

Sınav süresi 40 dakikadır. Soruların puan değeri yanlarında yazmaktadır.

11.3.2.1. İkinci dereceden bir değişkenli fonksiyonun grafiğini çizerek yorumlar.

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (2m - 1)x^2 - (5m + 1)x - 7$ fonksiyonunun grafiğinin tepe noktasının apsisi 3 olarak veriliyor.

Buna göre fonksiyonun minimum değerini bulunuz. (10 puan)

ÇÖZÜM: Tepe noktasının apsisi $r = -\frac{b}{2a} = -\frac{-(5m+1)}{2(2m-1)} = 3$ olduğundan bu eşitlikten $m = 1$ bulunur. (5 puan)

Fonksiyon $f(x) = x^2 - 6x - 7$ olur, minimum değeri $k = f(r) = f(3) = 9 - 18 - 7 = -16$ bulunur. (5 puan)

11.3.2.1. İkinci dereceden bir değişkenli fonksiyonun grafiğini çizerek yorumlar.

2. $y = 3x - k$ doğrusu $y = x^2 + x - 1$ parabolüne teğet olduğuna göre k değerini bulunuz. (10 puan)

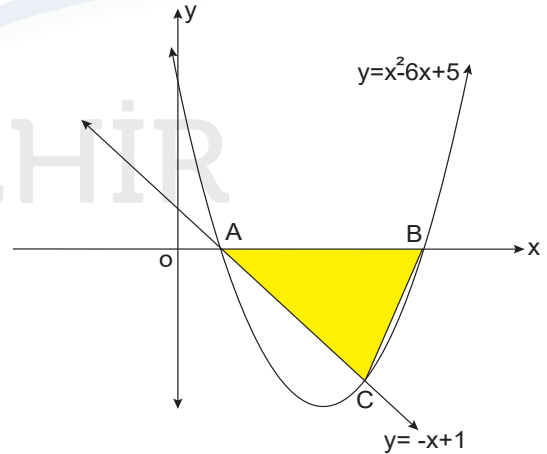
ÇÖZÜM: Doğru parabole teğet olduğundan ortak çözüm denkleminde $\Delta = 0$ olmalıdır. (4 puan)

$x^2 + x - 1 = 3x - k$ ise $x^2 - 2x + k - 1 = 0$ denkleminde $\Delta = 4 - 4(k - 1) = 0$ ise $k = 2$ bulunur. (6 puan)

11.3.2.1. İkinci dereceden bir değişkenli fonksiyonun grafiğini çizerek yorumlar.

3. Şekildeki $y = x^2 - 6x + 5$ fonksiyonunun grafiği
x eksenini A ve B noktalarında kesmektedir,
 $y = -x + 1$ doğrusu A ve C noktalarından geçmektedir.

Buna göre ABC üçgeninin alanını bulunuz. (10 puan)



ÇÖZÜM: $y = 0$ için fonksiyonun x eksenini kestiği noktaları bulalım, $x^2 - 6x + 5 = 0$ ise $(x - 5) \cdot (x - 1) = 0$ dan
 $x = 1 = A$ ve $x = 5 = B$ noktaları bulunur, $|AB| = 5 - 1 = 4$ olur. (3 puan)

$x^2 - 6x + 5 = -x + 1$ ortak çözümünü yaparsak $x^2 - 5x + 4 = 0$ $x = 4$ ve $x = 1$ olur. (3 puan)

$x = 4$ için $C = y = -4 + 1 = -3$ üçgenin yüksekliği 3 olur. (2 puan)

$A(\widehat{ABC}) = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ br² bulunur. (2 puan)

11.3.2.2. İkinci dereceden fonksiyonlarla Modellenen Problemler.

4. Bir mağaza x TL' ye aldığı ürünü y TL' ye satmaktadır. x ile y arasında $y = -x^2 + 9x + 54$ bağıntısı vardır.

Buna göre mağazanın bu ürünün satışından en fazla kaç TL kâr elde edeceğini bulunuz. (10 puan)

ÇÖZÜM: Satıştan elde edilen kâr fonksiyonu $k(x)$ olsun kâr $y - x$ olduğundan

$$k(x) = -x^2 + 9x + 54 - x = -x^2 + 8x + 54 \text{ olur. (4 puan)}$$

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2(-1)} = 4 \text{ olduğundan maksimum kârı } k(4) = -16 + 32 + 54 = 70 \text{ TL bulunur. (6 puan)}$$

11.4.1.1. İkinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesini bulur.

5.
$$\begin{cases} x \cdot y = 10 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz. (10 puan)

ÇÖZÜM: $x + y = 3$ ise $y = 3 - x$ değerini $x \cdot y = -10$ denkleminde yerine yazalım $x \cdot (3 - x) = 10$ ise $3x - x^2 = 10$ olur.(3 puan)

$3x - x^2 = 10$ denklemi düzenlenirse $x^2 - 3x - 10 = 0$ denklemini sağlayan x değerleri $x = -2$ ve $x = 5$ olur. (4 puan)

$x = -2$ için $y = 3 + 2$ den $y = 5$ ve $x = 5$ için $y = 3 - 5 = -2$ olur. Çözüm kümesi = $\{(-2, 5), (5, -2)\}$ bulunur. (3 puan)

11.4.1.1. İkinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesini bulur.

