

1) KÜRE :

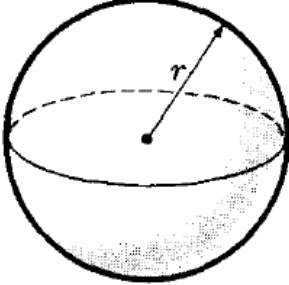
Uzayda sabit bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktaların birleşim kümesine küre denir.

Bir yarım dairenin çapı etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cisme küre denir.

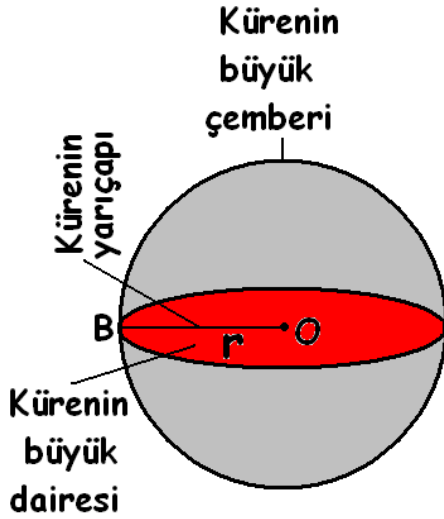
Uzayda bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerine küre yüzeyi denir.

Küre yüzeyinin sınırladığı cisme küre adı verilir.

Sabit noktaya kürenin merkezi, merkezin küre yüzeyine uzaklığına da kürenin yarıçapı denir.



Kürenin bir düzlem ile kesişimi(arakesiti)bir dairedir. Kürenin merkezinden geçen düzlem ile kesişimin den oluşan daireye kürenin en büyük dairesi, bu dairenin çemberine de kürenin en büyük çemberi denir.

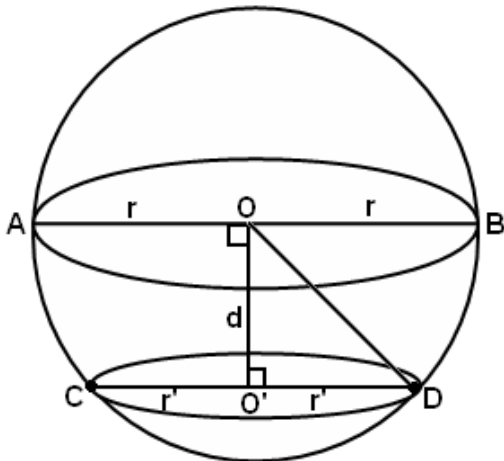


$$|OO'| = d \text{ (Merkezler arası uzaklık)}$$

d=Merkezler arası uzaklık

r=Kürenin yarıçapı

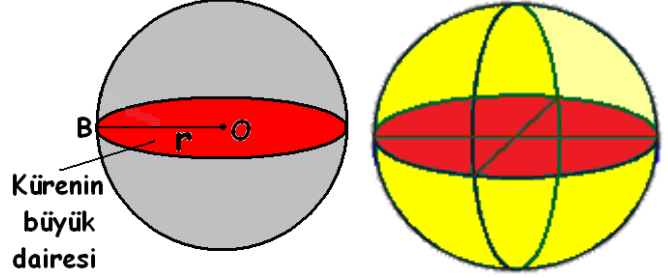
r'=Küçük dairenin yarıçapı



$$r^2 = d^2 + r'^2$$

1-A)KÜRENİN YÜZEY ALANI (KÜRENİN BÜTÜN ALANI):

Kürenin yüzey alanı (bütün alanı) ,Kürenin büyük dairesinin alanın 4 katına eşittir.



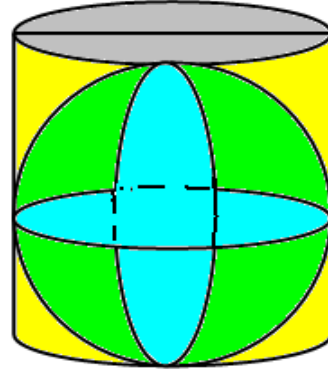
Alanı=A

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

1-B) KÜRENİN HACMİ (V):

Çapı silindirin yüksekliğine eşit olan Küre,(silindirin çapı ile yüksekliği eşittir.) Su dolu bir silindirin içine atılırsa, taşıdığı suyun hacmi silindirin hacminin

$\frac{2}{3}$ üne eşit olur.

