b$

MAT.9.1.2. Gerçek sayı aralıklarının gösteriminde ve aralıklarla ilgili işlemlerde küme sembol ve işlemlerinden yararlanabilme

3. Emin 75 kg ağırlığında ve Ali 93 kg ağırlığındadır. Can'ın kilosunun iki katının üç eksiği Emin'in kilosundan büyük, Ali'nin kilosundan küçüktür.

Buna göre Can'ın kilosunun en küçük ve en büyük tamsayı değerleri toplamı kaç kilogramdır?

ÇÖZÜM: Can'ın kilosu x olsun.

$$75 < 2x - 3 < 93$$

$$\text{eşitsizliğin her tarafına 3 eklersek} \quad 78 < 2x < 96$$

$$\text{eşitsizliğin her tarafını ikiye bölersek} \quad 39 < x < 48 \text{ bulunur}$$

$$\text{Can en az 40 en çok 47 kg'dır. toplamı } 40 + 48 = 88$$

4. $A = \{ x \mid -4 \leq x < 10, x \in \mathbb{R} \}$

$B = \{ x \mid -7 \leq x < 8, x \in \mathbb{R} \}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) $A \cap B$ kümesini aralık olarak ifade ederek sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.

b) $B \setminus A$ kümesini aralık olarak ifade ederek sayı doğrusu üzerinde gösteriniz

ÇÖZÜM: a) $A \cap B = \{ x \mid -4 \leq x < 8, x \in \mathbb{R} \}$



b) $B \setminus A = \{ x \mid -7 < x < -4 \}$



5. a, b ve c birer tam sayı olmak üzere ,
 $a \cdot c < b \cdot c < 0 < a - b$ eşitsizliği veriliyor.

Buna göre $a^2 + b^2 - 3 \cdot c$ ifadesinin en küçük değerini bulunuz.

ÇÖZÜM: $0 < a - b$ ise $b < a$ dır.

$b < a$ iken $a \cdot c < b \cdot c$ olduğundan $c < 0$ dır.

$a = 2$, $b = 1$ ve $c = -1$ alınırsa $a^2 + b^2 - 3 \cdot c$ en küçük değerini alır

$$2^2 + 1^2 - 3(-1) = 4 + 1 + 3 = 8 \text{ bulunur.}$$

6. $A = \{ x \mid x = 4 \cdot k + 1, k \in \mathbb{Z} \}$ kümesinin dört işleme göre kapalı olup olmadığını inceleyiniz.

ÇÖZÜM: A kümesinin iki elemanı x_1 ve x_2 olsun. $x_1 = 4a + 1$ ve $x_2 = 4b + 1$ olacak şekilde a, b $\in \mathbb{Z}$ vardır.

$$x_1 + x_2 = 4a + 1 + 4b + 1 = 4(a + b) + 2 \in A \text{ olur}$$

$$x_1 - x_2 = 4a + 1 - 4b - 1 = 4(a - b) \in A \text{ olur}$$

$$x_1 \cdot x_2 = (4a + 1) \cdot (4b + 1) = 16 \cdot a \cdot b + 4a + 4b + 1 = 16 \cdot a \cdot b + 4(a + b) + 1 \in A \text{ olur.}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{4a + 1}{4b + 1} \text{ ifadesinde } a = 1 \text{ ve } b = 2 \text{ için } \frac{x_1}{x_2} = \frac{5}{9} \notin A \text{ olur}$$

Bu durumda A kümesi toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerine göre kapalıdır. Bölme işlemine göre kapalı değildir.