6.
$$\begin{cases} x^2 + 3y + y^2 = 7 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz. (10 puan)

ÇÖZÜM: $x - y = 4$ ise $x = y + 4$ değerini $x^2 + 3y + y^2 = 7$ denkleminde yerine yazalım $(y + 4)^2 + 3y + y^2 = 7$ olur.(2 puan)

$y^2 + 8y + 16 + 3y + y^2 - 7 = 0$ ise $2y^2 + 11y + 9 = 0$ denklemi çarpanlara ayrılırsa $(2y + 9) \cdot (y + 1) = 0$ olur. (3 puan)

$(2y + 9) \cdot (y + 1) = 0$ denklemini sağlayan y değerleri $y = -\frac{9}{2}$ ve $y = -1$ olur. (2 puan)

$y = -\frac{9}{2}$ için $x = 4 - \frac{9}{2} = -\frac{1}{2}$ ve $y = -1$ için $x = 4 - 1 = 3$ olur. Çözüm kümesi = $\{(-\frac{1}{2}, -\frac{9}{2}), (3, -1)\}$ bulunur.(3 puan)

11.4.1.1. İkinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesini bulur.

7.
$$\begin{cases} 3x^2 + y^2 = 91 \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases}$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz. (10 puan)

ÇÖZÜM: Verilen denklem sistemini taraf farafa toplarsak $4x^2 = 100$ elde edilir. (2 puan)

Bu eşitliği sağlayan x değerleri $x = -5$ ve $x = 5$ olur. (3 puan)

$x = -5$ için $25 - y^2 = 9$ ise $y = -4$ ve $y = 4$ olur. $x = 5$ için $y = -4$ ve $y = 4$ olur. (3 puan)

Çözüm kümesi = $\{(-5, -4), (-5, 4), (5, -4), (5, 4)\}$ bulunur. (2 puan)

11.4.2.1. İkinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulur.

8. $x^2 - 7x + 10 < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz. (10 puan)

ÇÖZÜM : $x^2 - 7x + 10 = 0$ denkleminin kökleri $(x - 5) \cdot (x - 2) = 0$ ise $x_1 = 5$ veya $x_2 = 2$ olarak bulunur. (4 puan)

$x^2 - 7x + 10$ ifadesinde x^2 nin katsayısı pozitif olduğundan işaret tablosunun en sağ aralığı (+) ile başlayıp sola doğru tek katlı köklerde işaret değiştirerek en soldaki aralığa kadar devam eder.

Eşitsizliğin işaret tablosu aşağıdaki gibi olur.

x	$-\infty$		2		5		∞
		+	○	-	○	+	

 → (4 puan)

Çözüm kümesi = (2 , 5) olur. (2 puan)

11.4.2.1. İkinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulur.

9. Karesiyle 3 katının toplamı 18'den küçük olan tam sayıların toplamını bulunuz. (10 puan)

ÇÖZÜM: Verilen eşitsizlik $x^2 + 3x < 18$ den $x^2 + 3x - 18 < 0$ ise (3 puan)

$x^2 + 3x - 18 = (x + 6)(x - 3) = 0$ ise $x = -6$ veya $x = 3$ (2 puan) eşitsizliğin işaret tablosu aşağıdaki gibi olur.

x	$-\infty$		-6		3		∞
		+	○	-	○	+	

 → (3 puan)

$x^2 + 3x - 18 < 0$ eşitsizliğini sağlayan tam sayılar = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2 ise toplamları = -12 dir. (2 puan)

11.4.2.2. İkinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümesini bulur.

10. $x^2 + 5x - 14 < 0$

$$\frac{2x + 8}{x - 5} \geq 0$$

eşitsizlik sistemini sağlayan x tam sayılarının toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM: $x^2 + 5x - 14 = 0$ denkleminin kökleri $(x + 7) \cdot (x - 2) = 0$ ise $x_1 = -7$ veya $x_2 = 2$ olarak bulunur. (2 puan)

$\frac{2x + 8}{x - 5} \geq 0$ ise $2x + 8 = 0$ ve $x - 5 = 0$ denkleminin kökleri $x_3 = -4$ veya $x_4 = 5$ olarak bulunur. (2 puan)

Eşitsizlik sisteminin işaret tablosu aşağıdaki gibi olur.

x	$-\infty$		-7		-4		2		5		∞
$x^2 + 5x - 14 < 0$		+	○	-	○	+	○	-	○	+	
$\frac{2x + 8}{x - 5} \geq 0$		+		+	○	-		-	○	+	

 → (3 puan)

Eşitsizliğini sağlayan x tam sayı değerleri -6, -5, -4 bu sayıların toplamı = -15 bulunur. (3 puan)