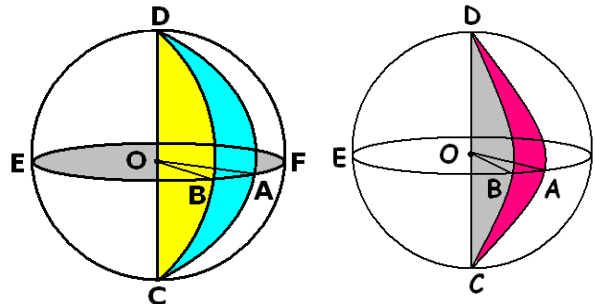


$$\text{Hacmi}=V \quad KV = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

$$KV = \frac{\pi \cdot R^3}{6} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

R=Kürenin Çap uzunluğu r=Kürenin yarıçapı

1-C) KÜRE DİLİMİNİN HACMİ:Bir kürenin bir çapından geçen iki yarı düzlemle küre yüzeyi arasında kalan cisme küre dilimi denir.



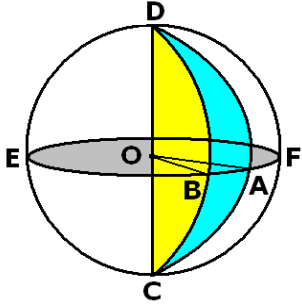
[DC] çap, $m(\text{AOB}) = \alpha$

şekildeki gibi kesilip çıkarılan küre diliminin hacmi

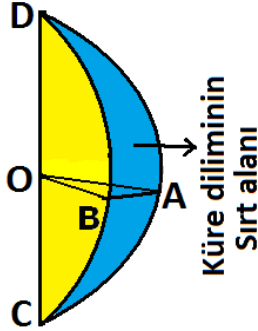
$$\text{KÜRE DİLİMİNİN HACMİ} = (\text{Kürenin hacmi}) \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$KDV = \frac{4.\pi.r^3}{3} \cdot \frac{\alpha}{360} = \frac{4.\pi.r^3.\alpha}{3.360}$$

1-D) KÜRE DİLİMİNİN ALANI:



KDSA=Küre Diliminin Sırt Alanı (Mavi kısım)



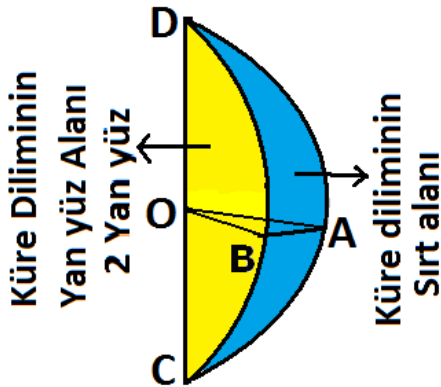
$$KDSA = \text{küre Yüzeyinin Alanı} \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$KDSA = \text{küre Yüzeyinin Alanı} \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$KDSA = 4.\pi.r^2 \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$KDSA = \frac{4.\pi.r^2.\alpha}{360}$$

KDYA=küre diliminin yanal alanı (Sarı kısım) 2 tane



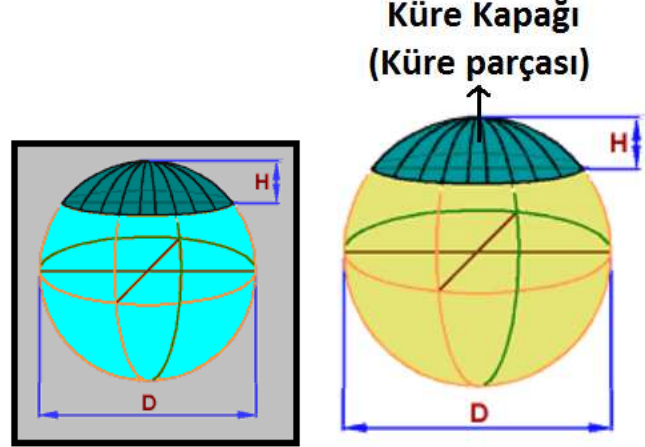
$$KDYA = \frac{\pi.r^2}{2} + \frac{\pi.r^2}{2} = \pi.r^2 \text{ Bir dairenin alanı olur.}$$

KDTA=küre diliminin tüm alanı(2 sarı ve bir mavi)

$$KDTA = KDSA + 2. KDYA$$

$$KDTA = \frac{4.\pi.r^2.\alpha}{360} + \pi.r^2$$

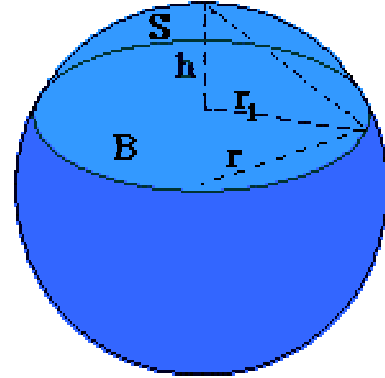
1-E) KÜRENİN YARISINA KADAR OLAN KESİTLERİN HACMİNİ BULMAK:



$$\text{Hacim} = 3.14.H^2 \cdot \left(\frac{D}{2} - \frac{H}{3} \right)$$

D=Kürenin çapı

H=Küre parçasının yüksekliği



$$V1 = \frac{\pi.h.(3.r^2 + h^2)}{6} \text{ (r=Küre kapağının yarıçapı, h=Küre kapağının yüksekliği)}$$

$$V2 = \pi.h^2 \cdot \left(\frac{R}{2} - \frac{h}{3} \right) \text{ (R=Kürenin çap uzunluğu, h=Küre kapağının yüksekliği)}$$

$$V3 = \frac{\pi.h^2.(3.r - h)}{3} \text{ (r=Kürenin yarıçap uzunluğu, h=Küre kapağının yüksekliği)}$$

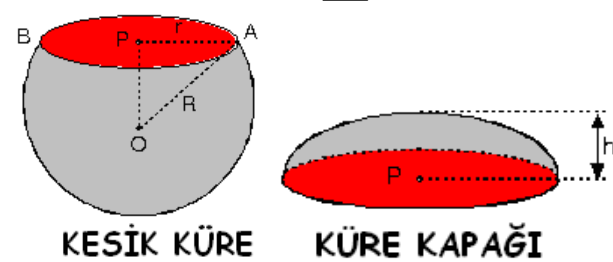
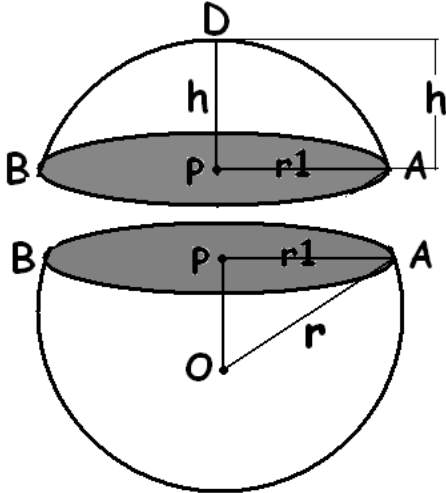
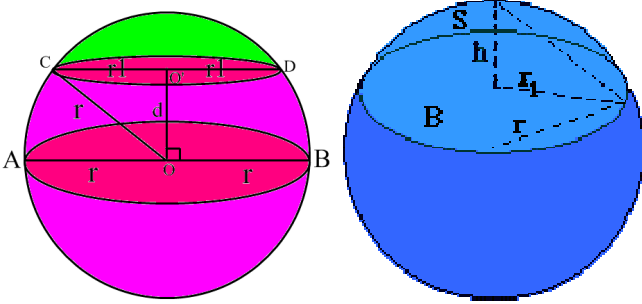
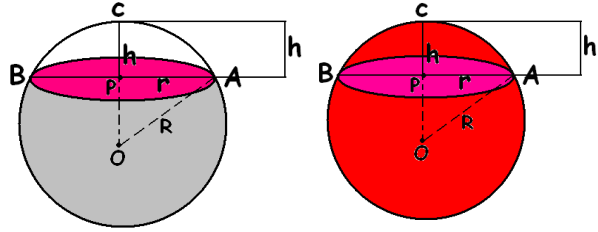
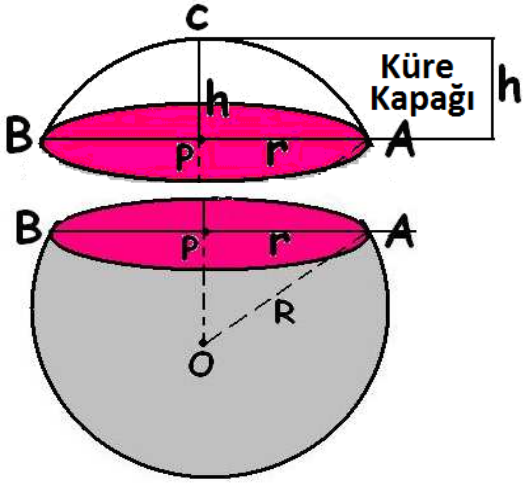
R=Kürenin Çapı H=h=yükseklik

Formülün açıklaması:

Formül sadece kürenin yarısına kadar olan hacimler için geçerlidir.

1-F) KÜRE KAPAĞININ (KÜRE PARÇASININ) HACMİ:

Bir küre merkezinden |OP| uzaklıkta bir düzlemlle kesildiğinde kesit alanının daire şeklinde olduğu görülür. Kesilip çıkarılan kısma küre kapağı denir.



KESİK KÜRE

KÜRE KAPAĞI

$$V1 = \pi \cdot h^2 \cdot \left(\frac{R}{2} - \frac{h}{3} \right) \quad H=h=\text{Yükseklik} \quad (R=\text{Kürenin çap uzunluğunu})$$

$$V2 = \frac{\pi \cdot h^2 \cdot (3 \cdot r - h)}{3} \quad (r=\text{Kürenin yarıçapı})$$

$$V3 = \frac{\pi \cdot h \cdot (3 \cdot r^2 + h^2)}{6} \quad (r1=\text{Küre kapağı yarıçapı})$$

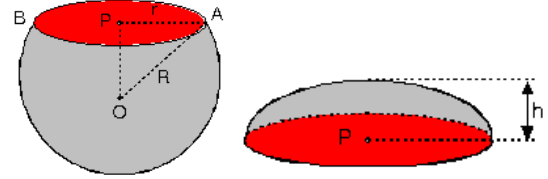
R=Çap

h=Kapağın yüksekliği

Formülün açıklaması:

Formül sadece kürenin yarısına kadar olan hacimler için geçerlidir.

1-G) KÜRE KAPAĞININ ALANI: Küre kapağının alanı ile Küre kuşağının alanı aynı formül ile hesaplanır.

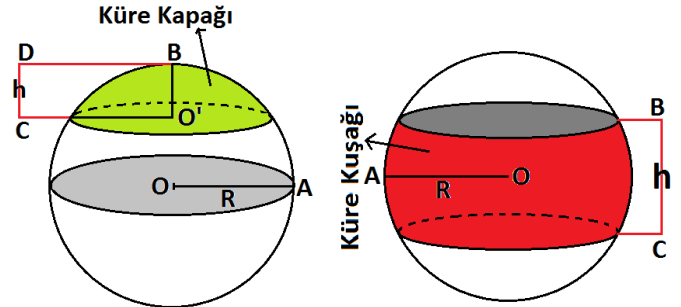


KESİK KÜRE

KÜRE KAPAĞI

R=Kürenin yarıçap uzunluğu

$$KKA = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$$

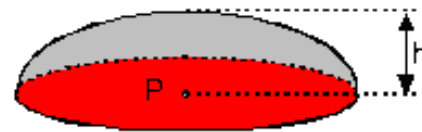


Alan Kapak=Alan Kuşak =(Ekvator).h

Alan Kapak=Alan Kuşak =(2.π.R).h

Ekvator=Kürenin büyük çemberinin çevresidir.

1-H) KÜRE KAPAĞININ YÜZEY (BÜTÜN) ALANI : (KÜRE PARÇASININ ALANI): Kürenin kapağının kabuk (Üst yüz) alanı ile Küre kapağının taban daresinin alanı toplamına Küre parçasının alanı denir.



KÜRE KAPAĞI

$$KKTA = TA + YA$$

KKTA=Küre kapağının tüm yüz alanı

TA=Küre kapağının taban alanı

YA=Küre kapağının üst yüz alanı

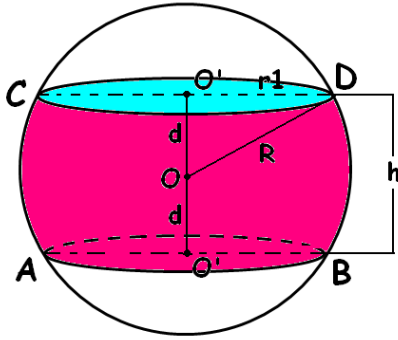
$$KKTA = \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$$

$$KPA = \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$$

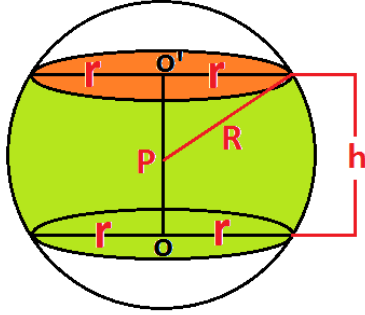
$$\text{Küre parçasının alanı} = \pi \cdot h \cdot (4 \cdot r - h)$$

1-K) KÜRE KUŞAĞININ ALANI:

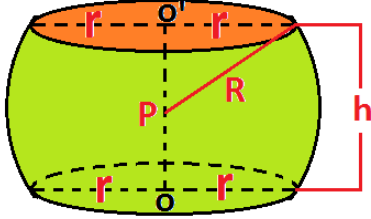
Bir kürede ,paralel iki düzlem arasında kalan cisme küre kuşağı denir. Küre kapağının alanı ile Küre kuşağının alanı aynı formül ile hesaplanır.



Küre Kuşağı



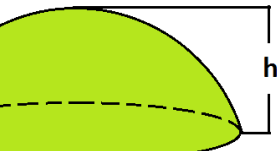
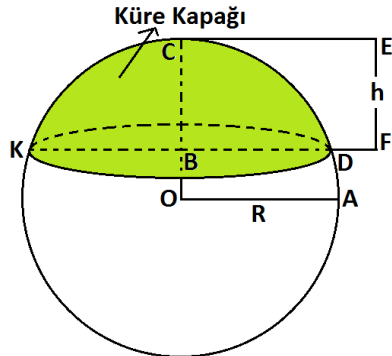
Küre Kuşağı



$$KKA = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h \quad R = \text{Kürenin çap uzunluğu}$$

1-L) KÜRE KAPAĞININ HACMİ:

Küre kapağının hacmi ile Küre kuşağının hacmi aynı formül ile hesaplanır.



Küre Kapağı

$$\text{Hacim Kapak} = \text{Hacim Kuşak} = \frac{1}{3} \pi h^2 (3R - h)$$

R=Kürenin yarıçapı h=Küre Kapağının yüksekliği

$$V_1 = \frac{\pi h (3r^2 + h^2)}{6} \quad (r = \text{Küre kapağının yarıçapı, } h = \text{Küre kapağının yüksekliği})$$

h=Küre kapağının yüksekliği)

$$V_2 = \frac{\pi h^2 (3r - h)}{3} \quad (r = \text{Kürenin yarıçap uzunluğu, } h = \text{Küre kapağının yüksekliği})$$

kapağının yüksekliği)

$$V_3 = \pi h^2 \left(\frac{R}{2} - \frac{h}{3} \right) \quad (R = \text{Kürenin çap uzunluğu, } h = \text{Küre kapağının yüksekliği})$$

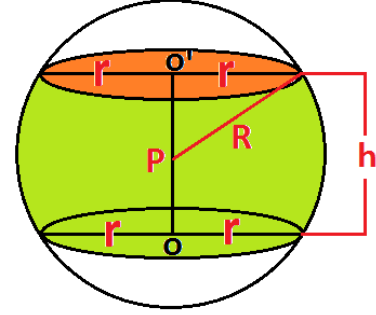
kapağının yüksekliği)

Formül sadece kürenin yarısına kadar olan hacimler için geçerlidir.

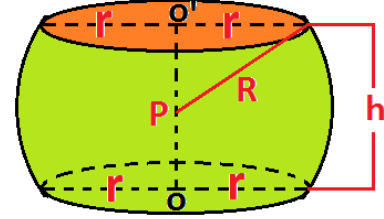
1-M) KÜRE KUŞAĞININ HACMİ:

Küre kapağının hacmi ile Küre kuşağının hacmi aynı formül ile hesaplanır.

Küre Kuşağı



Küre Kuşağı

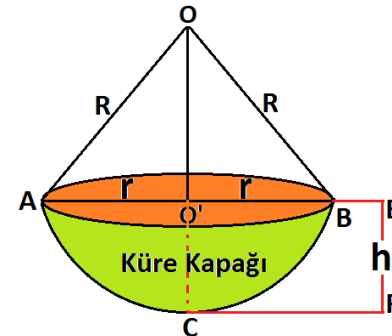


$$\text{Hacim Kapak} = \text{Hacim Kuşak} = \frac{1}{3} \pi h^2 (3R - h)$$

R=Kürenin yarıçapı, h=Küre Kuşağının yüksekliği

1-N) KÜRE KESMESİNİN (TOPAÇ) HACMİ:

Bir daire kesmesinin kendisini kesmeyen bir çap etrafında dönmesinden elde edilen cisme küre kesmesi denir.

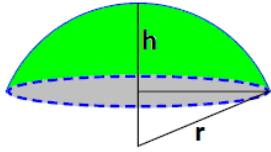


KKV=Küre Kesmesinin hacmi

$$KKesmeV = \frac{1}{3} \cdot (\text{Kapak Alanı}) \cdot R$$

$$KKesmeV = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot \pi \cdot R \cdot h) \cdot R$$

$$KKesmeV = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h) \quad KKesmeV = \frac{2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h}{3}$$



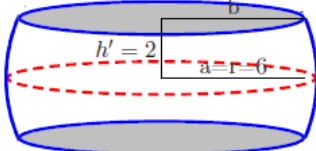
Kapağın Hacmi

$$V_{ka} = \frac{1}{3} \pi h^2 (3r - h)$$



Kapağın Hacmi

$$V_{ka} = \frac{1}{3} \pi h^2 (3r - h)$$



Küre Kuşağı

1) Kürenin alanı:

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

2) Kürenin hacmi:

$$KV = \frac{\pi \cdot R^3}{6} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

R=Kürenin Çap uzunluğu r=Kürenin yarıçapı

3) Küre kuşağının alanı:

$$KKA = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h \quad R = \text{Kürenin çap uzunluğu}$$

4) Küre kuşağının hacmi:

$$\text{Hacim Kapak} = \text{Hacim Kuşak} = \frac{1}{3} \pi \cdot h^2 \cdot (3R - h)$$

R=Kürenin yarıçapı, h=Küre Kuşağının yüksekliği

$$\text{Hacim kuşak} = \frac{1}{6} \pi \cdot h \cdot (3 \cdot R^2 + 3 \cdot r^2 + h^2)$$

r=Küre kapağının yarıçapı

5) Küre kapağının (Kabuk alanı) alanı:

$$KKA = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$$

6) Küre kapağının tüm alanı (Küre parçasının alanı):

$$KKTA = TA + YA$$

KKTA=Küre kapağının tüm yüz alanı

TA=Küre kapağının taban alanı

YA=Küre kapağının üst yüz alanı

$$KKTA = \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$$

Küre parçasının alanı = $\pi \cdot h \cdot (4r - h)$

7) Küre parçasının hacmi:

$$\text{Küre parçasının hacmi} = \frac{1}{3} \pi \cdot h^2 \cdot (3R - h)$$

$$V1 = \frac{\pi \cdot h \cdot (3 \cdot r^2 + h^2)}{6} \quad (r1 = \text{Küre kapağının yarıçapı},$$

h=Küre kapağının yüksekliği)

$$V2 = \frac{\pi \cdot h^2 \cdot (3 \cdot r - h)}{3} \quad (r = \text{Kürenin yarıçap uzunluğu}, h = \text{Küre}$$

kapağının yüksekliği)

$$V3 = \pi \cdot h^2 \cdot \left(\frac{R}{2} - \frac{h}{3} \right) \quad (R = \text{Kürenin çap uzunluğu}, h = \text{Küre}$$

kapağının yüksekliği)

Formül sadece kürenin yarısına kadar olan hacimler için geçerlidir.

8) Küre kapağının hacmi:

$$\text{Küre kapağının hacmi} = \frac{1}{3} \pi \cdot h^2 \cdot (3R - h)$$

$$V1 = \frac{\pi \cdot h \cdot (3 \cdot r^2 + h^2)}{6} \quad (r1 = \text{Küre kapağının yarıçapı},$$

h=Küre kapağının yüksekliği)

$$V2 = \frac{\pi \cdot h^2 \cdot (3 \cdot r - h)}{3} \quad (r = \text{Kürenin yarıçap uzunluğu}, h = \text{Küre}$$

kapağının yüksekliği)

$$V3 = \pi \cdot h^2 \cdot \left(\frac{R}{2} - \frac{h}{3} \right) \quad (R = \text{Kürenin çap uzunluğu}, h = \text{Küre}$$

kapağının yüksekliği)

Formül sadece kürenin yarısına kadar olan hacimler için geçerlidir.

9) Küre diliminin alanı:

KDSA=Küre Diliminin Sırt Alanı (Mavi kısım)

$$KDSA = \text{küre Yüzeyinin Alanı} \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$KDSA = \text{küre Yüzeyinin Alanı} \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$KDSA = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360} \quad KDSA = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360}$$

KDYA=küre diliminin yanal alanı (Sarı kısım) 2 tane

$$KDYA = \frac{\pi \cdot r^2}{2} + \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \pi \cdot r^2 \quad \text{Bir dairenin alanı olur.}$$

KDTA=küre diliminin tüm alanı (2 sarı ve bir mavi)

$$KDTA = KDSA + 2 \cdot KDYA$$

$$KDTA = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360} + \pi \cdot r^2$$

10) Küre diliminin hacmi:

$$\text{KÜRE DİLİMİNİN HACMİ} = (\text{Kürenin hacmi}) \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$KDV = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \cdot \frac{\alpha}{360} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \alpha}{3 \cdot 360}$$

11) KÜRENİN YARISINA KADAR OLAN KESİTLERİN HACMİNİ BULMAK:

$$V1 = \frac{\pi \cdot h \cdot (3 \cdot r^2 + h^2)}{6} \quad (r1 = \text{Küre kapağının yarıçapı},$$

h=Küre kapağının yüksekliği)

$$V2 = \frac{\pi \cdot h^2 \cdot (3 \cdot r - h)}{3} \quad (r = \text{Kürenin yarıçap uzunluğu}, h = \text{Küre}$$

kapağının yüksekliği)

$$V3 = \pi \cdot h^2 \cdot \left(\frac{R}{2} - \frac{h}{3} \right) \quad (R = \text{Kürenin çap uzunluğu}, h = \text{Küre}$$

kapağının yüksekliği)

Formül sadece kürenin yarısına kadar olan hacimler için geçerlidir.

$$V3 = \pi \cdot H^2 \cdot \left(\frac{D}{2} - \frac{H}{3} \right) \quad D = \text{Kürenin çapı}$$

H=Küre parçasının yüksekliği

R=Kürenin Çapı H=h=yükseklik

Formülün açıklaması:

Formül sadece kürenin yarısına kadar olan hacimler için geçerlidir. NOT: Küre kapağı ile küre parçası aynıdır.